



# Tunnels profonds dans les milieux viscoplastiques : approches expérimentale et numérique

Denise Bernaud

## ► To cite this version:

Denise Bernaud. Tunnels profonds dans les milieux viscoplastiques : approches expérimentale et numérique. Modélisation et simulation. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1991. Français. NNT : . tel-00529719

**HAL Id: tel-00529719**

**<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00529719>**

Submitted on 26 Oct 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NS 15976 (5)

79315

T H E S E

présentée pour l'obtention du Diplôme de

DOCTEUR  
DE  
L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

Spécialité : STRUCTURES et MATERIAUX

par

Denise BERNAUD

*Sujet de la Thèse :*

TUNNELS PROFONDS DANS LES MILIEUX VISCOPLASTIQUES :  
APPROCHES EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE

Soutenue le 9 Juillet 1991  
devant le Jury composé de :

MM. P. HABIB	<i>Président</i>
M. PANET	<i>Rapporteurs</i>
P. EGGER	
G. ROUSSET	<i>Examineurs</i>
M. RAYNAL	
B. HALPHEN	



23



*Aos meus pais*





# SOMMAIRE

## INTRODUCTION GENERALE

### PARTIE I APPROCHE EXPERIMENTALE IN SITU : ESSAI DE SOUTENEMENT A CONVERGENCE CONTROLEE

## CHAPITRE 1 : OBJECTIFS, INTERETS ET DESCRIPTION DE L'ESSAI

- 1.1 - Introduction
- 1.2 - Objectifs et Intérêts de l'essai
- 1.3 - Description sommaire de l'ouvrage
- 1.4 - Mise en oeuvre

## CHAPITRE 2 : RESULTATS ET INTERPRETATION DE L'ESSAI

- 2.1 - Instrumentation
- 2.2 - Résultats de l'expérimentation

## CONCLUSIONS SUR L'EXPERIMENTATION



## P A R T I E   I I

### APPROCHE NUMERIQUE : MODELISATION 2 D DES TUNNELS AVEC REVETEMENT LINEAIRE OU NON

#### INTRODUCTION

#### CHAPITRE 3 : RESOLUTION NUMERIQUE EN VISCOPLASTICITE ET PLASTICITE : ALGORITHMES DE RESOLUTION

- 3.1 - Rappels sur la méthode des éléments finis
- 3.2 - Formulation en viscoplasticité
- 3.3 - Formulation en plasticité
- 3.4 - Présentation sommaire du code numérique "GEOMECH 91"
- 3.5 - Application et validation : calculs analytiques et numériques  
des tunnels de section circulaire

#### CHAPITRE 4 : MODELISATION NUMERIQUE 2D DU PROBLEME DE L'INTERACTION MASSIF / SOUTÈNEMENT

- 4.1 - Intérêt du problème
- 4.2 - Résolution numérique du problème d'interaction massif  
élastoviscoplastique - soutènement élastoplastique

#### CHAPITRE 5 : SIMULATION NUMERIQUE DE LA GALERIE CINTRÉE

- 5.1 - Position du problème
- 5.2 - Caractéristiques géométriques et mécaniques du calcul
- 5.3 - Comportement mécanique des matériaux en présence dans la galerie cintrée
- 5.4 - Résultats de la simulation numérique
- 5.5 - Comparaison des résultats de la modélisation numérique  
et des résultats expérimentaux

#### CONCLUSIONS SUR LA MODELISATION NUMERIQUE DE LA GALERIE CINTRÉE



## PARTIE III

### APPROCHE NUMERIQUE : PRISE EN COMPTE DU CARACTERE 3 D DU CREUSEMENT DES TUNNELS DANS DES MILIEUX VISCOPLASTIQUES

#### INTRODUCTION

#### CHAPITRE 6 : POSITION DU PROBLEME ET METHODES DE RESOLUTION

- 6.1 - Position du problème
- 6.2 - Méthode numérique de creusement d'un tunnel

#### CHAPITRE 7 : ETUDE DE L'INFLUENCE DE LA VITESSE DE CREUSEMENT DANS DES MILIEUX ELASTOVISCOPLASTIQUES

- 7.1 - Objectif de l'étude
- 7.2 - Equations du problème adimensionnel
- 7.3 - Simulation numérique d'un tunnel revêtu dans un milieu viscoplastique
- 7.4 - Construction des abaques

#### CONCLUSION SUR LA MODELISATION DU CREUSEMENT DES TUNNELS DANS DES MILIEUX VISCOPLASTIQUE



## **P A R T I E   I V**

### **METHODES SIMPLIFIEES DE CALCULS DES TUNNELS PROFONDS**

#### **INTRODUCTION**

#### **CHAPITRE 8 : ANALYSE CRITIQUE DE LA METHODE CONVERGENCE - CONFINEMENT**

- 8.1 - Introduction
- 8.2 - Rappel de la méthode convergence-confinement
- 8.3 - Simulation numérique d'un tunnel soutenu en élasticité et en plasticité
- 8.4 - Etude critique de la méthode convergence-confinement

#### **CHAPITRE 9 : PROPOSITION D'UNE NOUVELLE METHODE IMPLICITE DE CALCUL DES TUNNELS DANS LES MILIEUX ELASTIQUES**

- 9.1 - Introduction
- 9.2 - Recherche d'une expression de la convergence d'un tunnel  
soutenu en fonction de la distance au front
- 9.3 - Ajustement des paramètres de la fonction de forme
- 9.4 - Validation de la nouvelle méthode implicite

#### **CONCLUSION SUR LA PARTIE IV**





## CONCLUSIONS GENERALES

ANNEXE 1 : Photos de la galerie cintrée

ANNEXE 2 : Etude du profil métallique des cintres

ANNEXE 3 : Calcul analytique du tunnel de section circulaire dans un milieu infini plastique :  
Critère de Coulomb avec écrouissage

ANNEXE 4 : Simulatin numérique d'un tunnel non soutenu

## BIBLIOGRAPHIE



## REMERCIEMENTS

Monsieur le Professeur Pierre HABIB m'a fait l'honneur de Présider mon jury de thèse. En dépit de ces multiples activités, il a su trouver le temps nécessaire pour lire ce mémoire et ses remarques judicieuses ont constitué une aide très précieuse. Je tiens à lui exprimer ici ma profonde gratitude.

Mes remerciements vont ensuite aux deux Rapporteurs qui ont aimablement accepté d'assurer cette laborieuse tâche : Monsieur Peter EGGER, Professeur à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (Suisse) et Monsieur Marc PANET, Directeur de Simecsol, dont les observations furent très pertinentes.

Mes vifs remerciements s'adressent également à Monsieur Bernard HALPHEN, Professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, ainsi qu'à Monsieur Michel RAYNAL, Chef de l'Echelon Expérimental de l'ANDRA, qui ont bien voulu examiner ce travail.

Mais, c'est sans doute à Monsieur Gilles ROUSSET que j'adresse ma plus profonde reconnaissance pour avoir suivi et dirigé mon travail tout au long de ces quelques années. Sa rigueur scientifique et ses encouragements m'ont été d'un soutien indispensable.

Je remercie aussi toutes celles ou tous ceux qui, tant au laboratoire du Mécanique de Solides de l'Ecole Polytechnique qu'au GIP, m'ont soutenu et encouragé à un titre ou à un autre. Je pense notamment à Monsieur Pierre BEREST, Directeur du L.M.S., MM. GHOREYCHI, BAZARGAN, GIRAUD, CORBETTA.

Je ne saurais manquer d'exprimer ma gratitude au "Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)", Organisme Brésilien dont l'aide financière fut cruciale pour concrétiser ma venue en France afin de poursuivre des études doctorales.

Je souhaite enfin tout particulièrement remercier Mme Liliane QUERU, à qui est due la présentation tout à fait remarquable de ce mémoire, ainsi que M. Patrice LEMATTRE, pour la réalisation des figures.



**I N T R O D U C T I O N   G E N E R A L E**



Les problèmes traités dans le présent mémoire relèvent du cadre général de la modélisation des tunnels profonds.

Un tel sujet, qui fait intervenir d'une part la modélisation du massif rocheux et d'autre part celle de la structure constituée par le soutènement, est évidemment vaste et complexe. Il concerne les sciences de génie minier et de génie civil.

Il est d'autant plus vaste que, lorsqu'on parle de "tunnel profond", on décrit en fait une large gamme d'ouvrages, comme par exemple les tunnels ferroviaires ou autoroutiers, les galeries de mines, ou les galeries pour le stockage de déchets radioactifs.

Evidemment, chaque type d'ouvrage possède ses propres particularités et la modélisation doit s'adapter aux exigences spécifiques qui le caractérise. Ainsi, l'aspect thermique est fondamental dans une galerie de stockage des déchets radioactifs, alors qu'il peut parfois être négligé dans le cas des tunnels autoroutiers ou ferroviaires.

Un des problème essentiels communs à toutes les cavités rocheuses est celui de la *stabilité de l'ouvrage*. L'exigence d'un gabarit imposé et d'une durée de vie élevée est, en général, une préoccupation majeure de l'ingénieur du projet, qui doit par ailleurs concilier les aspects liés à la sécurité à ceux concernant l'économie du projet.

La modélisation correcte du tunnel est évidemment une étape préliminaire indispensable. Cette modélisation passe d'abord par la connaissance aussi approfondie que possible des caractéristiques du comportement mécanique du massif rocheux et de celles du revêtement.

L'expérience (Egger, 1989 ; Bérest, 1987 ; Panet, 1979) montre que *des effets visqueux* se manifestent dans la plupart des ouvrages souterrains ; ils se traduisent par l'augmentation des déformations avec le temps. Les manifestations importantes de ces effets apparaissent notamment dans les gisements d'évaporites (sel gemme, potasse ou gypse) ou dans les roches très molles, telles que les argiles. Ces effets différés sont le plus souvent sensibles sur plusieurs mois, voire plusieurs années.

A ce propos, de nombreux cas sont cités dans la littérature (Egger, 1989). A titre d'illustration, le tunnel de Fréjus (Lunardi, 1980) a présenté une vitesse de convergence de 7,5 mm/an dans la partie française huit mois après le bétonnage, et une vitesse de 11 mm/an du côté italien immédiatement après le bétonnage. Cette dernière chutant à 0,4 mm/an, trois ans plus tard.



Le tunnel de Mont d'Or (Coyne et Bellier, 1975) montre un comportement différé particulièrement prononcé : certaines sections de ce tunnel ont connu des convergences de 300 mm entre 1913 et 1973 ; des mesures plus récentes donnent des valeurs allant jusqu'à 6 mm entre 1978/1986.

Une autre caractéristique du comportement, commune à un grand nombre de roches, est la perte progressive de leur résistance au-delà d'un certain seuil, traduisant ainsi un *comportement radoucissant*. Ce phénomène est bien illustré par les études réalisées sur les tunnels de Fréjus et du Gran Sasso. La théorie élastoplastique avec radoucissement (Panet et al., 1978 ; Bérest et Nguyen M.D., 1979 ; Rousset, 1988) permet d'expliquer les observations in situ du tunnel de Fréjus (Habib et al., 1980), alors que la théorie parfaitement plastique ne le permet pas ; dans le cas du tunnel du Gran Sasso, le radoucissement est moins important.

Pour établir un modèle de comportement du massif rocheux, on conçoit l'importance d'une étude expérimentale sur des échantillons de la roche prélevés à la profondeur de l'ouvrage.

Dans le cas de galeries de stockage de déchets radioactifs, par exemple, cette caractérisation in situ précède en général une seconde étape qui concerne l'implantation de laboratoires souterrains. Ces laboratoires (laboratoire souterrain de Mol, Belgique, par exemple) permettent grâce à une campagne d'expérimentations d'affiner les conclusions de la première étape et d'en arriver à une réponse assez fiable quant à la faisabilité de l'ouvrage.

Si un revêtement s'avère nécessaire dans le tunnel (ce qui est toujours le cas dans les argiles profondes), l'étude du comportement de *l'interaction massif-soutènement* doit être effectuée de la façon la plus rigoureuse possible.

Ce problème d'interaction a été posé depuis très longtemps. Nous reproduisons ci-après quelques citations anciennes très intéressantes, extraites d'Egger (1989) :

- Au siècle dernier, Rizha déclarait : *"Dans la construction des tunnels, le vrai art est d'éviter les poussées plutôt que les vaincre. Nous comparons le premier à du travail intellectuel, le second à du travail matériel brut"*. Il préconisait *"d'empêcher la progression de la décompression"* et soulignait *"l'importance fondamentale d'un remplissage complet de tout l'espace compris entre revêtement et roche, par du béton compacté ou de la maçonnerie"*.

- L'idée d'une déformation contrôlée est aussi préconisée par Maillart en 1922, qui recommande un revêtement par des *"anneaux concentriques de béton mis en place successivement"* et Andreae en 1926, qui conseille la *"mise en oeuvre rapide d'un soutènement relativement faible, en contact intime avec la roche"*.

Ainsi, le comportement mécanique (élastique ou non) du soutènement est aussi une composante essentielle de la modélisation d'un tunnel. Ses conditions de mise en place (notamment sa distance de pose au front de taille) doivent être prises en compte de la manière la plus réaliste possible.

Dans la pratique, plusieurs types de soutènements différents sont utilisés, notamment le boulonnage, le béton projeté, les claveaux en béton, les voussoirs et les cintres métalliques, pour ne citer que ceux-là.

La méthode convergence-confinement (Egger, 1973 ; Panet et Guellec, 1974) est largement utilisée depuis plusieurs années pour tenir compte du phénomène d'interaction massif-soutènement dans le dimensionnement des tunnels. De même, des modèles numériques se sont développés (grâce à l'extension de l'informatique) ; ils permettent souvent une modélisation plus fine et précise du problème (prise en compte de l'aspect 3D, par exemple).

Nous allons aborder, dans ce travail, certains aspects fondamentaux concernant le problème de l'interaction massif-soutènement par des approches expérimentales, analytiques et numériques. Une attention particulière sera consacrée aux ouvrages construits dans des roches présentant des effets différés, comme les argiles profondes.

Le but de tous les problèmes traités dans ce travail est de mieux comprendre les phénomènes mécaniques essentiels liés au creusement d'un tunnel profond, dans l'optique d'un dimensionnement optimal de ces ouvrages.

Ce travail est divisé en quatre parties :

- La première partie consiste en une *approche expérimentale* portant sur l'optimisation du dimensionnement des soutènements des galeries creusées dans des roches "tendres" à comportement différé.

Il s'agit de "*l'essai de soutènement à convergence contrôlée*" qui a été réalisé dans une galerie expérimentale in situ et à échelle réelle à 230m de profondeur dans l'argile de Boom (installations belges de CEN-SCK, Mol-Belgique). L'armature de son soutènement est constituée de cintres métalliques coulissants.

On montre notamment comment le choix d'un soutènement particulier et d'une procédure de mise en oeuvre spécifique permet d'aboutir à une optimisation technique et économique de l'ouvrage.

• • On s'intéresse, dans la seconde partie, à la *modélisation numérique* du problème de l'interaction massif/soutènement. Nous commençons par un rappel sur les méthodes d'éléments finis en élasticité, plasticité et viscoplasticité, telles qu'elles sont implantées dans notre code numérique.

Un algorithme original est mis au point pour traiter le problème d'une galerie creusée dans un massif viscoplastique et revêtue par un soutènement plastique. Il permet de modéliser la galerie cintrée décrite dans la première partie, grâce à un modèle 2D en déformation plane. On compare ensuite les résultats obtenus avec ceux issus des mesures expérimentales.

• • • La troisième partie est consacrée à la prise en compte de l'*aspect tridimensionnel* du problème de creusement d'un tunnel.

Après une brève synthèse sur les méthodes numériques existant, nous exposons la méthode d'activation/désactivation des éléments en axisymétrie. A l'aide de celle-ci, nous réalisons une étude paramétrique sur les paramètres essentiels du creusement des tunnels dans des milieux viscoplastiques à soutènements élastiques.

On met ainsi en évidence l'influence majeure de la vitesse de creusement sur l'équilibre de tels ouvrages.

• • • • A l'aide du modèle numérique précédent, des calculs de tunnels dans des milieux élastique ou plastique sont effectués. On traite plusieurs cas de soutènements élastiques en faisant varier notamment leur rigidité, ainsi que la distance de pose au front.

L'objectif de cette quatrième et dernière partie est de comparer finalement les résultats obtenus avec ceux donnés par la méthode convergence-confinement. Cette comparaison débouche sur une analyse critique de cette dernière.

On termine enfin cette étude de l'interaction massif-soutènement par la proposition d'une méthode simplifiée implicite de calcul de tunnel, qui fournit de meilleures approximations que la méthode convergence-confinement dans le domaine de l'élasticité.

\*  
\*       \*  
\*





**PARTIE I**

<p><b><u>APPROCHE EXPERIMENTALE IN SITU :</u></b> <b><u>ESSAI DE SOUTENEMENT A CONVERGENCE CONTROLEE</u></b></p>
--

CHAPITRE 1 - OBJECTIFS, INTERETS ET DESCRIPTION DE L'ESSAI

CHAPITRE 2 - RESULTATS ET INTERPRETATION DE L'ESSAI

CONCLUSIONS SUR L'EXPERIMENTATION



**CHAPITRE 1 :**

**OBJECTIFS, INTERETS ET DESCRIPTION DE L'ESSAI**





## 1.1 - INTRODUCTION

L'étude expérimentale, dont la description fait l'objet de ce chapitre, s'intègre dans un vaste programme portant sur l'étude de la faisabilité des ouvrages souterrains dans les argiles profondes, pour le stockage des déchets radioactifs. Les critères fondamentaux recherchés dans cette étude concernent la stabilité à long terme des ouvrages et l'optimisation de leur dimensionnement.

Le comportement mécanique de la roche (argile de Boom) étudiée présente les caractéristiques principales suivantes :

- A court terme, la résistance mécanique est faible, le rapport entre la cohésion à court terme et la pression lithostatique à la profondeur de l'ouvrage est seulement de 30 % ;
- Radoucissement faible, plasticité importante et seuil élastique nul ;
- A long terme, les effets différés sont très importants.

Il faut donc bien tenir compte de ces caractéristiques dans le dimensionnement des ouvrages dans de tels milieux.

Dans ce contexte, nous avons souhaité tester in situ les performances d'un soutènement à seuil de confinement et à convergence contrôlée (cintres métalliques coulissants) qui semble bien convenir au type de roche étudié et répondre favorablement aux critères fondamentaux recherchés.

L'essai a été conduit à MOL, en Belgique, dans les installations du Centre d'Etudes Nucléaires (C.E.N./SCK). La construction de l'ouvrage a eu lieu pendant la période de novembre à décembre 1987.

La conception, les calculs de dimensionnement, la maîtrise d'oeuvre, le suivi du chantier ont été réalisés au Laboratoire de Mécanique des Solides (LMS) par G. Rousset (voir - Avant-Projet Détaillé - par G. Rousset et D. Rénié, 1987 et la thèse de G. Rousset, 1988). L'ensemble de l'étude a été réalisé pour l'Agence Nationale pour la Gestion des Déchets Radioactifs (ANDRA) et la Commission des Communautés Européennes (CCE), organismes qui ont financé le projet.

Nous avons bénéficié de l'aide des Sociétés UNIMETAL (fabrication, concept du soutènement) et des Mines de Potasse d'Alsace (MDPA) (mise en oeuvre). Le projet de l'instrumentation ainsi que la conception du dispositif de mesure ont été imaginés avec l'aide de SIMECSOL, qui a également été chargé de sa mise en oeuvre.

Les relevés périodiques des mesures ont été effectués par le C.E.N..

Le principal aspect original abordé dans le cadre de notre travail réside dans le suivi et l'interprétation des mesures de cet essai de soutènement à convergence contrôlée (D. Bernaud, 1988).

## 1.2 - OBJECTIFS ET INTERETS DE L'ESSAI

L'objectif essentiel, qui concerne l'optimisation du dimensionnement du soutènement, est de mettre en oeuvre un revêtement de galerie qui, à long terme, ne reprendra seulement qu'une faible partie de la pression lithostatique à la profondeur de la galerie.

Ainsi, le critère fondamental recherché est de *minimiser la valeur à long terme de la pression de soutènement*. Le seul moyen pratique d'arriver à un tel résultat est de permettre la convergence de la paroi de la galerie au cours du temps.

Pour atteindre cet objectif, la technique utilisée est celle du soutènement à seuil de confinement et à convergence contrôlée, qui peut être considérée comme une application particulière de la méthode convergence-confinement (figure 1).

Cette technique est mise en oeuvre dans notre essai, grâce au soutènement par cintres métalliques coulissants. Les avantages de ce type de soutènement sont les suivants :

- L'intérêt essentiel du soutènement par cintres coulissants est qu'il peut être posé très vite et très près derrière le front de taille, ce qui lui permet de s'opposer aux mouvements initiaux du massif, tout en permettant sa convergence différée sous confinement, grâce au coulissement. Ceci permet de limiter la fracturation de la paroi et donc conserver l'intégrité du massif (*sûreté de l'ouvrage*).

- Grâce au coulissement, la convergence à long terme peut être importante, ce qui conduit à une pression ultime sur le soutènement faible (*optimisation du dimensionnement et coût réduit*).

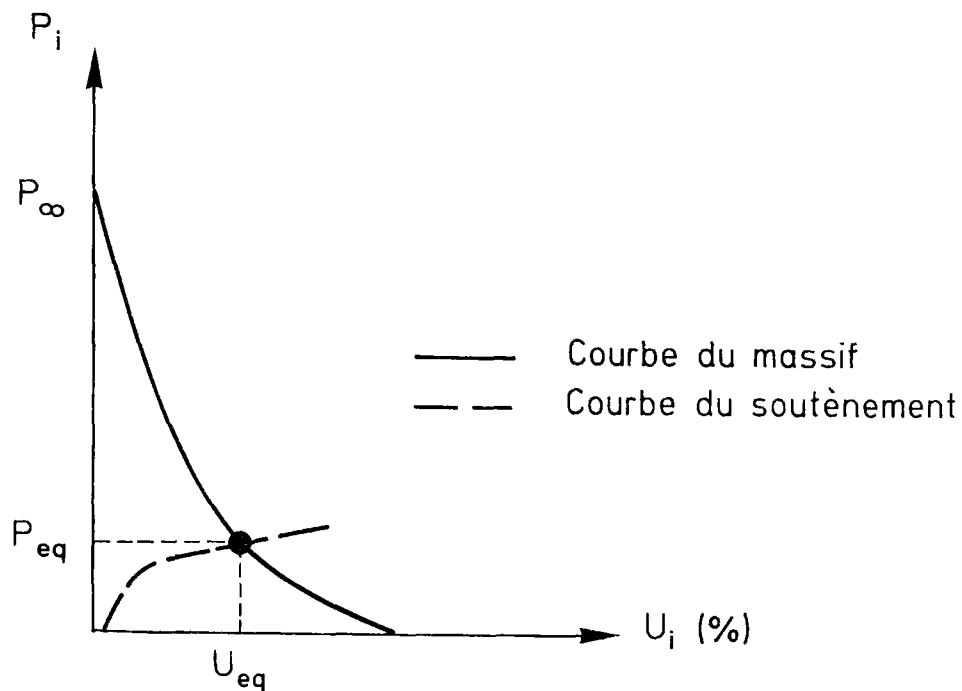


Figure 1 : Intérêt du soutènement à "seuil de confinement" sur l'équilibre à long terme.

### 1.3 - DESCRIPTION SOMMAIRE DE L'OUVRAGE

On résume dans ce paragraphe les caractéristiques principales de l'ouvrage. Un texte plus détaillé sur la description et la construction de la galerie cintrée est donné par G. Rousset (1988).

Il s'agit d'une galerie circulaire de 12 mètres de longueur et de 4 mètres de diamètre intérieur (voir photos dans l'annexe 1).

L'ouvrage est situé dans les installations belges du C.E.N., en prolongement de leur galerie revêtue de claveaux en béton (longueur approximative 40m, diamètre intérieur 3,5m et épaisseur des claveaux 60cm) (figure 2). La galerie cintrée se termine par une zone tampon de 2 mètres de longueur revêtue de claveaux et d'un front hémisphérique consolidé par une couche de 20cm d'épaisseur de béton projeté.

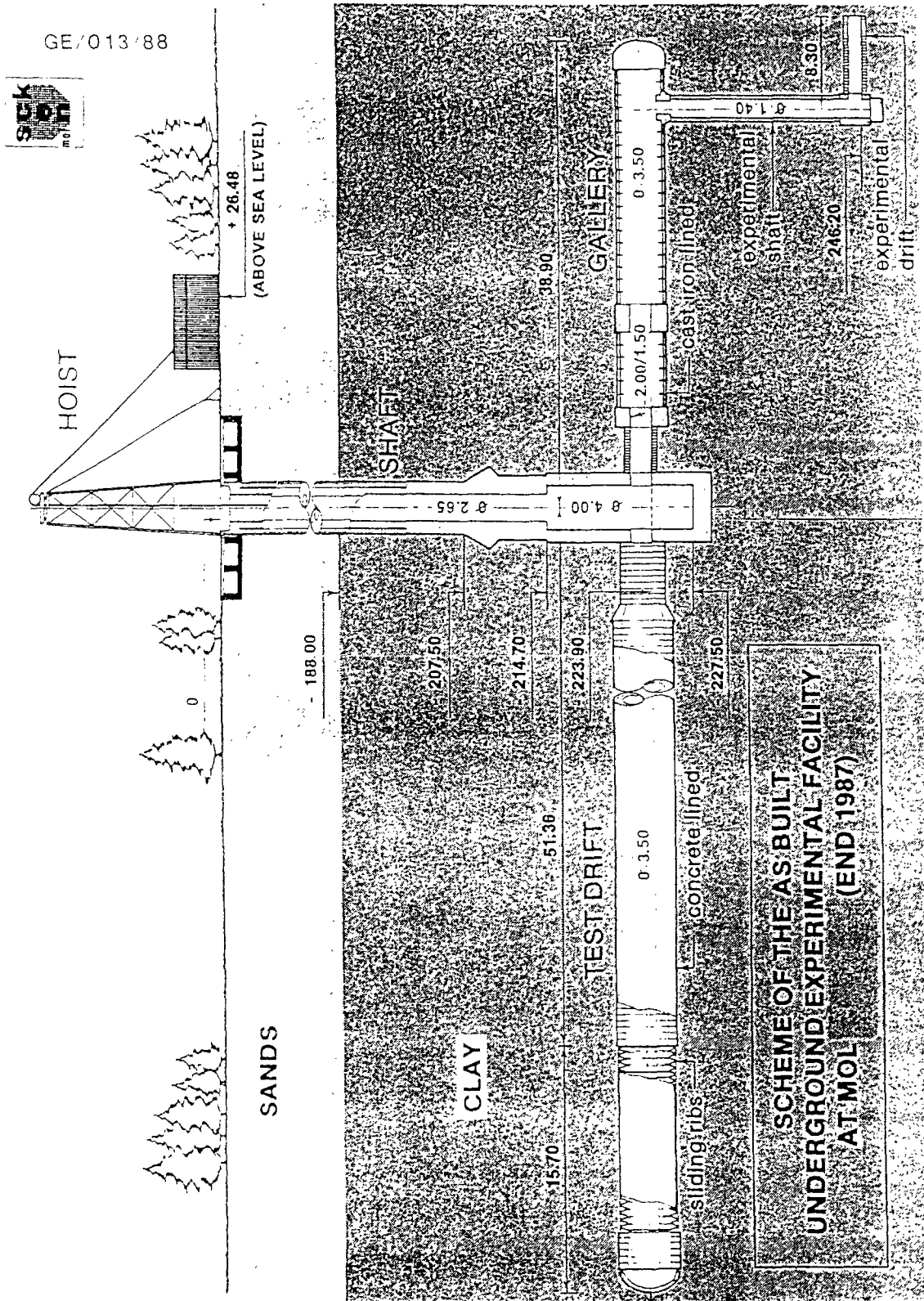


Figure 2 : Implantation de la galerie.

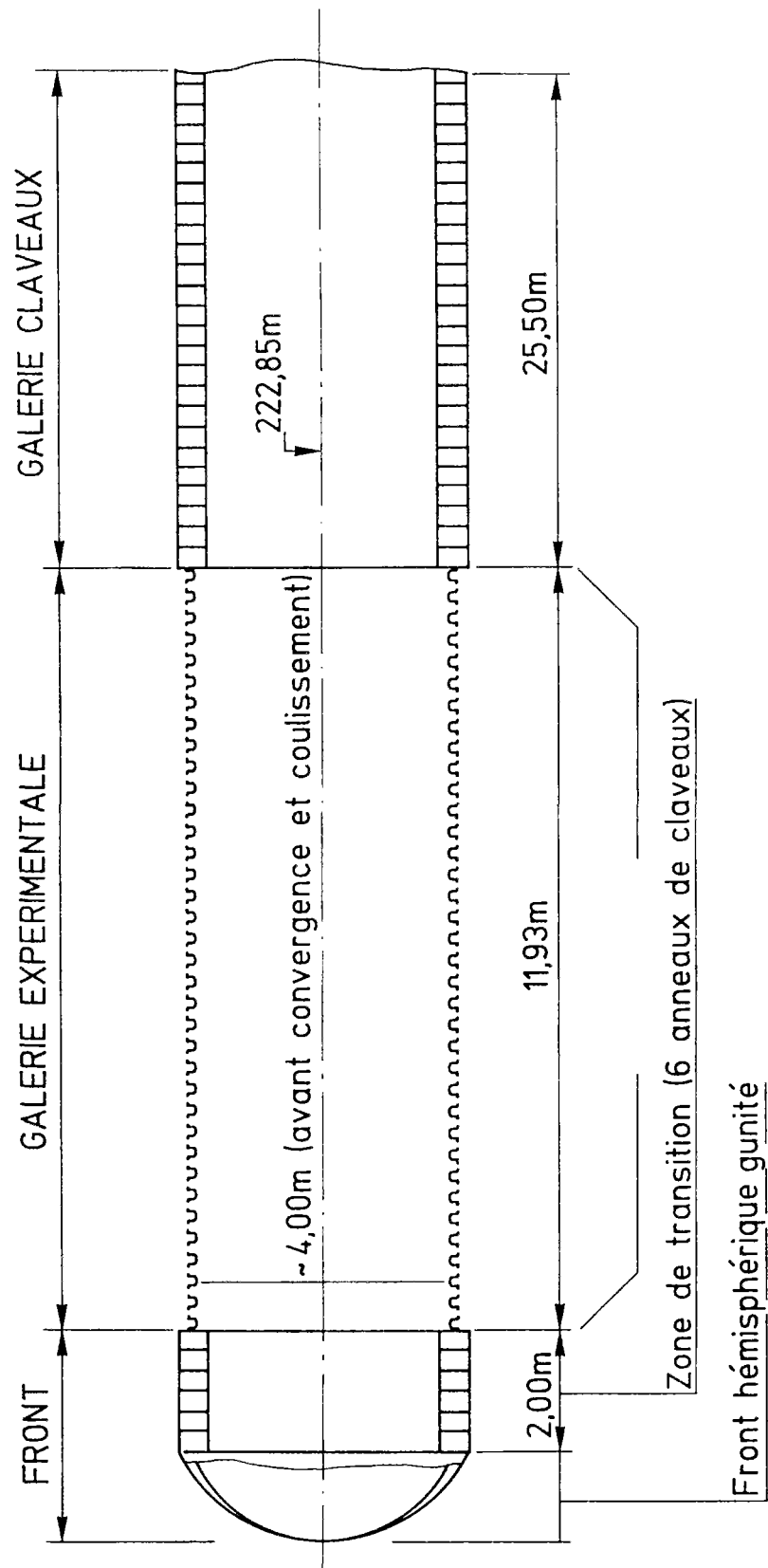


Figure 3 : Coupe longitudinale de la galerie.

L'armature porteuse de son soutènement est constituée de cintres métalliques coulissants de type Toussaint-Heinzmann (TH 44/58) et il y a trois cintres par mètre de galerie (*figure 3*).

Chaque cintre (*figure 6*) est composé de quatre éléments des profils TH assemblés au moyen de l'étrier G 445, dont les caractéristiques sont données dans les tableaux 1 et 2. Le matériau constitutif du cintre est un acier de nuance TH520 possédant une limite d'élasticité de 520 MPa et une résistance à la traction de 650 MPa.

Le principe de fonctionnement des cintres coulissants (assemblage des quatre profils TH) est le suivant :

- Initialement, la poussée du massif sur le soutènement génère des efforts normaux qui sont faibles. Ainsi, le frottement de deux éléments (dû au serrage des boulons) est suffisant pour empêcher qu'un coulisement se produise.

- Ensuite, avec l'augmentation de la poussée du massif (avancement du front de taille ou comportement différé du massif), l'effort normal atteint un certain seuil (de l'ordre de 80tf pour le couple de serrage des boulons égal à 800Nm), le frottement n'est plus suffisant et un coulisement se produit.

Chaque joint (il y a quatre joints par anneau) de cet assemblage peut coulisser jusqu'à une certaine valeur limite, à partir de laquelle un dispositif de blocage (butées soudées) arrête le coulisement. Dans notre ouvrage, cette valeur limite vaut 29cm.

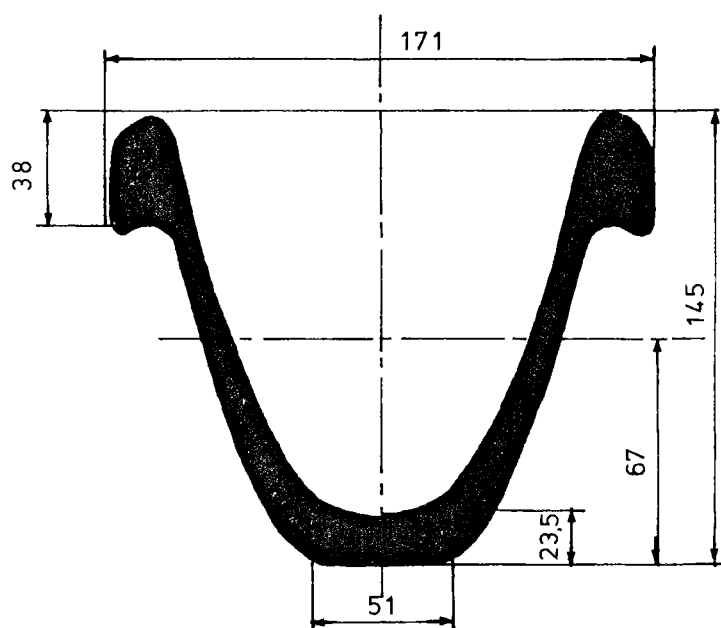


Figure 4 : Section du TH 44/58.

Caractéristiques		
- Poids	44,3	kg/m
- Surface	56,41	cm <sup>2</sup>
- Inertie $I_x$	1175	cm <sup>4</sup>
- $W_x = I_x / v_x$	150	cm <sup>3</sup>
- Inertie $I_y$	1446	cm <sup>4</sup>
- $W_y = I_y / v_y$	169	cm <sup>3</sup>
- Hauteur totale des 2 profils emboîtés	186	mm

Tableau 1 :

Caractéristiques du TH 44/58.

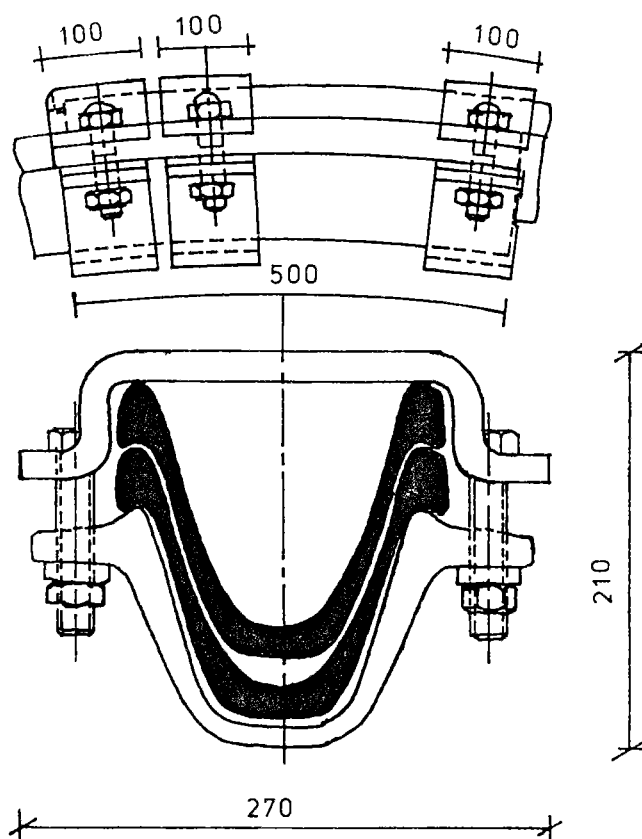


Figure 5 : Assemblage G 445.

Caractéristiques		
- Poids du G 445	33,43	kg
- Couple moyen de serrage	500	Nm
- Couple maxi de serrage	800	Nm

Tableau 2 :

Assemblage G 445.



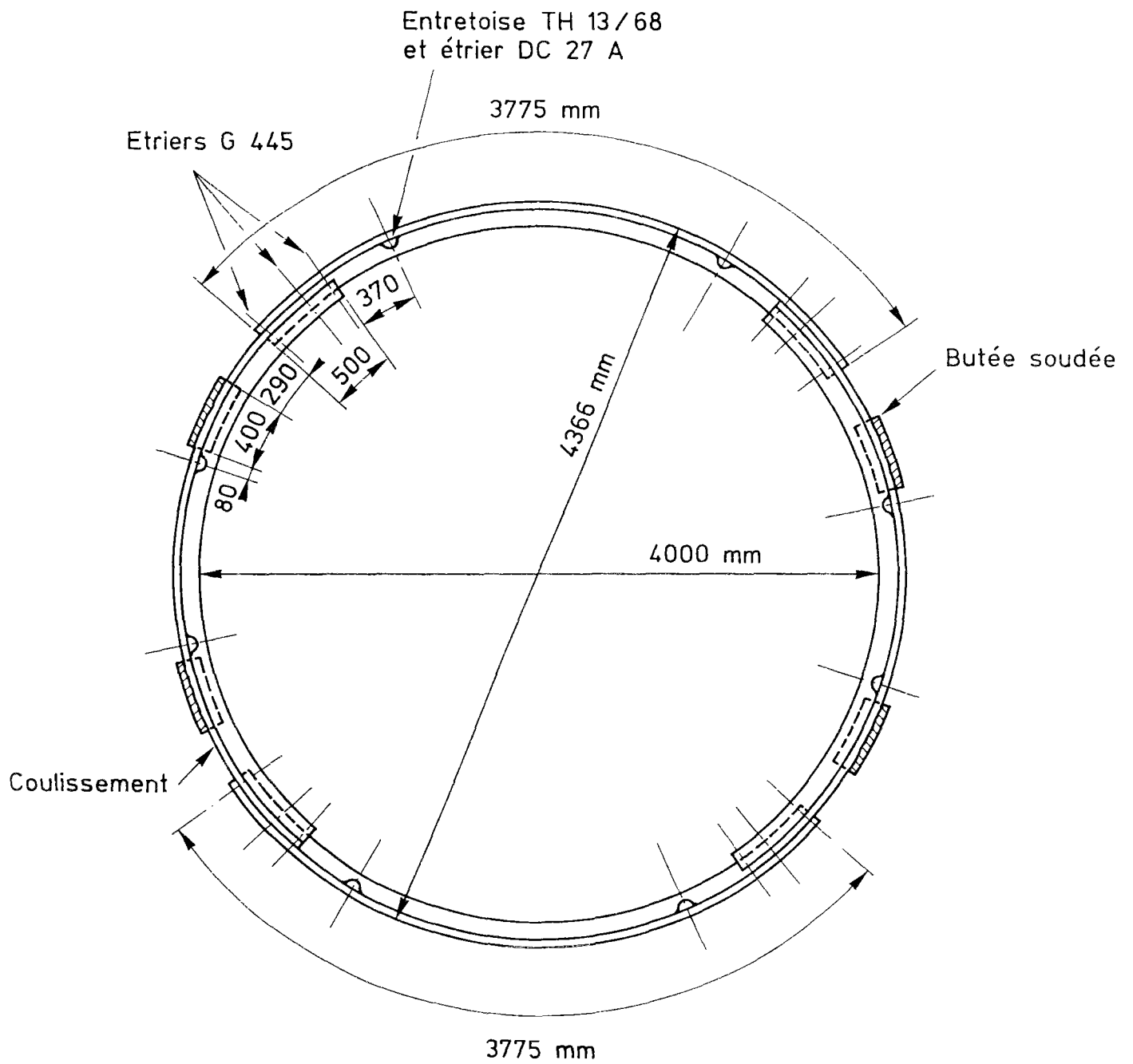


Figure 6 : Cadre métallique de la galerie.

#### 1.4 - MISE EN OEUVRE

On verra dans les chapitres suivants que l'"histoire du chargement" a une influence importante sur l'équilibre à long terme des tunnels, dans les roches viscoplastiques. Pour notre essai, on a veillé à ce que les prescriptions essentielles du Cahier des Charges concernant ces aspects (régularité, rapidité, efficacité) soient scrupuleusement respectées.

- La régularité du chantier a été très satisfaisante comme le montre la figure 7 ; les arrêts de chantier n'ont jamais dépassé 48 heures. Ce point est important, notamment pour garantir la répétitivité des mesures d'un anneau à l'autre.

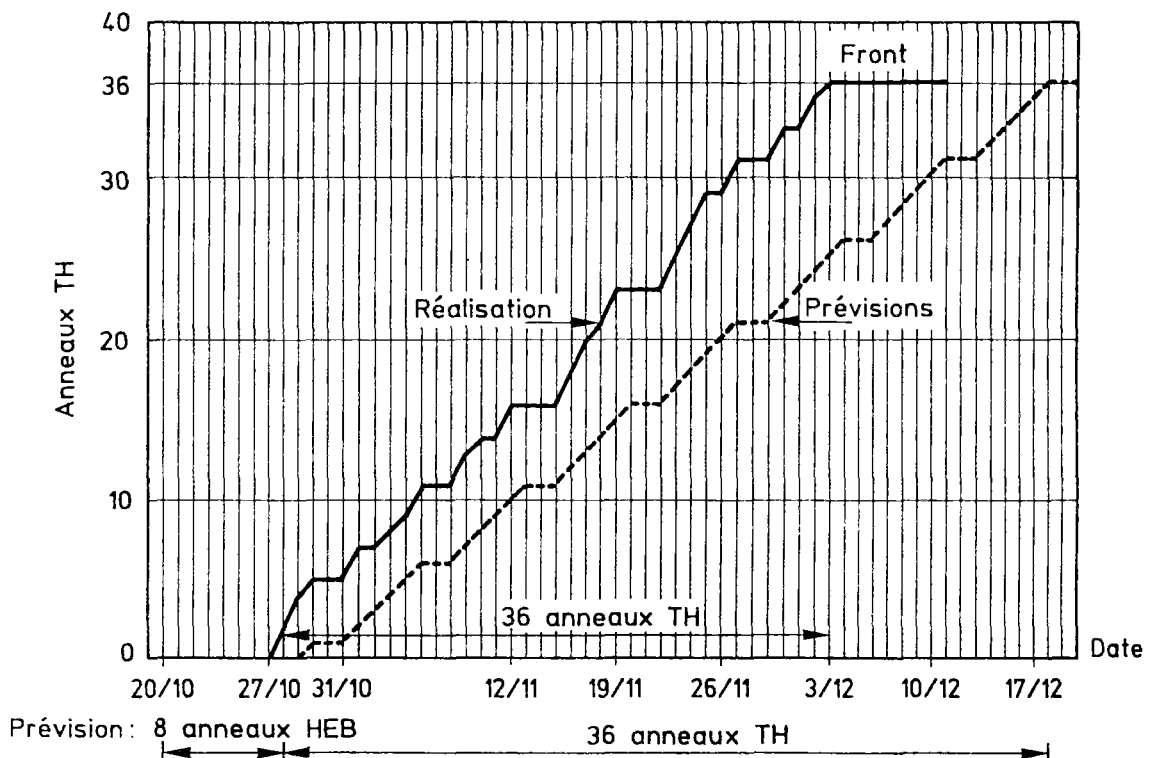


Figure 7 :Diagrammes d'avancement.

- La rapidité de construction est fondamentale dans les ouvrages construits dans des milieux présentant des effets différés (la partie III est consacrée à cette étude) : le soutènement doit être actif avant que le massif ne présente une décompression trop importante.

Même si le creusement de notre galerie expérimentale a été peu mécanisé, la vitesse d'avancement du front de taille a été suffisamment élevée. Le rendement global a été de 2,3m par semaine, ce qui représente une vitesse ramenée au rayon de la galerie de  $0,15 \text{ j}^{-1}$  (la vitesse de la galerie belge en claveau de béton est inférieure, de  $0,1 \text{ j}^{-1}$ ).

- Le découvert, ou plutôt la distance de pose du soutènement au front, doit être assez faible de façon à ce que celui-ci puisse être efficace, et limite la décompression du massif sous contrainte nulle.

Dans notre galerie, la longueur non revêtue a été de 2,1m au maximum, soit de l'ordre de un rayon. Ceci est représenté sur la figure ci-après.

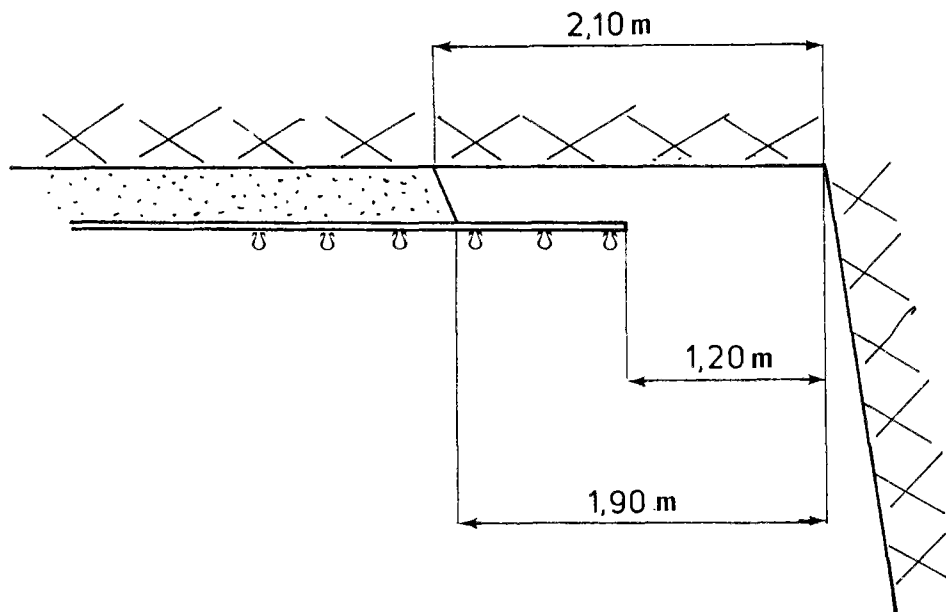


Figure 8 : Découverts : distance de pose du soutènement.

- Le colmatage, très efficace par "gunitage", de l'espace annulaire entre la paroi de la galerie et son revêtement a été réalisé régulièrement avec un mélange de sable, ciment et bentonite. Un bon colmatage est fondamental pour permettre une bonne répartition des contraintes dans le revêtement et assurer ainsi leur homogénéité.

CHAPITRE 2 :

RESULTATS ET INTERPRETATION DE L'ESSAI





## 2.1 - INSTRUMENTATION

L'instrumentation qui a été mise en oeuvre dans cet essai vise à apprécier la poussée radiale exercée par le massif sur le soutènement, les efforts dans le soutènement, ainsi que la convergence de celui-ci.

Pour cela, cinq types de mesure sont réalisés :

- Coulisement au niveau des étriers,
- Contraintes totales à l'interface massif-soutènement (cellules GLOTZL),
- Déformation locale des cintres (extensométrie sur cintre),
- Convergence des anneaux,
- Déplacements dans le massif (extensométrie en forage).

Le coulisement est mesuré sur la totalité des 36 cintres, alors que les mesures de contrainte, déformation et convergence ne sont effectuées que sur les cintres numéro 4, 15, 22 et 32 (*figure 1*), appelés dans la suite "cintres de mesure".

Avant de passer aux résultats, examinons en détail le principe de fonctionnement de ces systèmes de mesure.

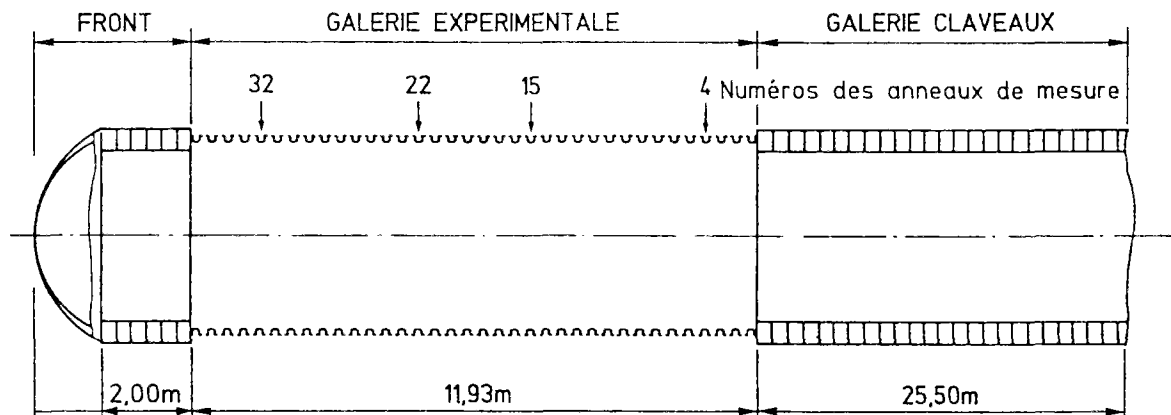


Figure 1 : Emplacement des anneaux de mesure.

**a) Mesure de déformation dans les cintres**

Ce type de mesure permet de déterminer indirectement les efforts généralisés (l'effort normal et le moment fléchissant) dans les cintres et constitue donc un élément essentiel du système de mesure.

La mesure est effectuée au moyen d'un *extensomètre mécanique* (mesure visuelle sur un comparateur). L'appareil donne la variation de longueur d'une base de 50cm matérialisée par deux plots de forme conique fixés par soudage en surface des cintres.

Les cintres de mesure sont équipés de 60 plots répartis, comme indiqué sur la *figure 2*, sur douze sections du cintre (4 pour la couronne, 4 pour la sole et 2 pour chaque piedroit).

Il y a donc cinq plots par section, 2 proches de l'extrados, 2 très proches de la fibre neutre et 1 à l'intrados. La position de ces plots a été choisie de façon à connaître avec précision le diagramme de déformation des sections. On verra plus loin que la connaissance de ce diagramme de déformation permettra de calculer les déformations généralisées (déformation moyenne et courbure) et ensuite, grâce à la loi de comportement du cintre, les efforts généralisés dans le cintre.

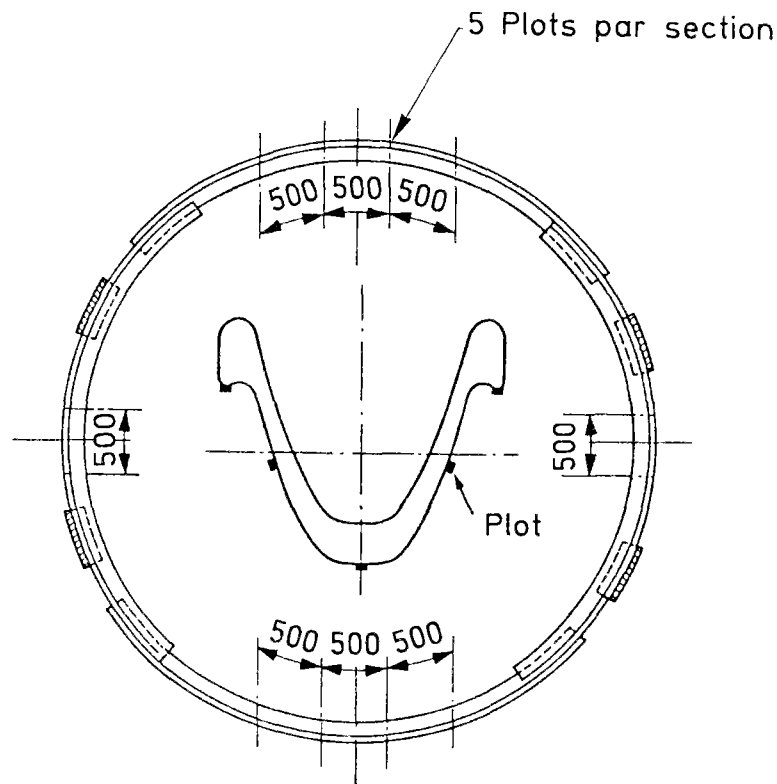


Figure 2 : Mesure extensométrique sur les anneaux TH.  
- Implantation des plots -

### b) Mesure de convergence des anneaux

Cette mesure permet de connaître la déformée de l'anneau dans son plan. Elle est effectuée au moyen d'un *distancemètre* à fils d'Invar, que l'on tend entre des plots spéciaux soudés sur les anneaux.

Il y a huit plots par cintre de mesure fixés par soudage à l'intrados des cintres (figure 3). La lecture se fait sur un vernier et la précision est de l'ordre de  $1/10\text{mm}$ .

Pour l'interprétation, on calcule les déplacements horizontaux et verticaux des points concernés, à partir des mesures brutes, grâce à une méthode de résolution de problème inverse. Le problème à  $(2n-3)$  inconnues (deux déplacements par point, soit  $2n$ , moins un point et une direction prise fixe, soit 3) et  $p$  équations (les  $p$  mesure de cordes). Le nombre de cordes (ou le nombre d'équations) est volontairement supérieure à  $(2n-3)$ .

Des mesures de nivellement permettent ensuite de recaler les anneaux dans un repère absolu lié à la recette du fond, prise comme point fixe.

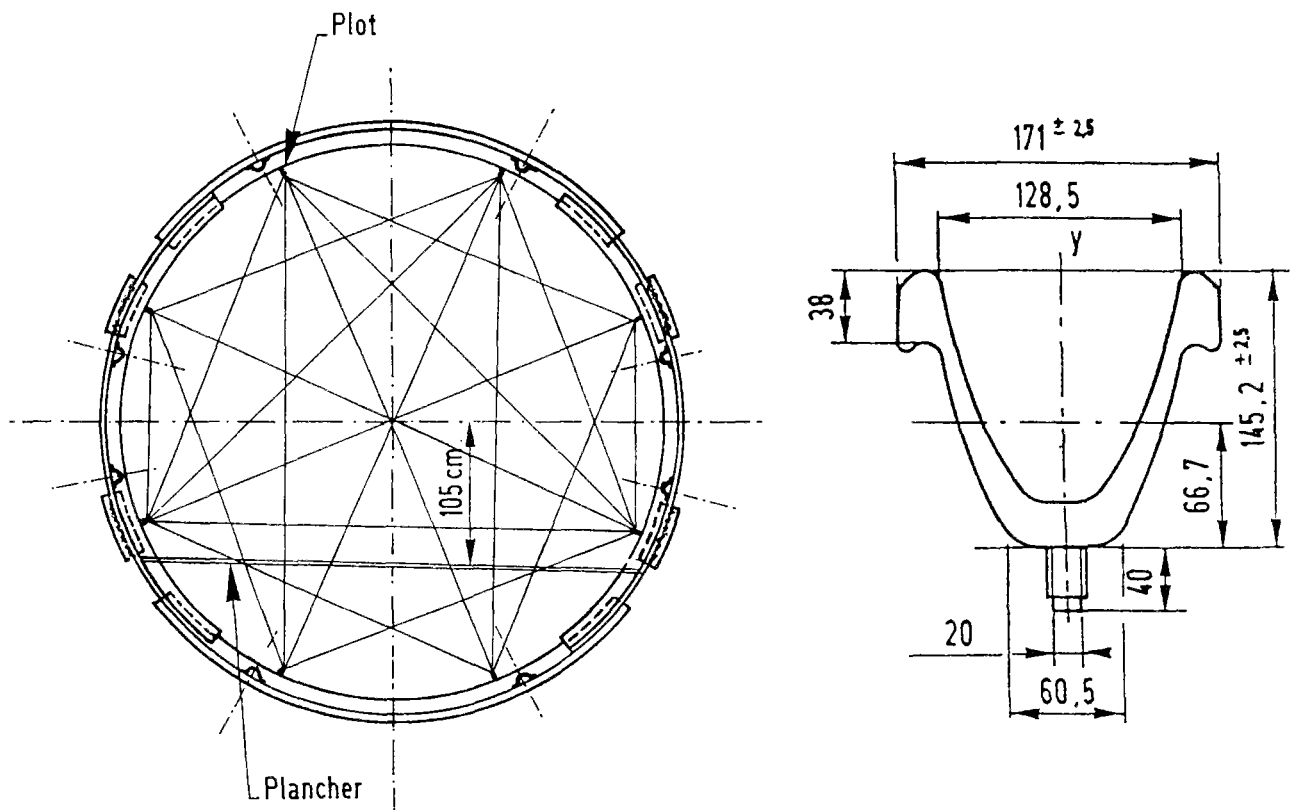


Figure 3 : Mesure de convergence sur les anneaux TH.

- Implantation des plots et schéma des cordes -



### c) Mesure du coulisement

La mesure de coulisement permet d'une part de connaître directement la variation de la circonférence des anneaux et d'autre part de déclencher la procédure de resserrage(\*) des boulons de l'assemblage G 445.

Le système est simple : des réglets sont fixés sur les éléments de sole et de couronne des cintres TH (2 par élément), dans l'espace libre qui existe entre les divers éléments dans chaque zone de coulisement (figure 4). Tous les anneaux sont ainsi équipés. La lecture du réglet, l'élément "supérieur" servant de repère, permet de déterminer le coulisement avec une précision du demi-millimètre.

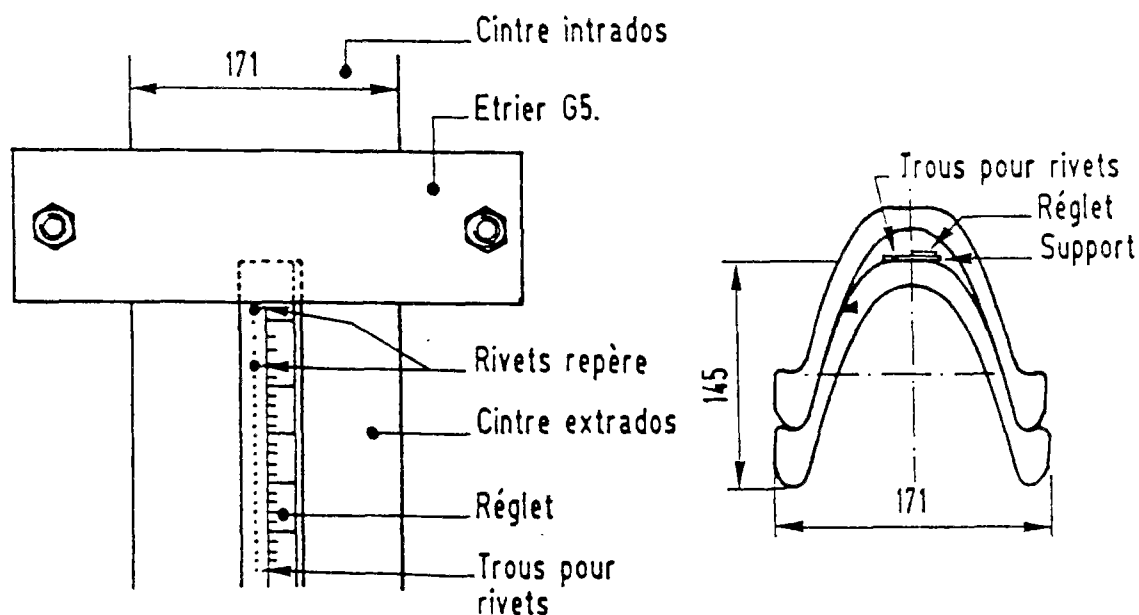


Figure 4 : Mesure du coulisement et dispositif d'alerte.  
- Implantation des réglets -

---

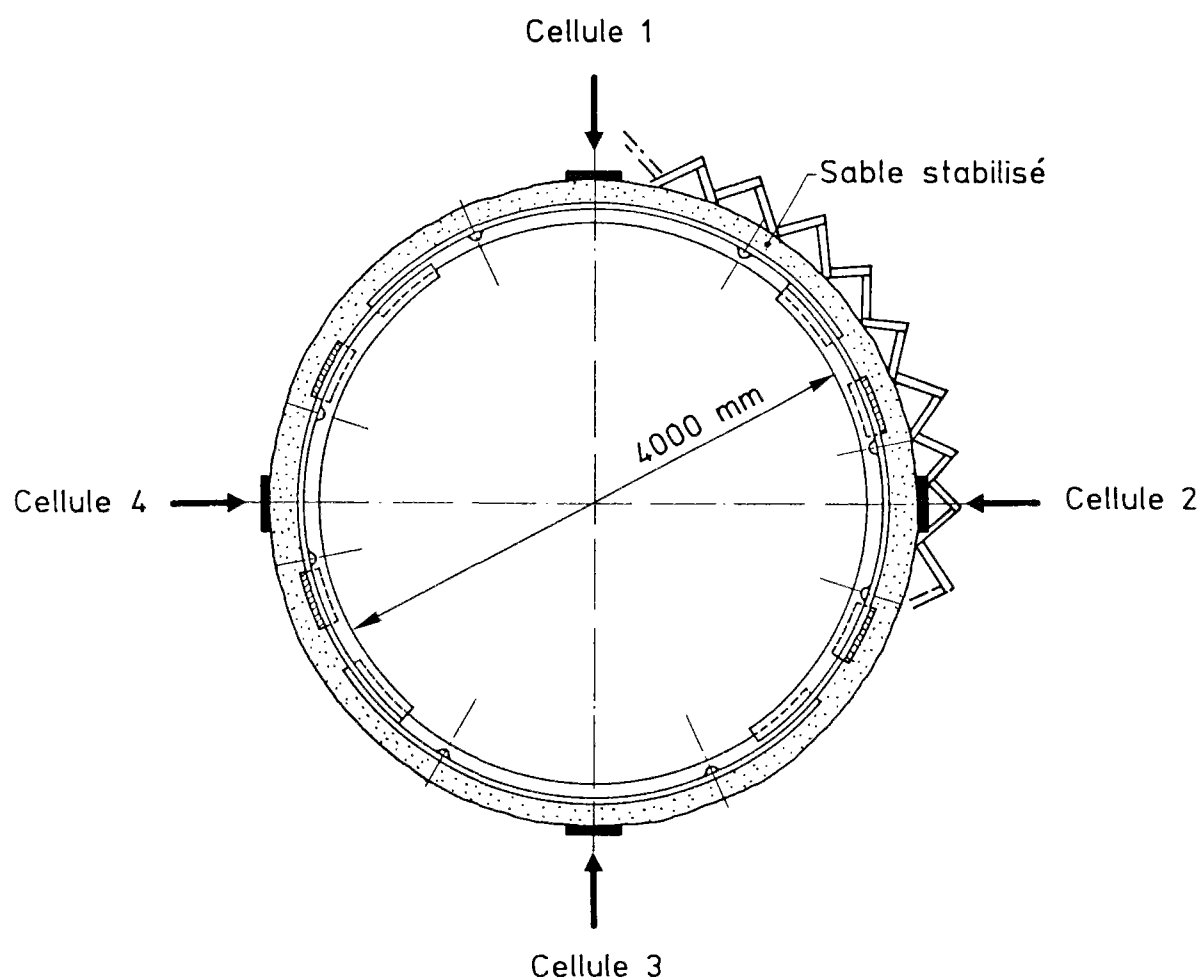
#### (\*) Procédure de resserrage :

Pendant la durée du chantier, un resserrage a été effectué sur les étriers dont le coulisement était de 10mm supérieurs à la valeur qu'il avait atteint lors du resserrage précédent. De plus, si le coulisement total dépasse la valeur de 60mm, le couple de resserrage est de 800Nm au lieu de 600Nm. Un resserrage général a eu lieu en Février 1988 (45 jours après la pose du dernier cintre).

**d) Mesure de contrainte totale**

Cette mesure permet de connaître localement la poussée radiale du massif sur le soutènement. Elle est effectuée au moyen de quatre *cellules* *GLOTZL* (figure 5) installées avec précaution à l'interface argile-sable stabilisée sur les cintres de mesures.

Les cellules sont raccordées par des tubulures à un répartiteur placé près de l'anneau concerné. Le dispositif de mesure consiste en une pompe et un manomètre sur lequel on lit la contrainte cherchée.



*Figure 5 : Mesure de contrainte totale.*  
- Implantation des cellules -

***e) Mesure de déplacement au sein du massif***

Cette mesure permet de connaître les déplacements radiaux de quelques points du massif. Elle est effectuée au moyen de deux *extensomètres de forage*.

Deux forages verticaux vers le bas, sont équipés chacun de trois tiges ancrées respectivement à 10, 4 et 1,7m de distance des cintres. Elles sont positionnées à proximité des cintres de mesure n° 15 et 22.

Les déplacements des points d'ancrage par rapport à la tête de forage sont mesurés à l'aide d'un comparateur.

***f) Mesure de déplacements verticaux des cintres par nivellement***

Les mesures précédentes ne permettent pas de connaître le déplacement vertical absolu de l'ensemble des cintres. Aussi, des mesures de nivellement ont été prévues.

*L'ensemble des mesures prévues ont été réalisées régulièrement depuis la construction de la galerie sur les cintres de mesure (ou sur tous les cintres, pour le coulisement).*

## 2.2 - RESULTATS DE L'EXPERIMENTATION

*La présentation des résultats de l'essai, donnée dans ce paragraphe, concerne les valeurs mesurées pendant une période de plus de deux années allant de Novembre 1987 à Décembre 1989.*

*On examine successivement les mesures de coulisement et convergence, de pression et de déformation.*

### 2.2.1- Mesures de coulisement et de convergence des cintres

- **Mesures de coulisement :**

Un des buts essentiels d'une structure de soutènement pour une galerie profonde, composée d'un assemblage d'anneaux qui peuvent coulisser, est de permettre au cintre d'accompagner les mouvements de convergence du massif sans toutefois subir des déformations trop importantes.

L'expérimentation dans la galerie de Mol montre comment se développe le coulisement des cintres : il est localisé dans les quatre joints d'assemblage de chaque cintre et il commence quand la poussée du massif a atteint une certaine valeur.

Pour un anneau, la somme des mesures du coulisement réalisée sur chacun des quatre joints d'assemblage, donne exactement la variation de la circonférence de l'anneau.

Afin d'avoir une idée du comportement global de la galerie, les courbes de coulisement total en fonction du temps (*figure 7*) ont été tracées pour sept cintres (les 4 cintres de mesure plus 3 autres). Les positions de ces anneaux sont indiquées sur la *figure 6*.

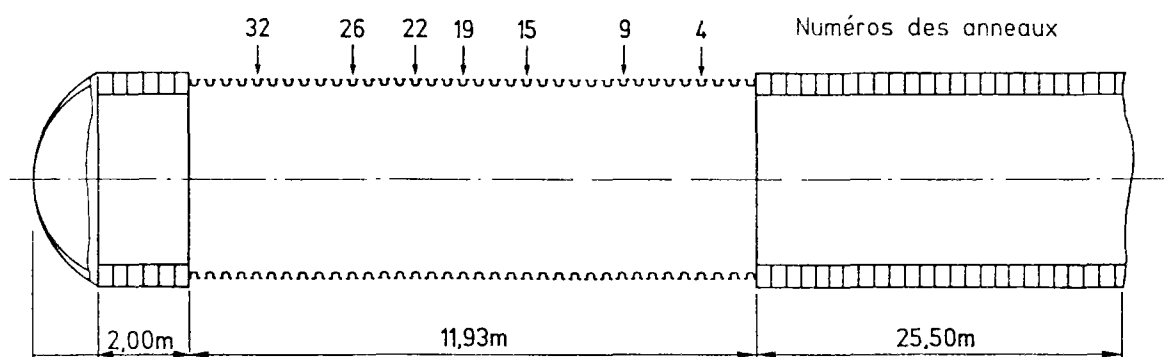


Figure 6 : Position des sept cintres dans la galerie.

Le temps zéro de chaque courbe correspond à la pose du cintre correspondant quelques heures après l'excavation de la section ; la dernière mesure est à la date du 13/12/89.

Le coulisement se produit par des "créneaux" successifs dans tous les cintres. L'ampleur de ces créneaux tend à diminuer avec le temps.

Les courbes des *figures 7(a-g)* présentent les mêmes allures, même vitesse initiale du coulisement et un certain décalage des valeurs des premiers paliers, qui peut être associé à la position du cintre dans la galerie, c'est-à-dire à la proximité des extrémités (effet de bord).

On observe aussi que les effets différés sont très marqués. Par exemple, pour le cintre 15, la part du coulisement survenu après la fin du creusement (le 3/12/87) représente, deux ans après la réalisation de l'ouvrage, 85% du coulisement total.

Les paliers observés sur les courbes correspondent aux périodes où il n'y a pas eu de coulisement, la poussée du massif étant inférieure au seuil de coulisement. Le premier grand palier commun à chaque cintre correspond au moment du resserrage général des boulons des étriers qui a eu lieu début février 1988 et qui a eu pour effet d'augmenter le seuil de coulisement.

Le coulisement total fonction des numéros des cintres est tracé, pour plusieurs dates sur la *figure 8*. Au 13/12/89, c'est-à-dire 24 mois après la fin du chantier, la moyenne des valeurs de coulisement des 36 cintres est de 256mm, et l'écart type est de 16% de cette valeur.

On insistera, dès à présent, sur la qualité et la régularité des mesures : une valeur d'écart-type aussi faible est en effet exceptionnelle en géotechnique.

Néanmoins, on peut observer que le coulisement total ne se répartit pas de façon homogène sur les 4 joints d'un anneau. Les figures 9(a-d) illustrent ce phénomène pour les quatre cintres de mesure.

Au 13/12/89 les valeurs moyennes (sur 36 cintres) des coulisements de chaque joint sont les suivantes :

Joint N° 1 (haut et est)	:	78,9 mm
Joint N° 2 (bas et est)	:	36,8 mm
Joint N° 3 (bas et ouest)	:	75,6 mm
Joint N° 4 (haut et ouest)	:	64,4 mm

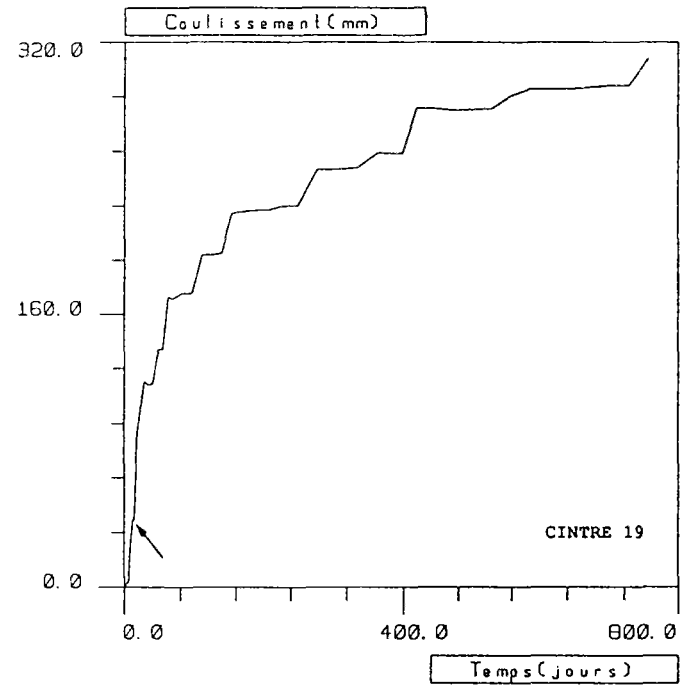
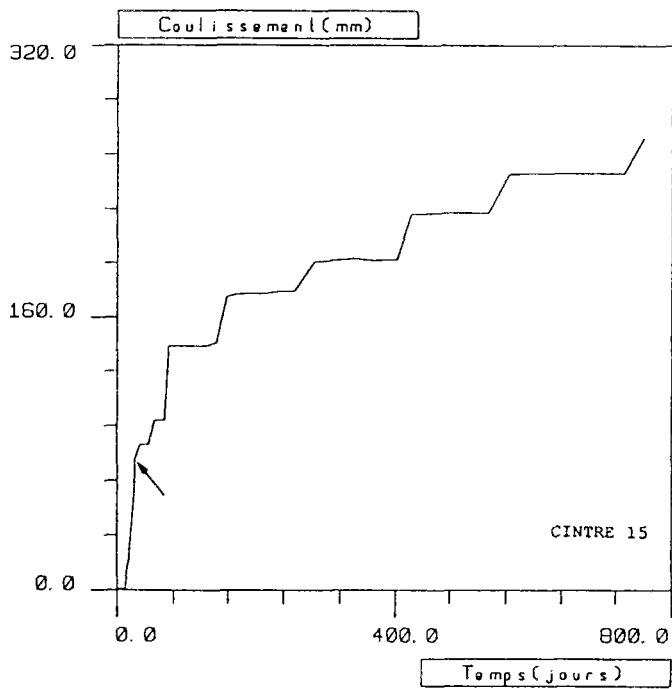
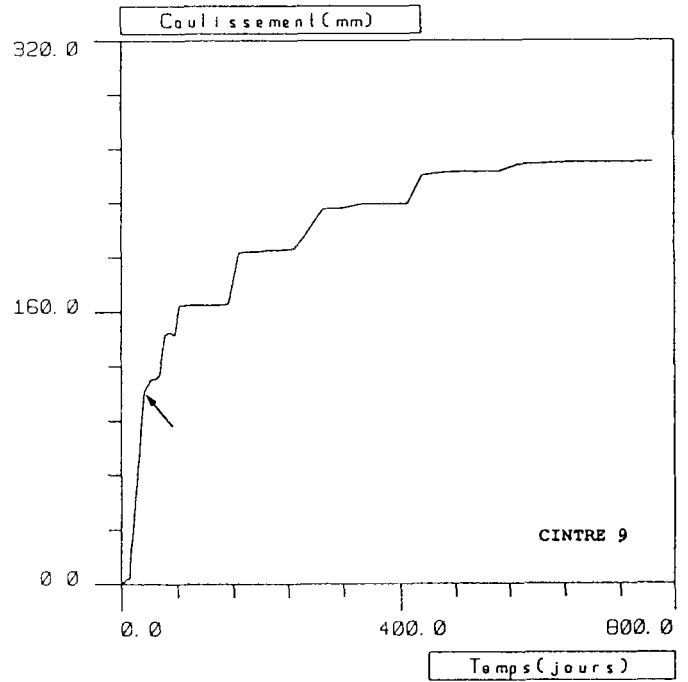
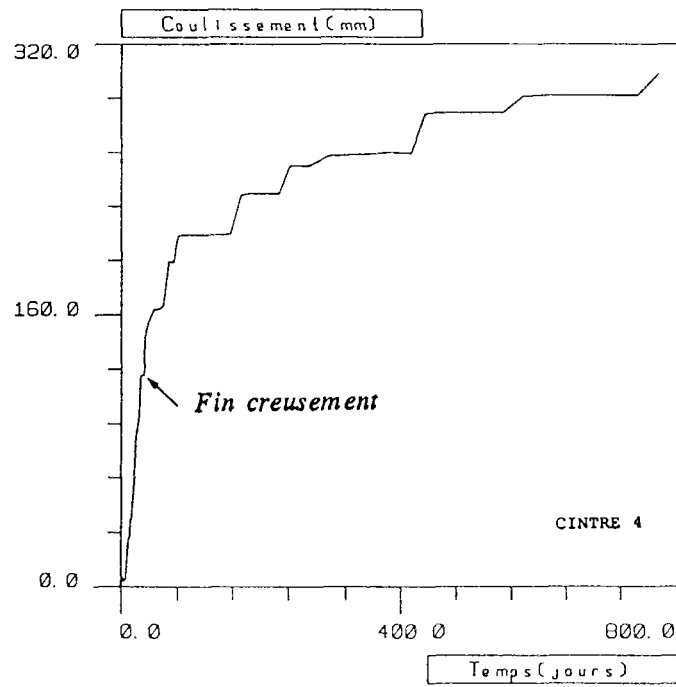


Figure 7 (a-d) : Coulissements totaux (somme des 4 joints).

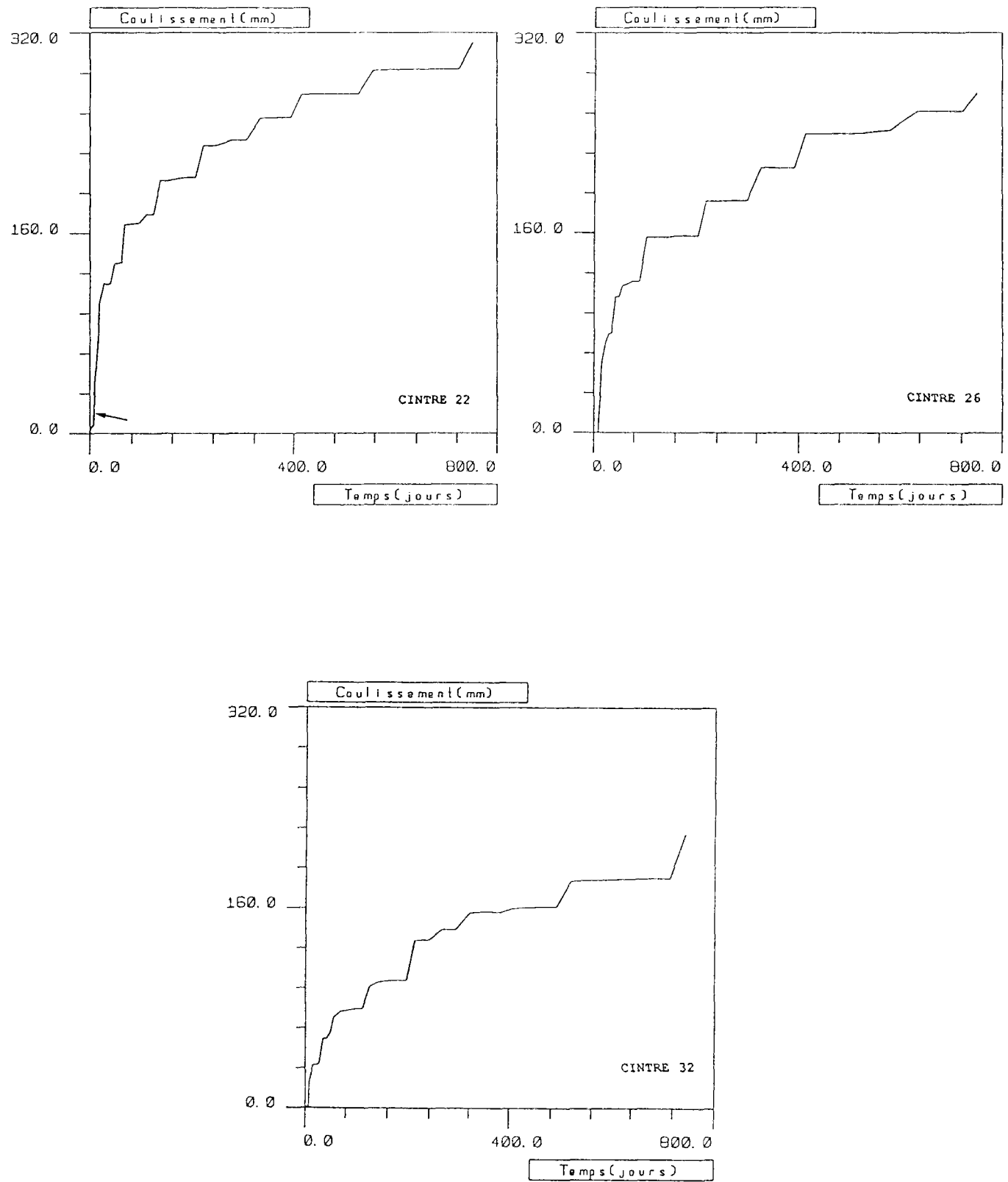


Figure 7 (e-g) : Coulissements totaux (somme des 4 joints).

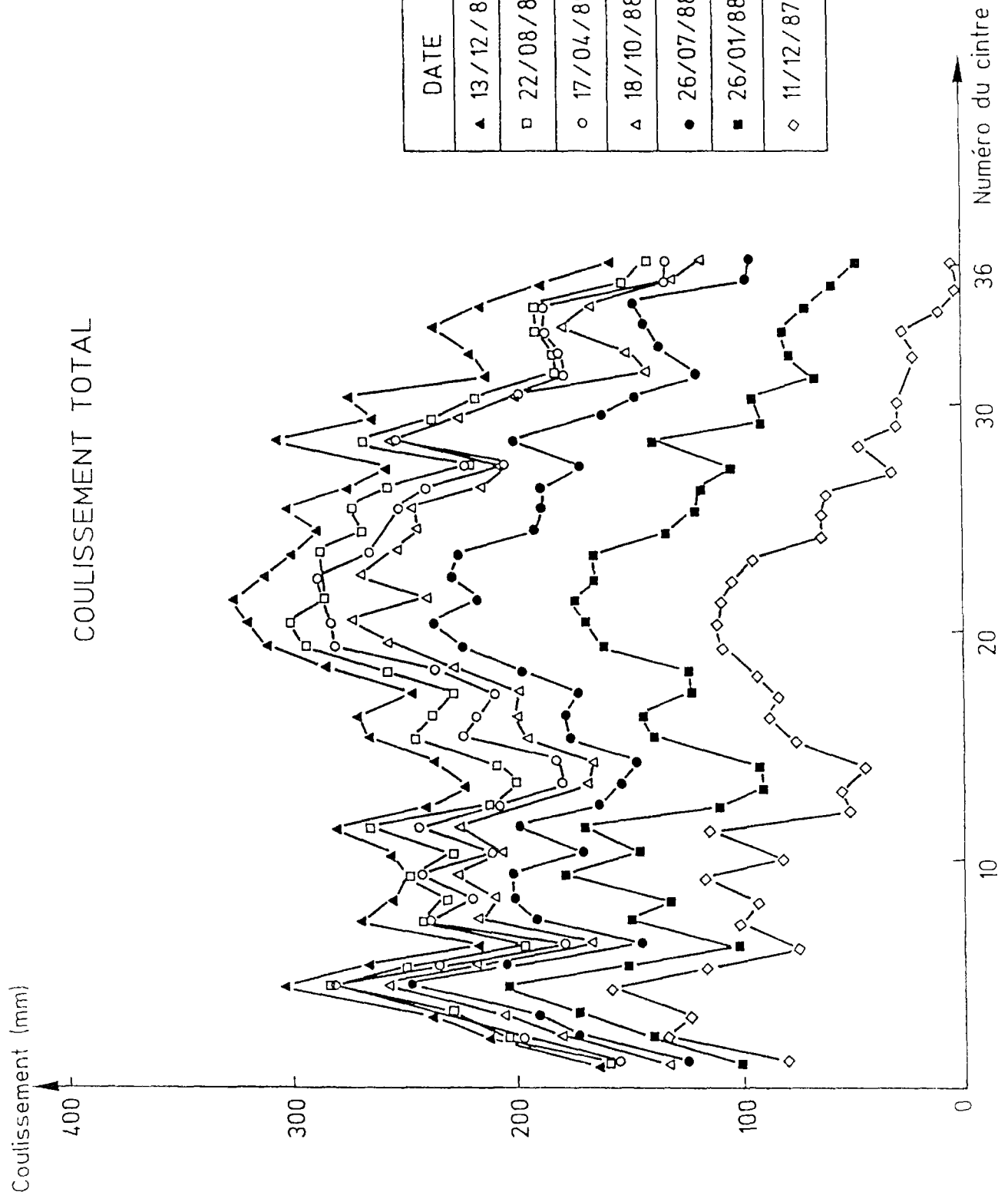


Figure 8 : Coulissement total des cintres.



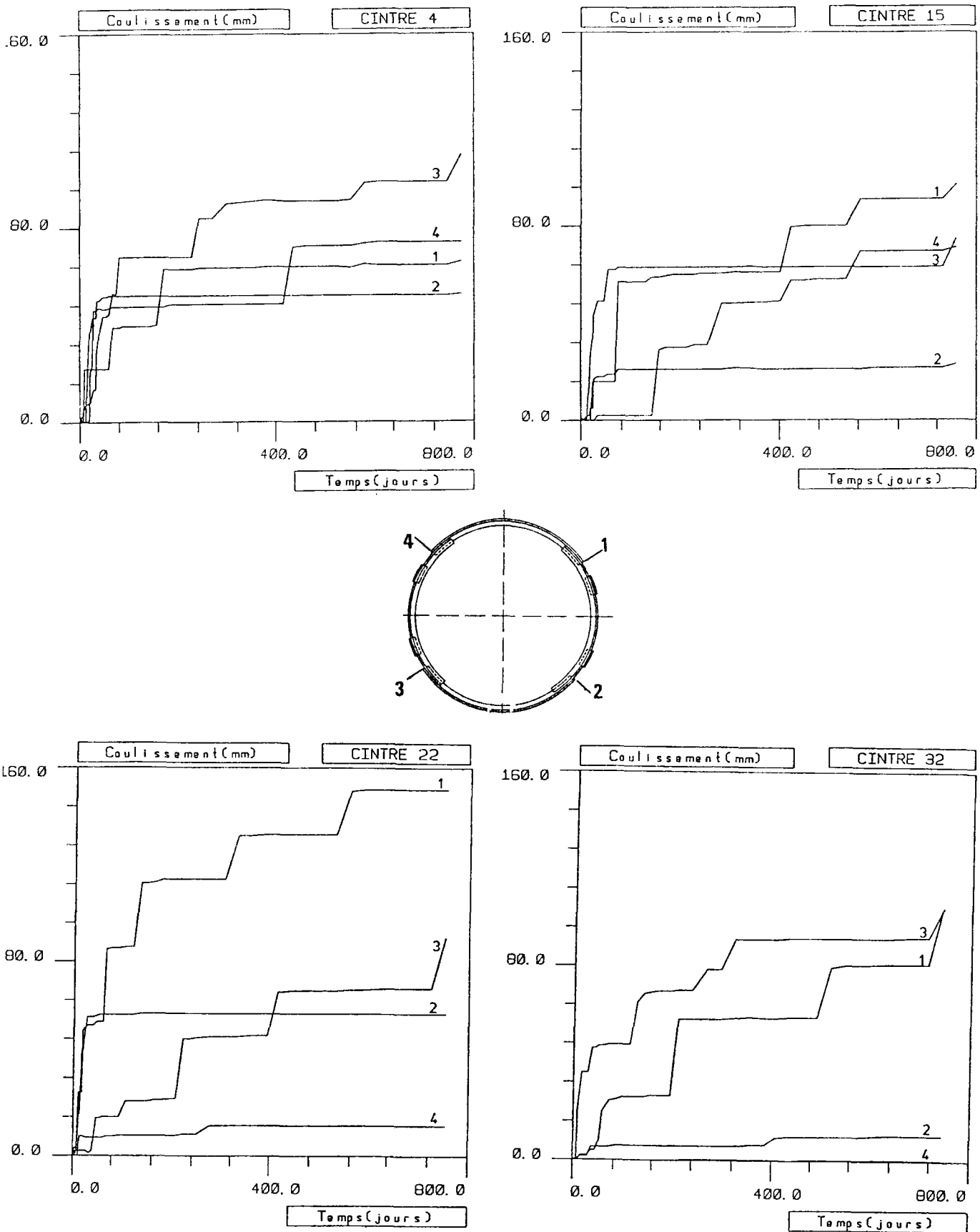


Figure 9(a-d) : Coulissement de chaque joint.

- **Mesures de convergence :**

A l'aide des mesures de diverses cordes et des mesures des coulissements des joints, la déformée d'un cintre peut être dessinée.

Ces mesures montrent que la déformée de chaque cintre reste remarquablement circulaire (*figures 10 à 13*), ce qui indique que le champ de contrainte géostatique est peu anisotrope. On peut toutefois observer une légère ovalisation (inférieure à 10%), avec un axe vertical plus grand que l'axe horizontal.

- **Synthèse :**

En résumé, sur ces mesures de coulissement et de déformation globale, deux ans après la fin du chantier, on peut noter les tendances suivantes :

- Les convergences différées sont largement plus importantes que les convergences à court terme qui se sont produites lors de la réalisation de l'ouvrage.

- La convergence totale maximale due au coulissement vaut **2,60 %** (coulissement total divisé par la circonférence), dans le cintre 21.

- La convergence maximale (d'après les mesures directes des diamètres) vaut **2,59 %** dans le cintre 4.

- Le coulissement moyen sur l'ensemble des 36 cintres vaut **2,04 %**.

- Localement, le coulissement maximal vaut 186mm dans le joint 1 du cintre 23 ; aucune des butées n'est donc opérationnelle (rappelons que la course maximale des joints avant butée est de 290mm).

- Les coulissements continuent de se développer en raison du comportement différé de l'argile, mais avec une tendance au ralentissement.

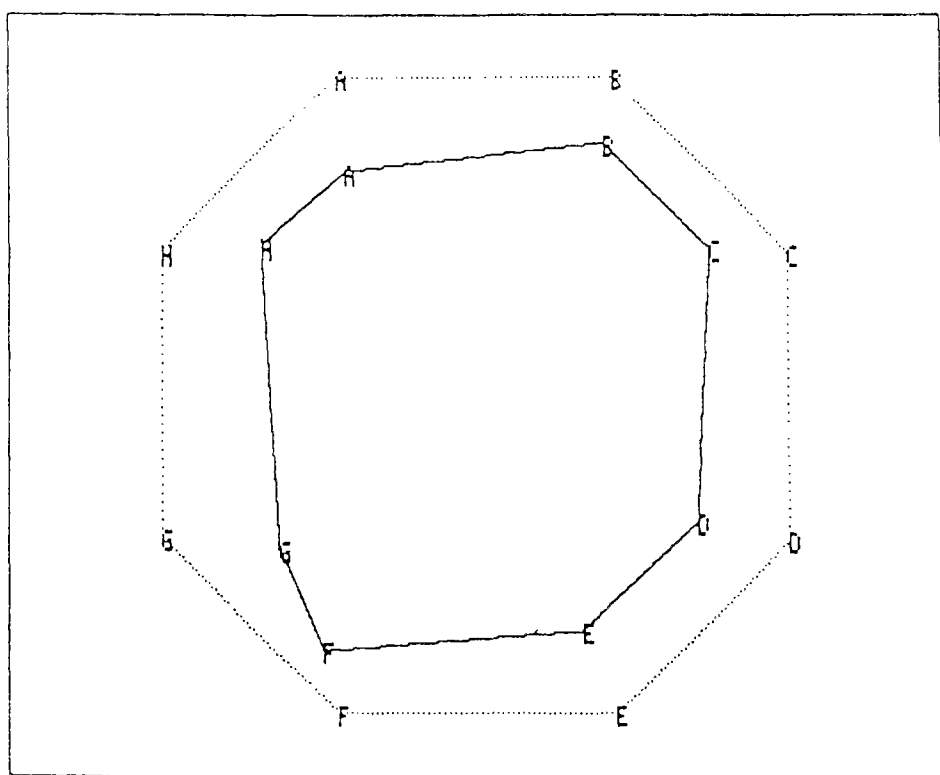


Figure 10 : Déformée du cintre 4( $t = 13/12/89$ ) avec déplacements réels grossis 10 fois.

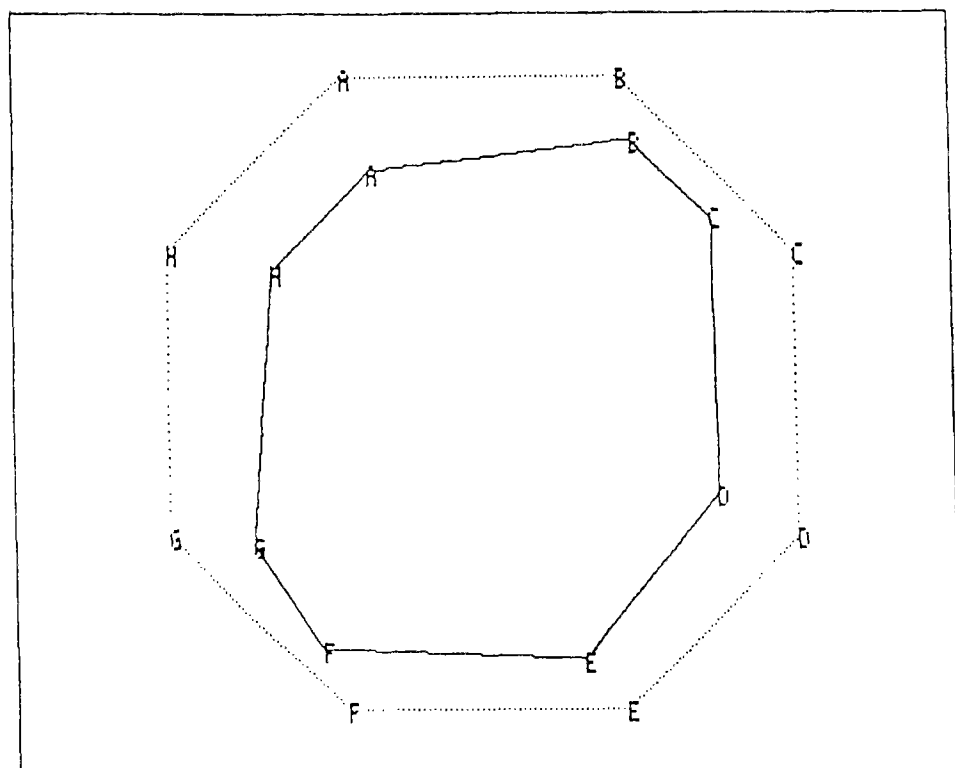


Figure 11 : Déformée du cintre 15( $t = 13/12/89$ ) avec déplacements réels grossis 10 fois.

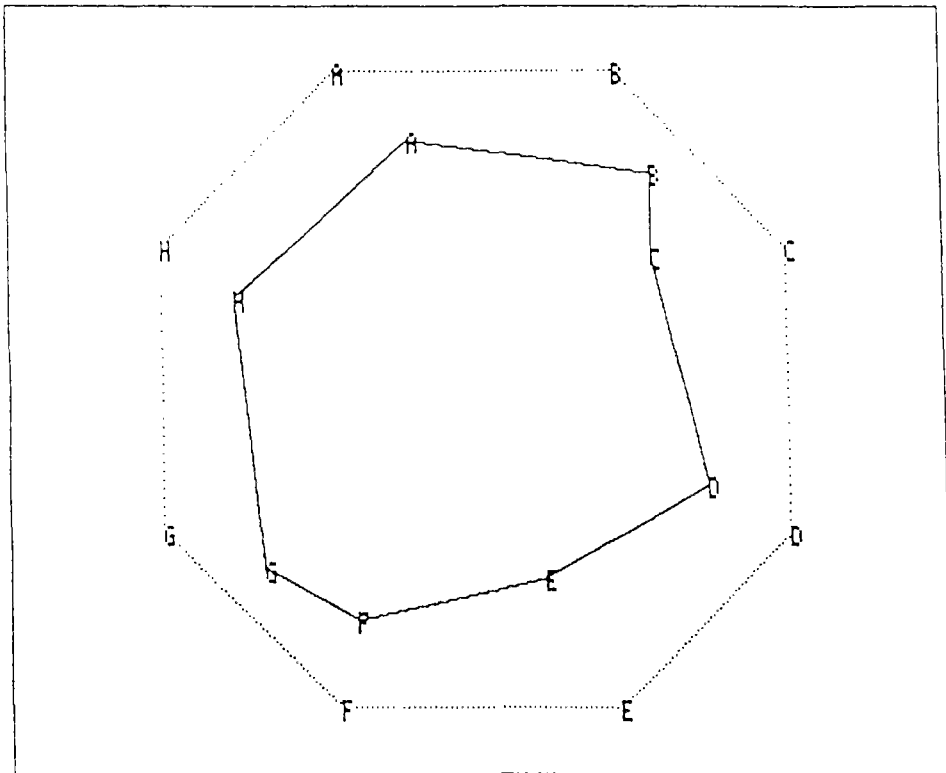


Figure 12 : Déformée du cintre 22( $t = 13/12/89$ ) avec déplacements réels grossis 10 fois.

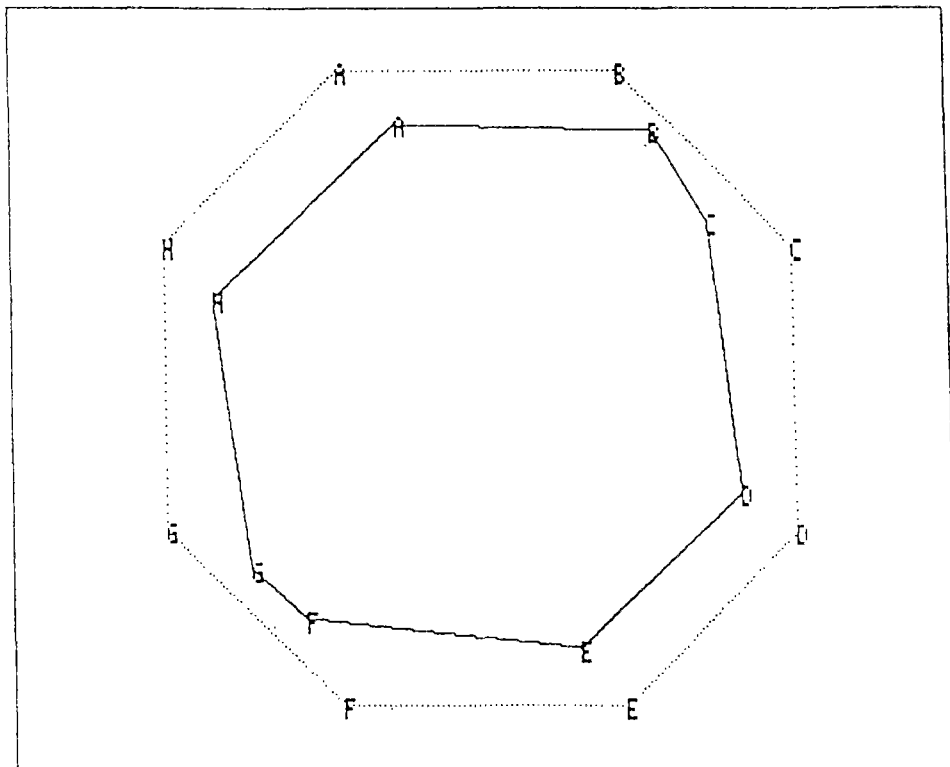


Figure 13 : Déformée du cintre 32( $t = 13/12/89$ ) avec déplacements réels grossis 10 fois.

### 2.2.2 - Mesures de pression à l'interface massif-soutènement

La mesure de pression à l'interface massif-soutènement, effectuée à l'aide de 4 cellules Glotzl par cintre de mesure, permet d'évaluer localement la poussée radiale du massif sur le soutènement.

Les *figures 14 (a-d)* montrent l'évolution temporelle des pressions moyennes (moyenne des 4 cellules) pour les quatre cintres de mesure ; le dernier point des courbes correspond à la date du 13/12/89.

On constate une montée en pression très rapide, ce qui indique que les cintres participent au soutènement dès l'instant de leur pose. Ensuite, l'évolution se fait avec des chutes et montées de pression, qui correspondent aux créneaux successifs des coulissements : dès qu'un certain seuil est atteint, un coulissement se produit et entraîne une chute de pression ; cette pression réaugmente ensuite lentement (comportement différé de l'argile). Le processus se répète régulièrement.

Les *figures 15(a-b)* illustrent le rapport coulissement-pression : la correspondance entre les diverses phases est nette.

Les courbes donnant la pression moyenne en fonction du temps, (*figure 14*), présentent toutes la même forme et conduisent à des valeurs semblables, la pression moyenne maximale étant de 1 MPa environ. Deux ans après la fin du chantier, l'écart type entre les pressions moyennes maximales des quatre cintres de mesure est de seulement 12% de la moyenne.

Sur les *figures 16(a-d)* on a tracé l'évolution des pressions de chaque cellule des cintres de mesure pour un anneau donné : les 4 courbes ont la même allure mais il existe un décalage des valeurs. Les écarts entre les cellules semblent rester constants dans le temps et l'écart type des quatre mesures, deux ans après la fin de chantier, est de l'ordre de 30 % environ pour chaque cintre. Par contre, si l'on calcule la valeur moyenne sur les quatre cintres des pressions données par les cellules numéro 1, 2, 3 et 4 respectivement, l'écart-type de ces valeurs est de seulement 7 % environ de la moyenne correspondante.

Comme ces écarts ne sont pas très élevés et que les déformées (mesures des convergences des anneaux) obtenues sont circulaires, on peut en déduire à nouveau que le champ des contraintes géostatiques est peu anisotrope.

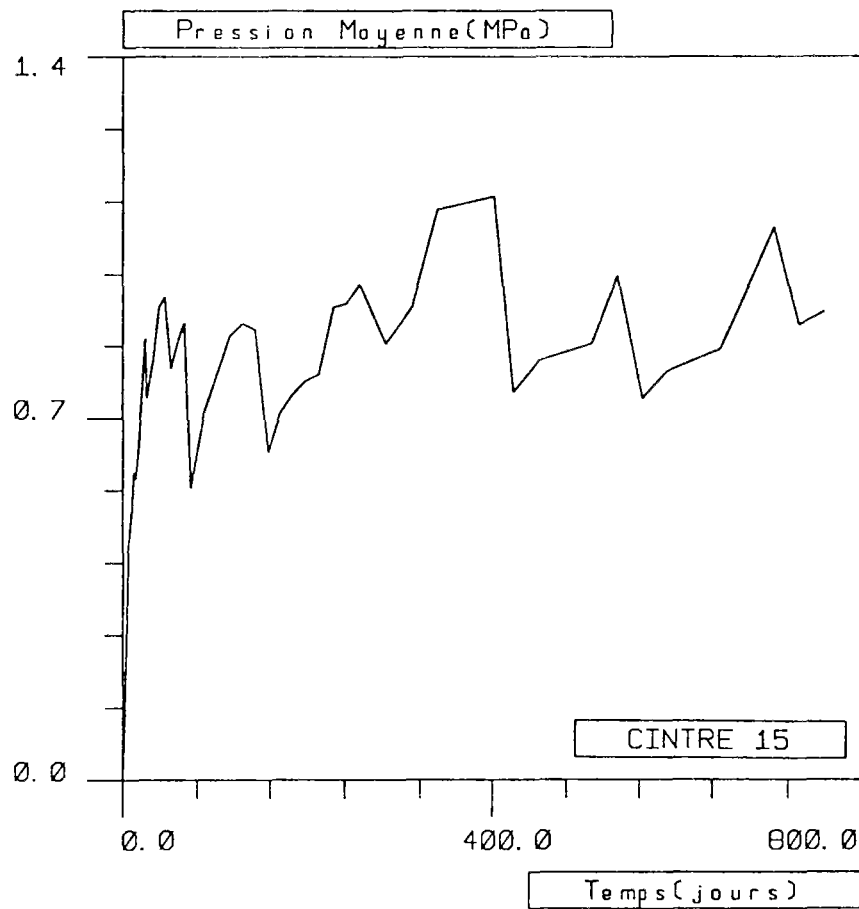
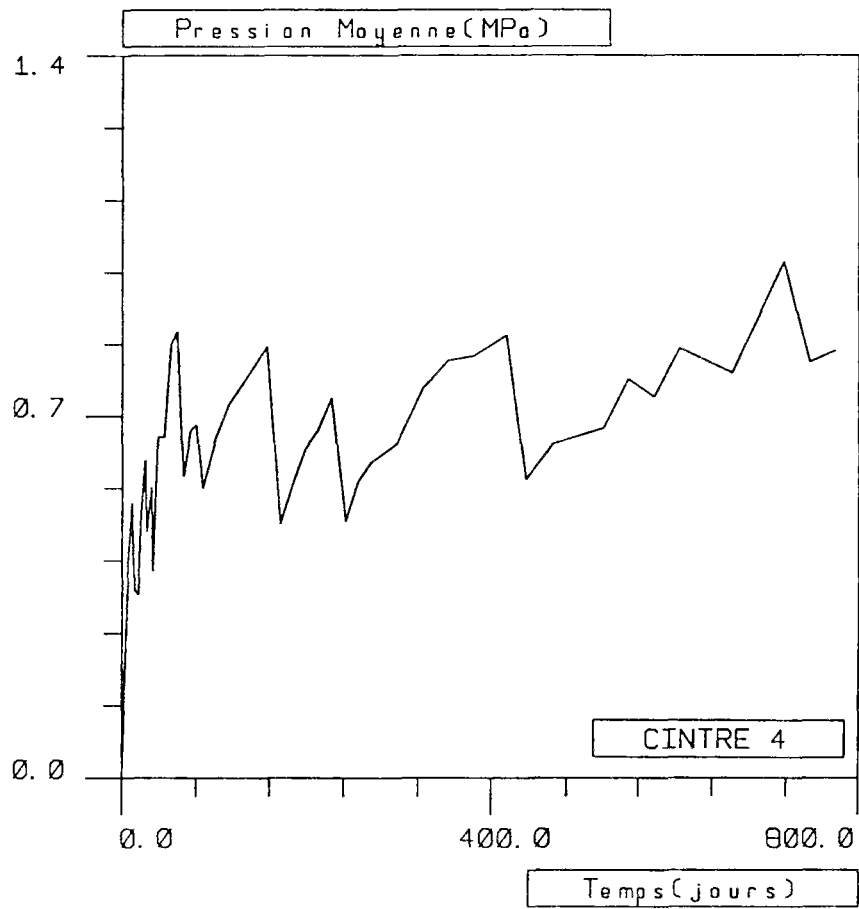


Figure 14(a-b) : Evolution de la pression moyenne.

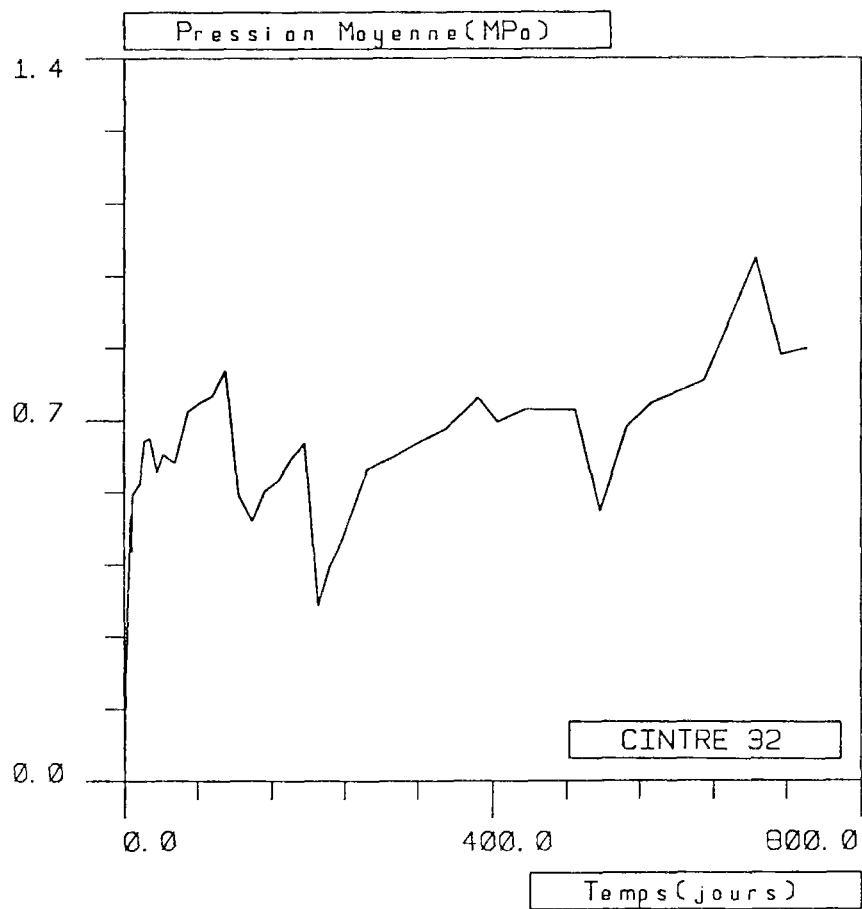
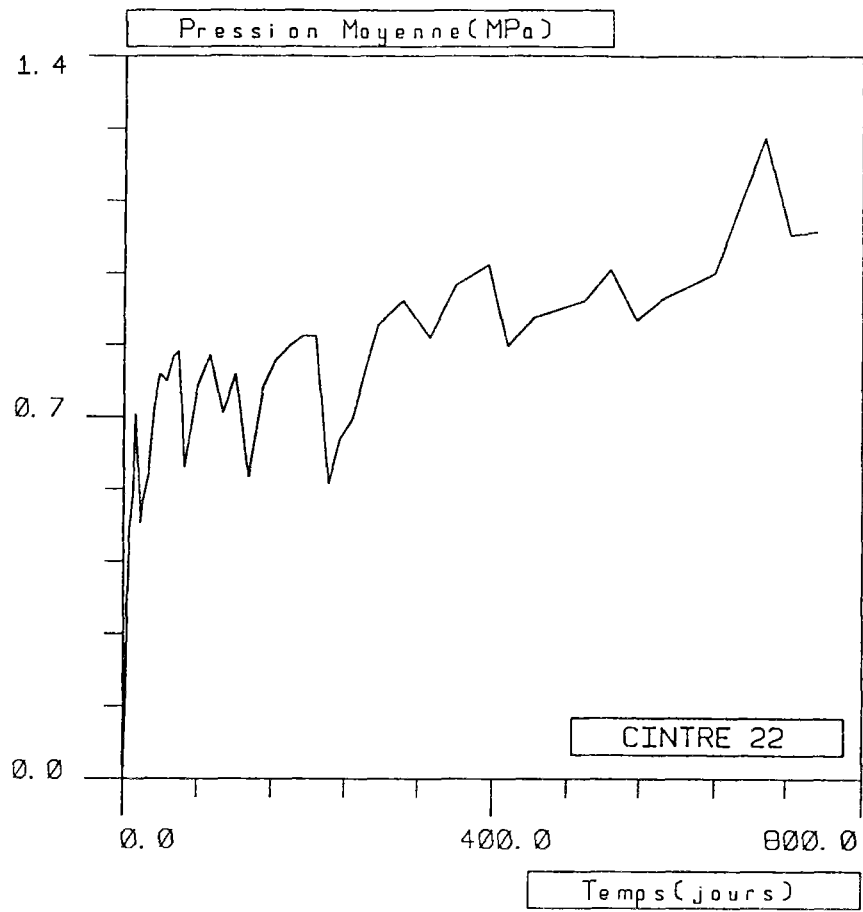


Figure 14(c-d) : Evolution de la pression moyenne.

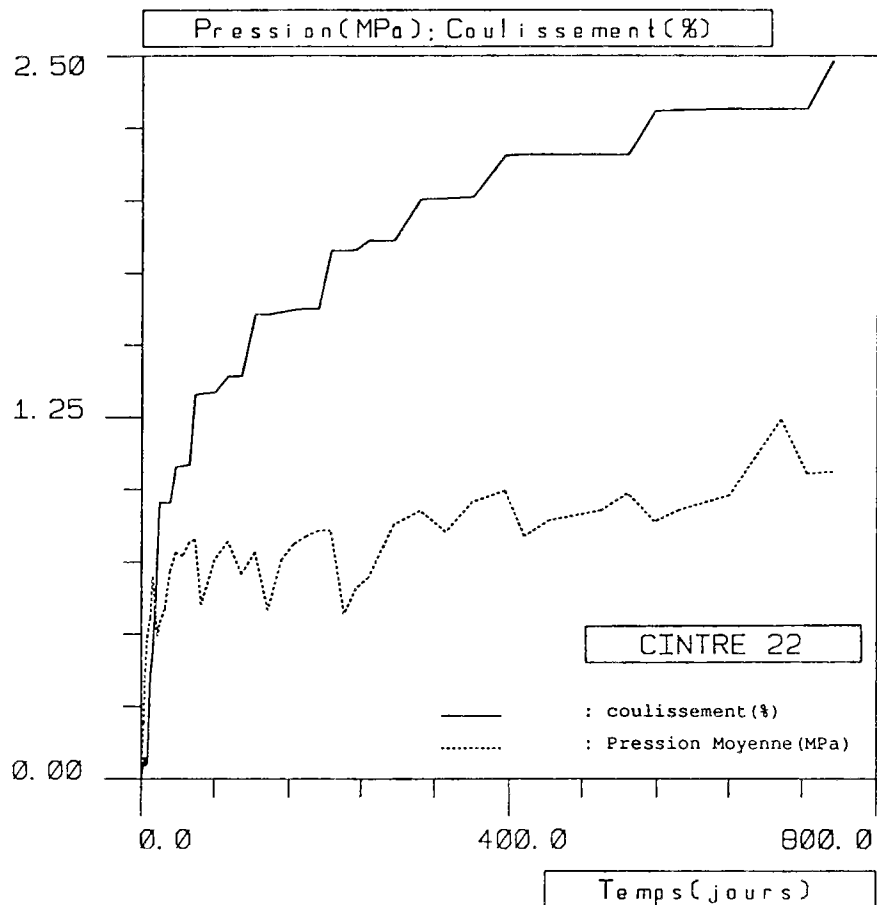
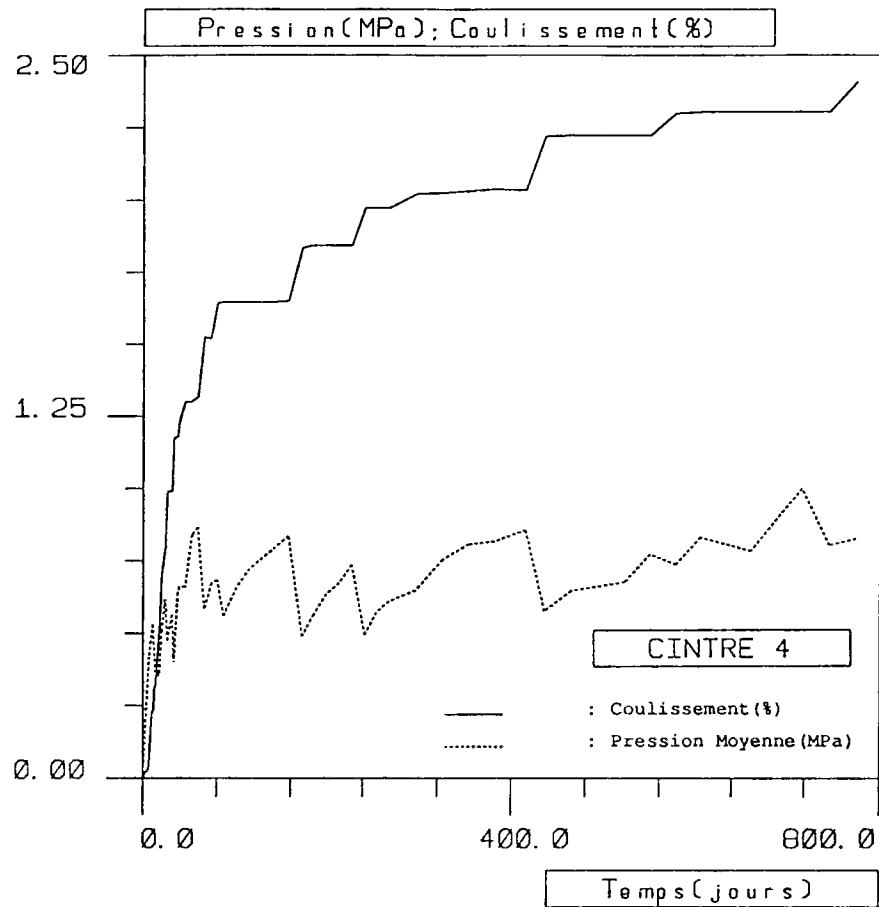


Figure 15(a-b) : Evolution de la pression moyenne et du coulisement total.



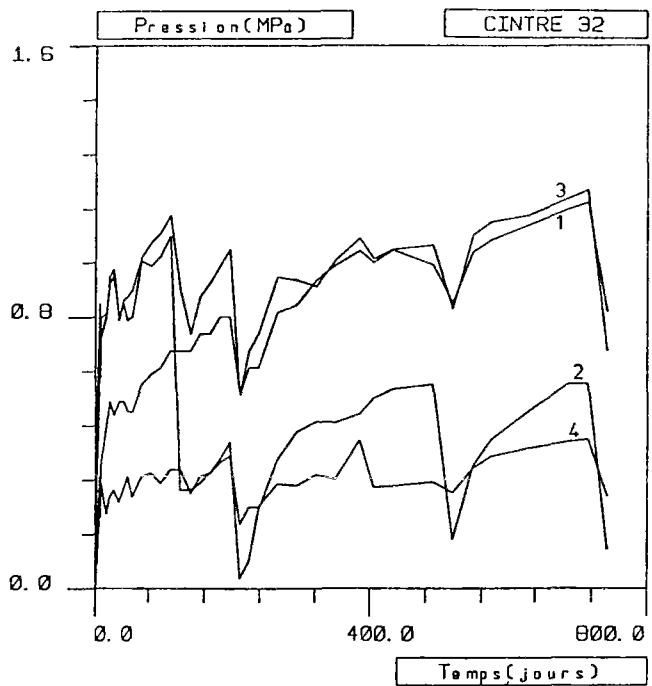
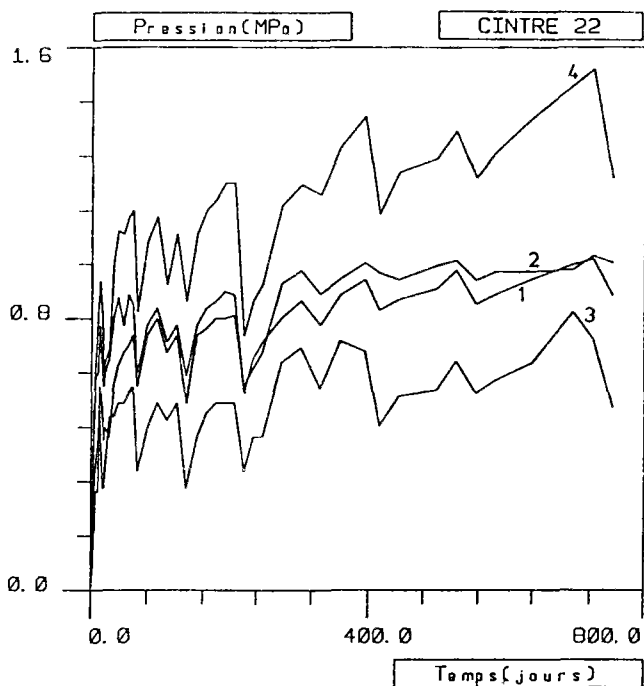
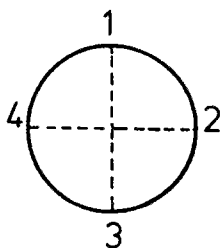
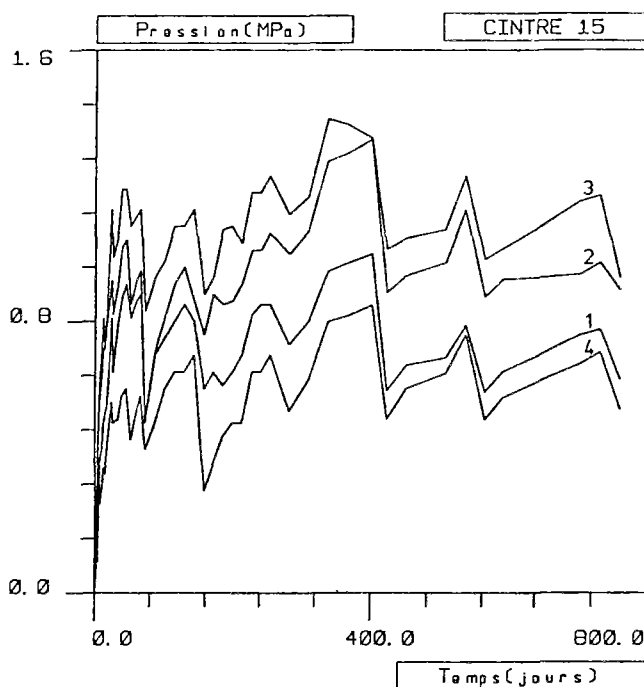
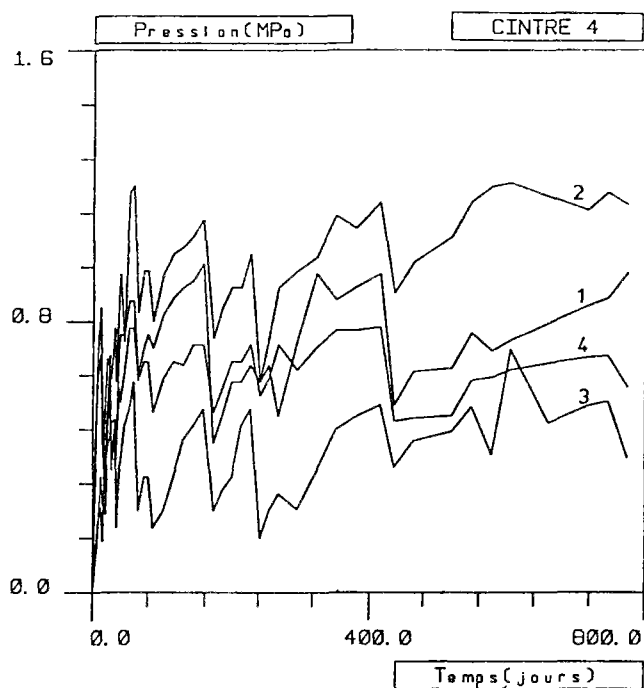


Figure 16(a-d) : Pression des quatre cellules (1, 2, 3 et 4).

On sait par ailleurs que ce type de mesure est sensible aux conditions locales de mise en place (colmatage derrière la cellule, remaniement du terrain, etc...), et qu'en général les valeurs mesurées sont sous estimées.

Deux ans après la fin du chantier, les valeurs données dans le tableau 1 peuvent être retenues :

<i>CINTRE</i>	<i>Pression Moyenne (MPa) de Début de Coulissement</i>	<i>Pression Moyenne (MPa) Maximale</i>	<i>Pression Moyenne (MPa) à t = 13/ 12/ 89</i>
4	0,70	0,87	0,77
15	0,60	1,13	0,75
22	0,50	1,06	0,9
32	0,55	0,84	0,48

Tableau 1 : Pressions moyennes à plusieurs dates.

Sur la courbe de convergence-confinement du massif, le comportement d'un soutènement coulissant peut être modélisé comme indiqué sur la figure 17.

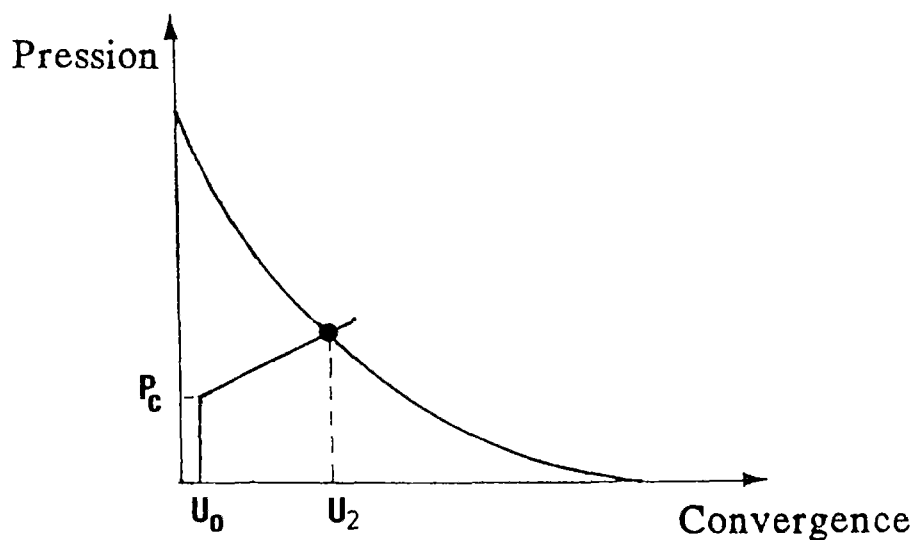


Figure 17 : Courbe convergence-confinement.

Lorsque le cintre est posé, le massif a déjà acquis une certaine convergence, caractérisée par  $U_0$ .

Ensuite, le cintre est mis en pression par le massif et la pression augmente fortement avec la convergence (la courbe de confinement dans cette phase est presque verticale) ; ensuite, lorsque la valeur du seuil de coulissement  $P_c$  est atteinte, le comportement du soutènement change radicalement. Sur la courbe de confinement, ce comportement au cours de cette phase peut être représenté par une droite à pente positive faible. La convergence  $U_2$  représente le point d'intersection de la courbe du massif à long terme et celle du soutènement, où la stabilité du système doit être acquise.

Deux ans après la fin du chantier le point d'équilibre n'est pas encore atteint. Toutefois, les effets différés sont de plus en plus modérés.

Il est évidemment très intéressant de poursuivre le suivi du comportement de l'ouvrage le plus longtemps possible de façon à se rapprocher encore plus de ce point d'équilibre.

### 2.2.3 - Mesures des déformations des cintres (efforts généralisés dans le soutènement)

Les valeurs des déformations dans un cintre sont obtenues à partir des mesures des variations des déplacements longitudinaux (suivant Oz ; voir *figure 18*) en diverses sections, la distance entre ces sections étant de 50cm (mesures extensométriques). Dans chaque section, 5 points de mesure ont été choisis.

L'intérêt essentiel de cette mesure est de pouvoir remonter aux valeurs des contraintes généralisées : effort normal et moment fléchissant.

Pour calculer ces efforts à partir des mesures de déformation, il est d'abord nécessaire de connaître la partie de déformation mesurée qui correspond à l'effort normal  $N$  et celle due aux moments fléchissants  $M_x$  et  $M_y$ .

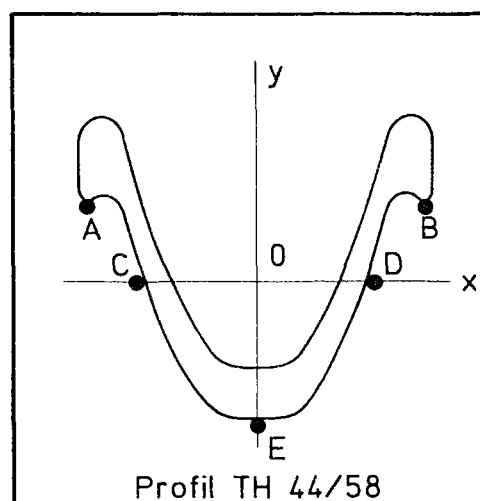


Figure 18 : Position de plots dans le profil (A, B, C, D, E).

La déformation longitudinale ( $\epsilon_N$ ) due à l'effort normal est obtenue par la moyenne des valeurs des déformations mesurées aux 5 points ( $\epsilon_A$ ,  $\epsilon_B$ ,  $\epsilon_C$ ,  $\epsilon_D$ ,  $\epsilon_E$ ).

Pour calculer la part correspondant aux moments fléchissants, on retranche d'abord de la déformation mesurée de chaque point, la valeur calculée de  $\epsilon_N$ .

L'axe x étant la ligne neutre pour une flexion autour de x et l'axe y pour une flexion autour de y, les diagrammes des déformations dues aux moments  $M_x$  et  $M_y$  ont les formes illustrées sur la figure 19 :

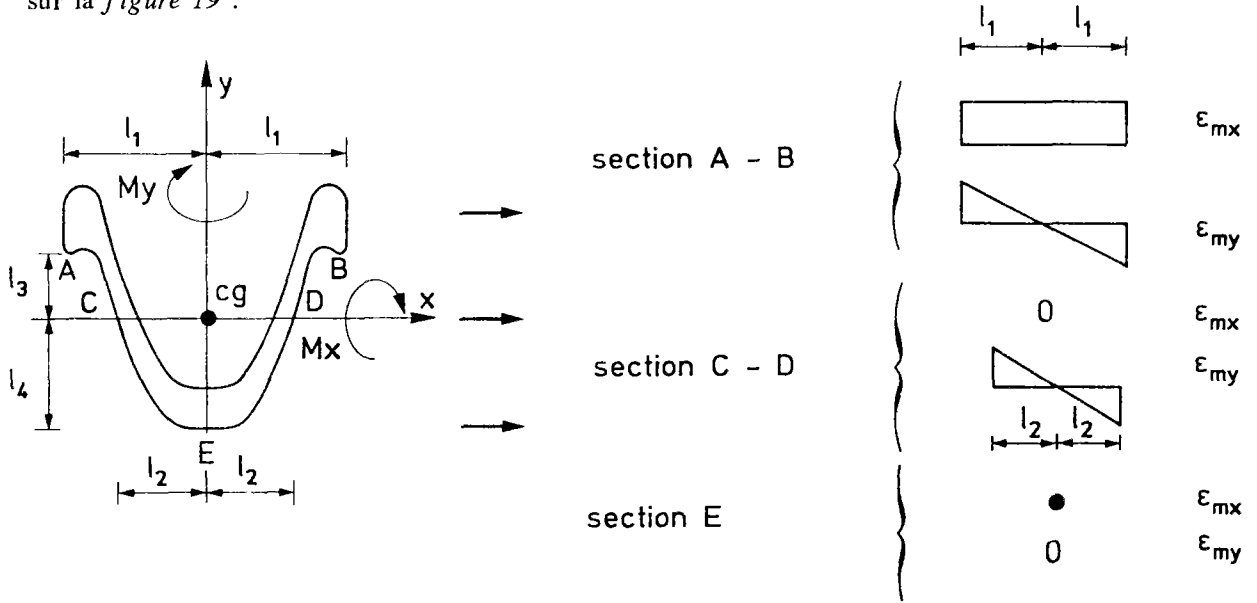


Figure 19 : Diagramme des déformations dans la section.

Les courbures, c'est-à-dire les déformations longitudinales dues à  $M_x$  et  $M_y$ , sont donc calculées de la façon suivante :

$$\epsilon_{M_x} = \frac{1}{3} \left[ a' \left| \frac{\epsilon'_A + \epsilon'_B}{2} \right| + 2b' \left| \epsilon'_E \right| \right] \quad (2.1)$$

$$\epsilon_{M_y} = \frac{1}{2} \left[ c' \left| \frac{\epsilon'_A - \epsilon'_B}{2} \right| + d' \left[ \frac{|\epsilon'_C| + |\epsilon'_D|}{2} \right] \right]$$

Formules dans lesquelles les valeurs de  $\epsilon'$  correspondent aux valeurs des déformations mesurées en chaque point de la section diminuées de la valeur de  $\epsilon_N$ . Les constantes  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ ,  $d'$  sont caractéristiques de la section du profil.

*Remarque :* Dans notre galerie, le moment fléchissant maximal  $M_x$  est celui qui correspond aux rotations des sections autour de l'axe Ox : lors de l'interprétation des résultats expérimentaux, on ne s'intéressera pas aux valeurs de  $M_y$ .

Pour le profil étudié, elles prennent les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} a' = L_4/L_3 = 1,81 \\ b' = 1 \\ c' = L_2/L_1 = 0,685 \\ d' = 1 \end{cases}$$

Les valeurs des déformations  $\epsilon_N$ ,  $\epsilon_{Mx}$  et  $\epsilon_{My}$  étant ainsi calculées, les efforts normaux et moments fléchissants peuvent être déterminés à l'aide de la loi du comportement du cintre, qui est du type élastoplastique parfait.

Rappelons tout d'abord qu'afin d'obtenir la forme circulaire du cintre, le profil métallique a été cintré à froid. Au cours de cette opération, la plastification totale de la section a été atteinte.

Au moment de la pose des cintres, chaque section est donc le siège de contraintes résiduelles résultant de ce cintrage à froid. Le diagramme de ces contraintes résiduelles (voir calculs dans l'annexe 2) est tracé sur la figure suivante :

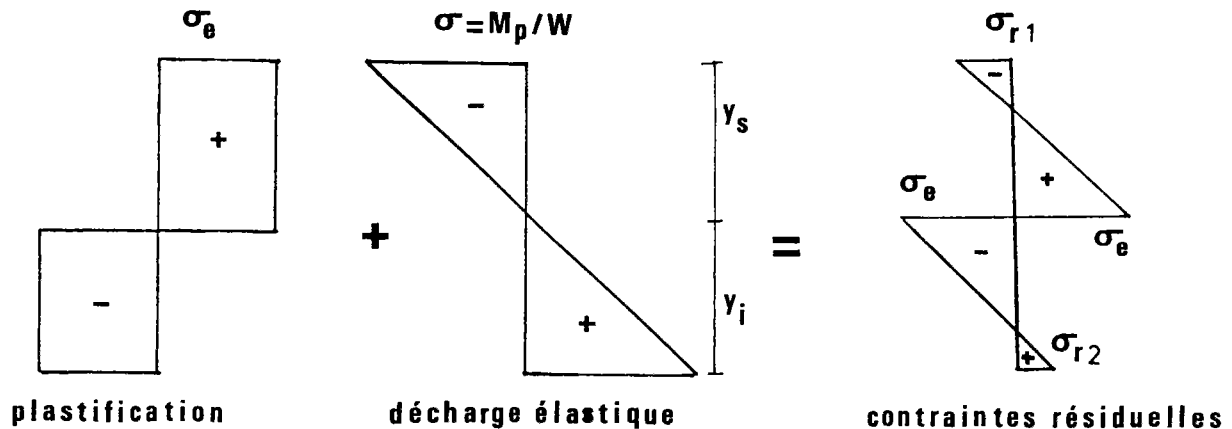


Figure 20 : Diagramme de contraintes résiduelles.

Il s'agit donc, dans un premier temps, d'établir les relations contraintes généralisées-déformations généralisées pour une poutre en flexion-compression qui est le siège de contraintes initiales résiduelles importantes.

Pour cela, nous avons utilisé une approche numérique en élastoplasticité locale (annexe 2) permettant d'analyser la distribution réelle initiale des contraintes résiduelles d'une section quelconque.

Par ailleurs, afin de pouvoir vérifier l'état de sécurité des cintres, la courbe de l'état limite du profil TH44/58 (*figure 21*) a été déterminée. Ce calcul, dont les détails figurent en annexe 2, conduit au résultat suivant :

$$(N, M) \in C_1 \Leftrightarrow F(N, M) \leq 0$$

où  $C_1$  est le domaine des points  $(N, M)$  admissibles et

$$F(N, M) = \begin{cases} \left| \frac{M}{M_p} \right| + 1,1 \left[ \frac{N}{N_p} \right]^2 - 1 & \text{si } N/N_p \leq 0,443 \\ \left| \frac{M}{M_p} \right| + 0,962 \left[ \frac{N}{N_p} \right]^2 + 0,131 \left| \frac{N}{N_p} \right| - 1,03 & \text{si } 0,443 < N/N_p \leq 0,495 \\ \left| \frac{M}{M_p} \right| + 0,718 \left[ \frac{N}{N_p} \right]^2 + 0,372 \left| \frac{N}{N_p} \right| - 1,09 & \text{si } N/N_p > 0,495 \end{cases} \quad (2.2)$$

On constate que  $F$ , et par conséquent  $C_1$ , est convexe.

$F$  peut être interprété comme un critère de plasticité comme indiqué dans J. Salençon et B. Halphen (1987).

Le calcul des efforts dans les cintres a été fait à l'aide du programme "CINTRE" qui traite le calcul plastique (subroutine "PLAST") d'une poutre en flexion-compression, dont l'étude est développée dans l'annexe 2.

Le programme "CINTRE" est activé pour toutes les sections des mesures, de tous les quatre cintres de mesures et à plusieurs dates.

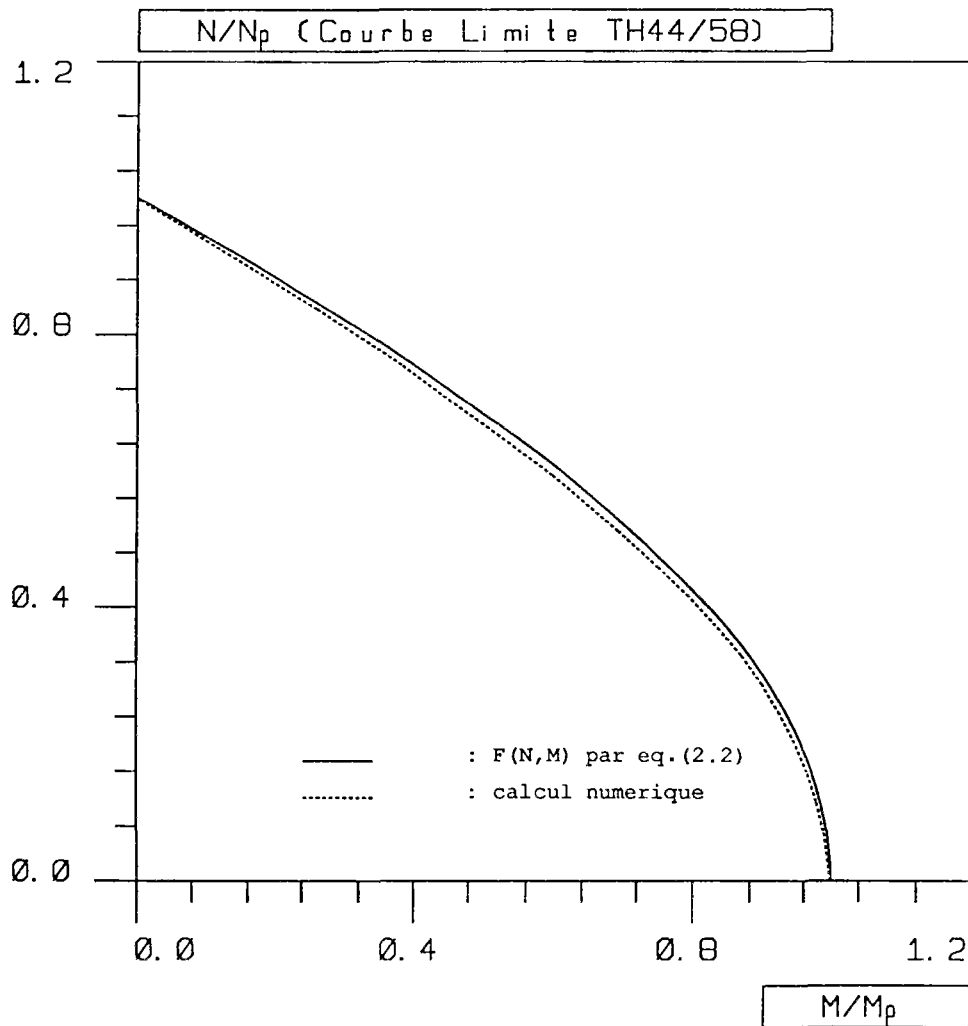


Figure 21 : Courbe de l'état limite du profil TH44/58.

De façon schématique, l'organigramme du programme "CINTRE", appliqué à une section de mesure, contient les procédures suivantes :

1\ Lecture des valeurs suivantes :

- . caractéristiques mécaniques et géométriques du cintre
- . contraintes résiduelles dans la section
- . valeurs des mesures extensométriques dans les 5 points de la section

2\ Calcul des déformations longitudinales dues à l'effort normal et à des moments fléchissants, (mesures Kovari) :  $\epsilon_N$ ,  $\epsilon_{M_x}$ ,  $\epsilon_{M_y}$ .

3\ Calcul de  $N$  et  $M_x$  à l'aide de la subroutine "PLAST" pour le couple des valeurs  $\epsilon_N$  et  $\epsilon_{M_x}$ .

Les résultats de ces calculs concernent les valeurs des efforts globaux (N et M) à toutes les dates où les mesures ont été effectuées. Ils sont illustrés ici sous la forme de courbes d'évolution de ces grandeurs avec le temps.

Le critère de plasticité  $F(N,M)$  n'a jamais été vérifié (efforts qui conduisent à la plastification totale de la section), le coefficient de sécurité étant de l'ordre de 1,85 pour la section la plus sollicitée.

Les *figures 22(a-d)* donnent l'évolution de la moyenne arithmétique des efforts normaux des 8 sections de chaque cintre de mesure.

Comme les courbes d'évolution des pressions à l'interface massif-soutènement (mesure GLOTZL), celles de l'effort normal présentent aussi une allure en "dents de scie" : un coulisement entraîne une diminution des efforts normaux et ainsi de suite.

Les courbes des quatre cintres de mesure sont *remarquablement comparables*. Elles présentent les mêmes formes et conduisent aux mêmes valeurs.

Ces courbes présentent initialement une montée rapide en charge, l'effort normal pour lequel apparaît le premier coulisement est de l'ordre de 50tf. Après, les efforts évoluent avec des montées et chutes de valeurs ; ils tendent à atteindre une valeur limite, qui est de l'ordre de 106tf. Ce comportement asymptotique peut être observé sur la *figure 23*.

La valeur de l'effort normal moyen maximal de  $N = 106\text{tf}$  (2 ans après la fin du chantier) conduit à une poussée du massif (supposée isotrope) moyenne ( $N = P_i b R_i$ , avec  $b = 0,33\text{m}$  et  $R_i = 2\text{m}$ ) de :

$$P_{\text{moy}} = 1,60 \text{ MPa}$$

La pression ainsi calculée est supérieure aux valeurs mesurées par les cellules GLOTZL qui, on l'a vu, donnent  $P_{\text{moy}} = 1 \text{ MPa}$ . Ce résultat confirme que la mesure directe de la pression (cellule GLOTZL) donne des valeurs sous estimées et que la mesure indirecte (extensométrie sur cintre), étant une mesure globale, est plus précise et de meilleure qualité.



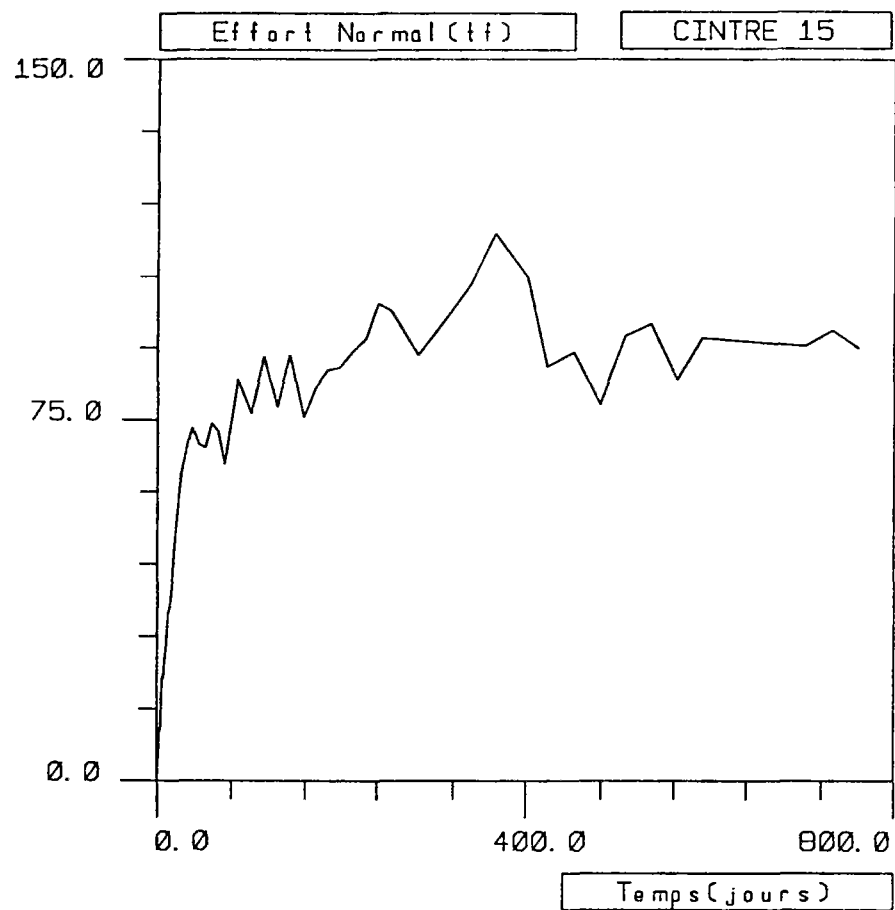
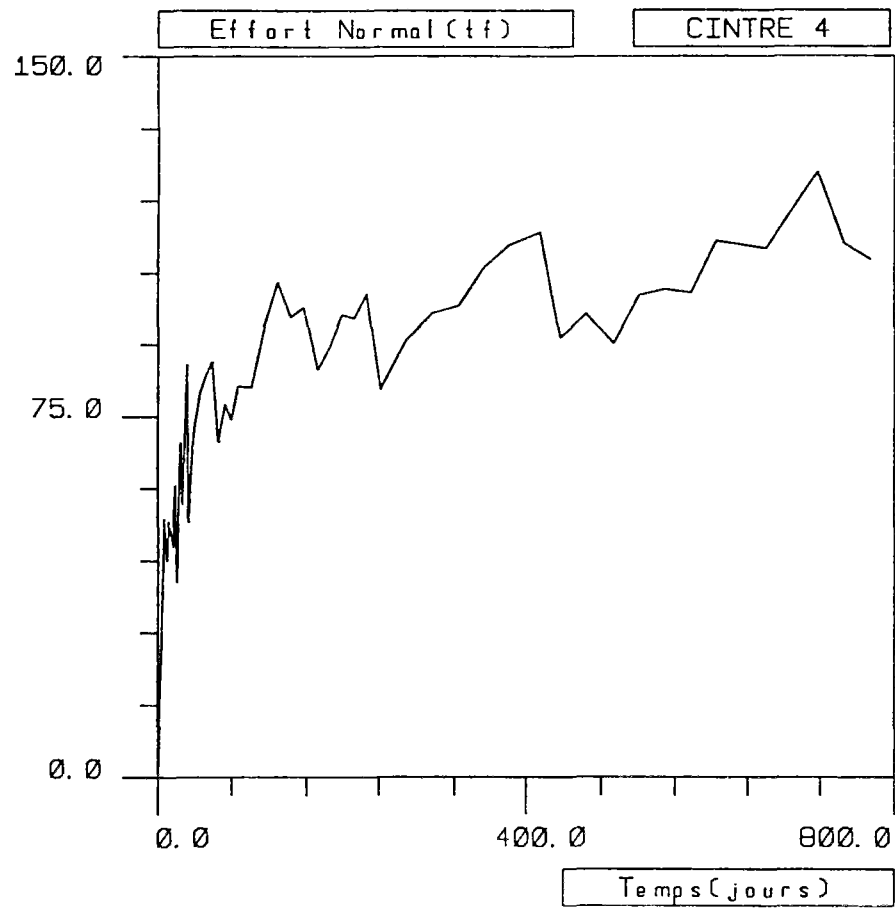


Figure 22 (a-b) : Evolution de l'effort normal moyen.

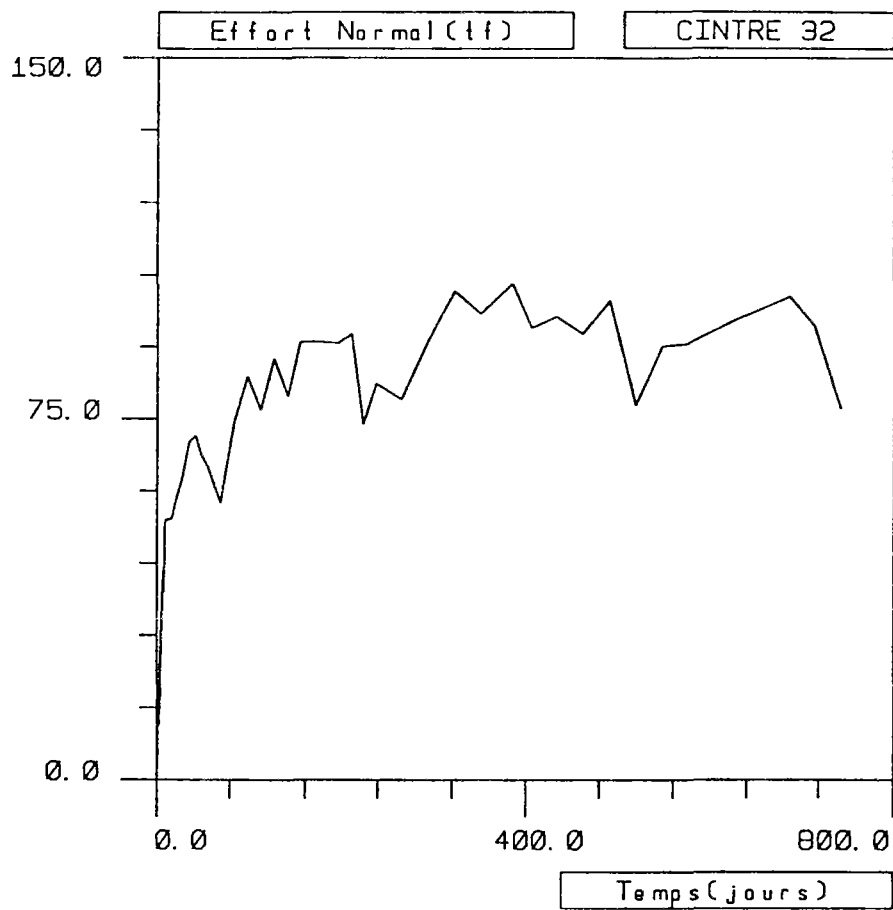
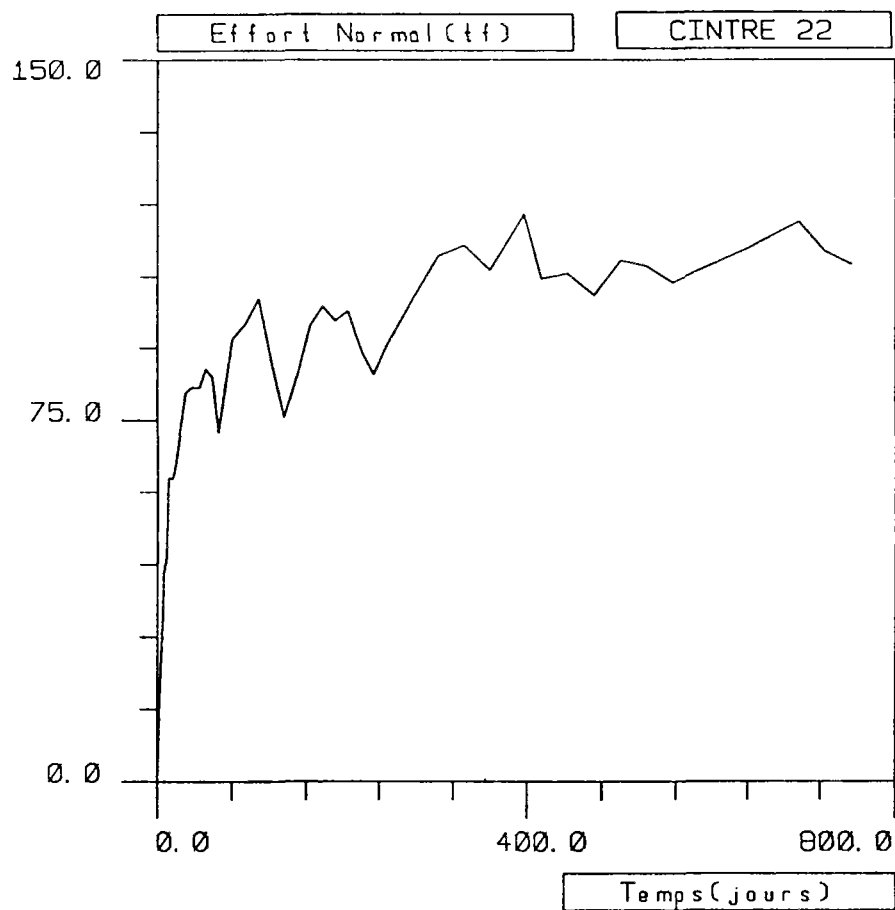


Figure 22 (c-d) : Evolution de l'effort normal moyen.

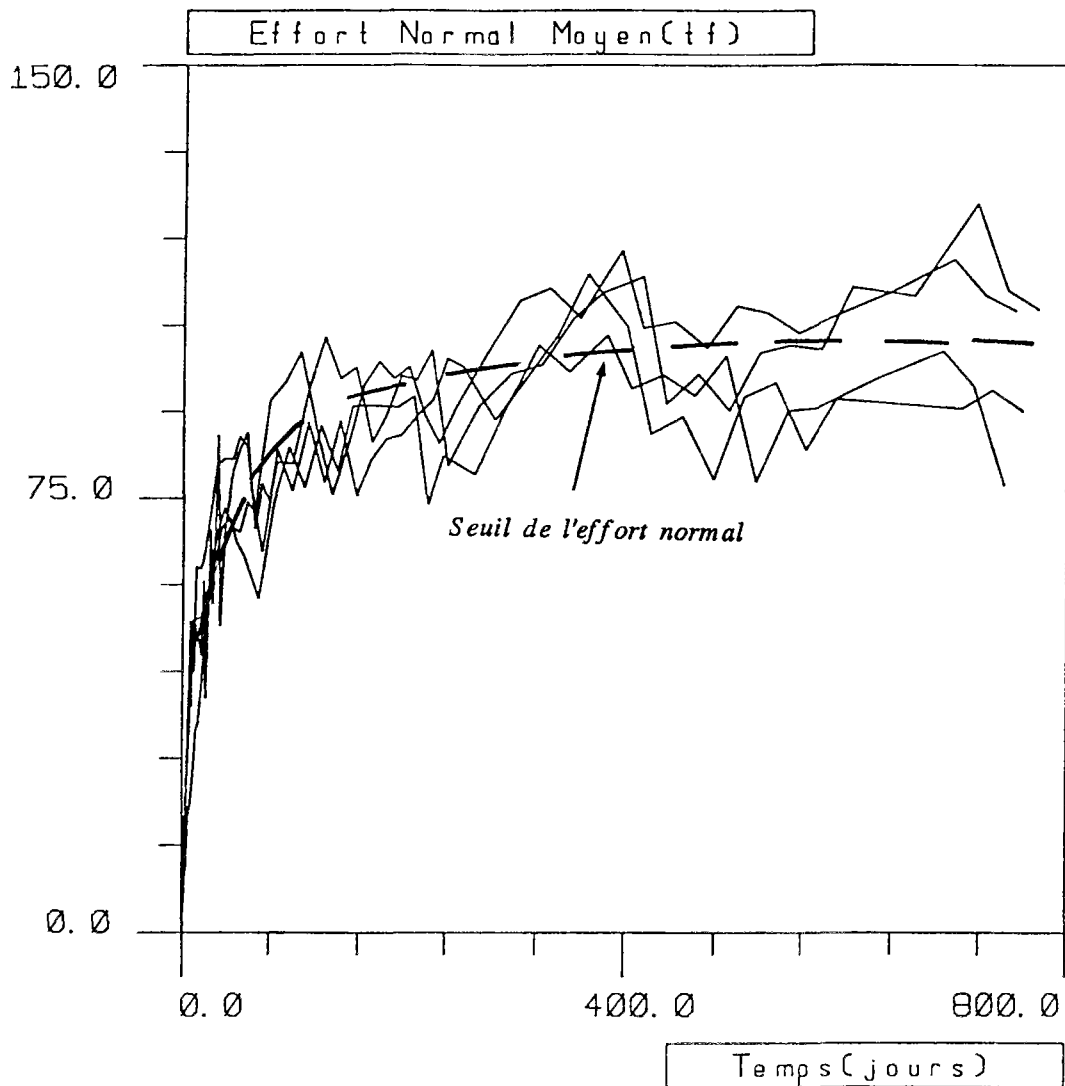


Figure 23 : Efforts normaux moyens des 4 cintres de mesures.

Si l'on étudie maintenant les courbes d'évolution des efforts normaux dans chacune des huit sections d'un même anneau (3 en couronne, 3 en sole et 1 à chaque piédroit) on constate que (voir figures complètes dans Bernaud, 1990 ; résumées sur la figure 24) :

- En couronne et en sole, chaque groupe de trois courbes présente la même allure et un léger décalage des valeurs (qui d'ailleurs est presque nul pour les cintres 22 et 32). En général, l'effort normal maximal est atteint au milieu de la sole et de la couronne (position 2), et l'effort normal minimal en piédroit.

- Si on fait la moyenne des efforts en couronne (3 valeurs), en sole (3 valeurs) et en piédroit (2 valeurs), on observe que les efforts en couronne sont légèrement supérieurs aux efforts en sole (figure 24 (a-b)). Les valeurs en piédroits sont inférieures à celles en couronne et en sole, les efforts normaux au piédroit 2 étant en général plus forts qu'au piédroit 4.

- Le résultat essentiel de cette étude fine est que les efforts en piédroit sont de 10 à 20% inférieurs aux efforts normaux en sole ou en couronne.

- Deux ans après la fin du chantier, l'effort normal maximal vaut 165tf en sole du cintre 15, soit 55% de l'effort normal de plastification total de la section TH ( $N_p = 298\text{tf}$ ).

L'évolution des *moments fléchissants* est en moyenne la même pour les 4 cintres de mesure. Il est positif dans toutes les sections ce qui correspond à une *compression des fibres inférieures*. L'explication de ce phénomène est simple : le coulisement induit une diminution du rayon moyen du cintre et augmente donc la courbure de l'anneau en chaque section. Localement, les courbes du moment en fonction du temps en couronne, sole et piédroits ont la même forme et conduisent à des valeurs similaires, de l'ordre de 3tfm (Bernaud, 1990).

Si l'on veut estimer la part du moment fléchissant qui crée l'ovalisation, il faut *corriger les valeurs mesurées de M*. En effet, comme on vient de le remarquer, le coulisement réel induit un moment fléchissant dans le cintre ( $M_c$ ), même si la déformée reste circulaire (le rayon moyen de l'anneau diminue). Ce moment, dû au coulisement, vaut :

$$M_c = EI \frac{\Delta R}{R} \frac{1}{R} \quad (2.3)$$

Où  $\Delta R/R$  est la déformée orthoradiale due au coulisement.

Ce calcul étant fait, on peut constater, sur les tableaux suivants, que la somme des moments fléchissants ( $M - M_c$ ) en couronne, sole et piédroits est presque nulle, comme le prévoit l'équilibre de l'anneau et ce qui confirme la qualité des mesures. Par ailleurs, chacune des valeurs ( $M - M_c$ ) est faible comparée à  $M_p$  : l'ovalisation modérée des cintres ne conduit qu'à de faibles valeurs du moment.

A titre d'exemple, les déformées et les valeurs caractéristiques des efforts, pressions ( $P_{mes}$  : cellules Glotzl) et déformations dans le cintre 4 au 04/12/87 (fin de creusement de la galerie), 26/07/88 et 13/12/89 (2 ans après la fin du chantier) sont données sur les *figures 25 à 27* et dans les tableaux 2 à 4.

Dans ces tableaux, les valeurs en couronne et en sole de N et M concernent la moyenne des trois mesures. La moyenne finale de N, M et  $P_{mes}$  pour chaque cintre est la moyenne arithmétique des 4 valeurs (couronne, sole et piédroits).

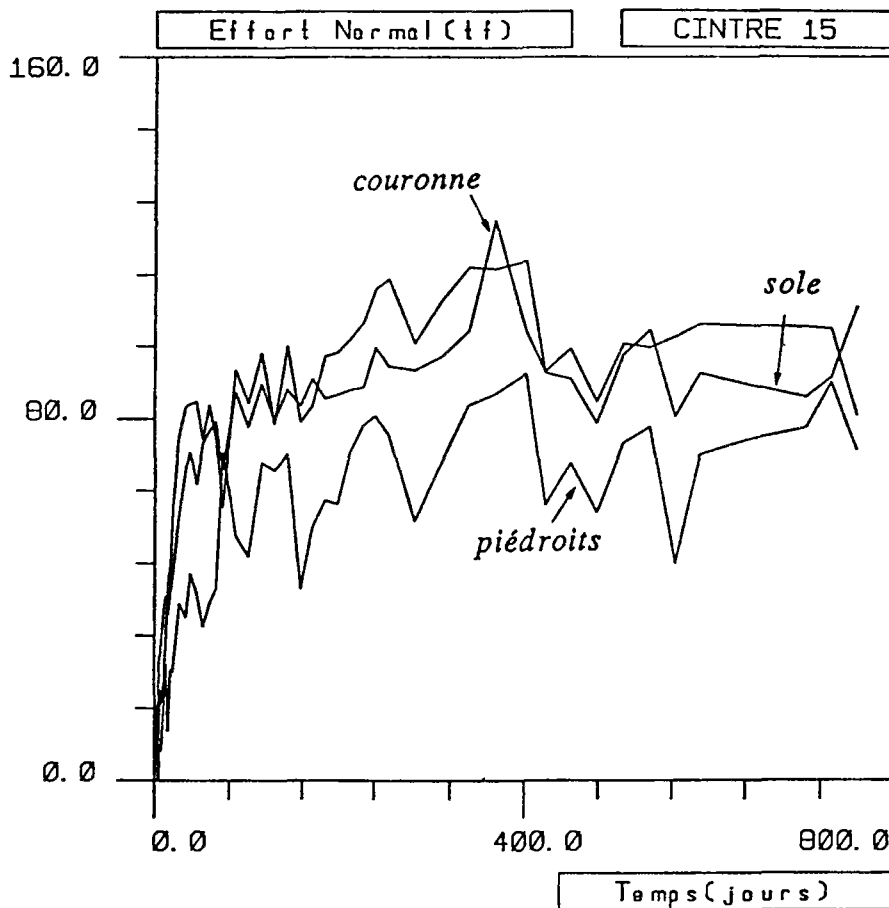
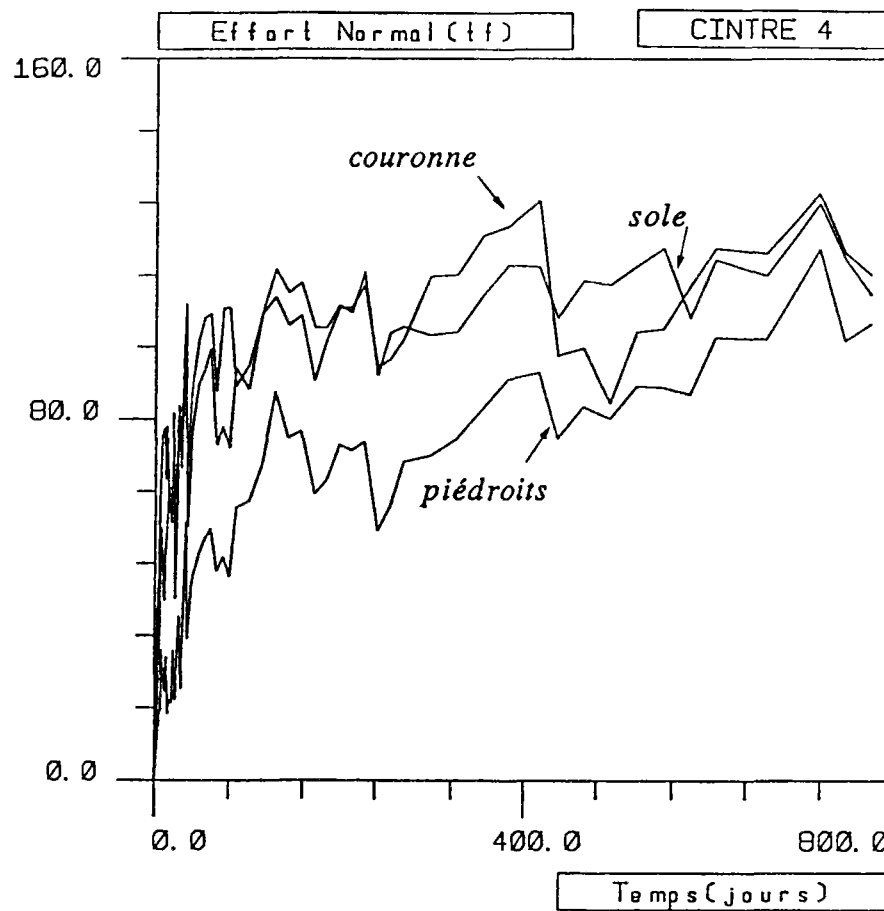


Figure 24 (a-b) : Evolution de la moyenne de l'effort normal en couronne, sole et piédroit.

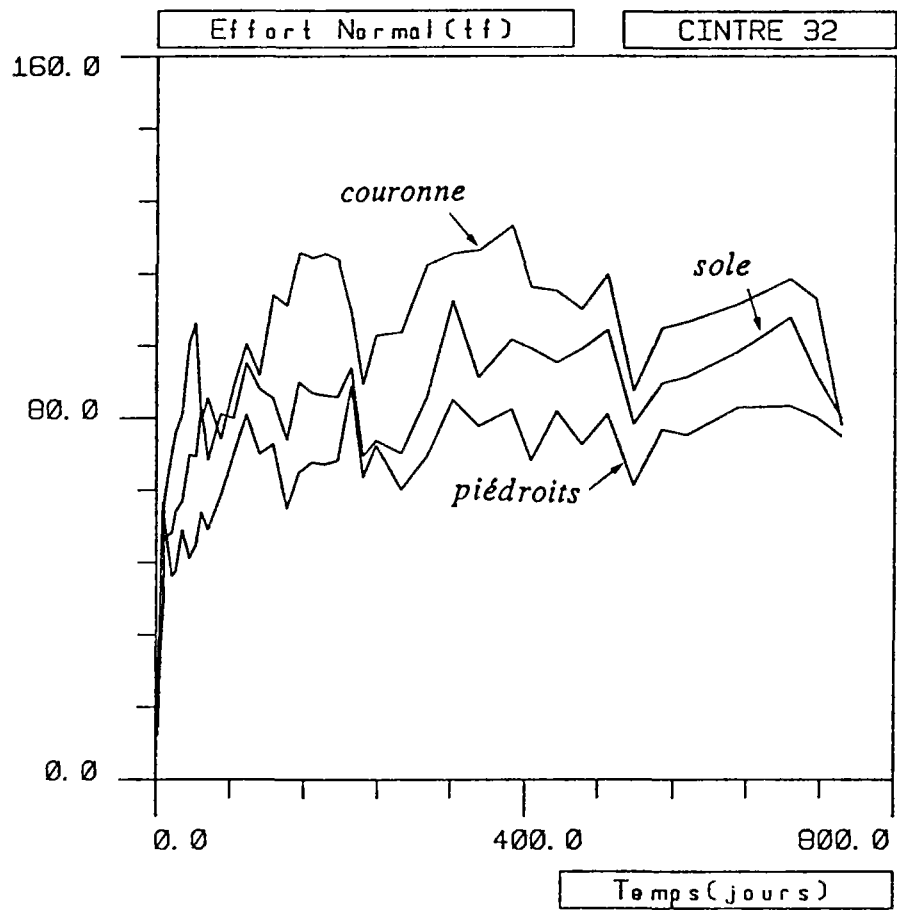
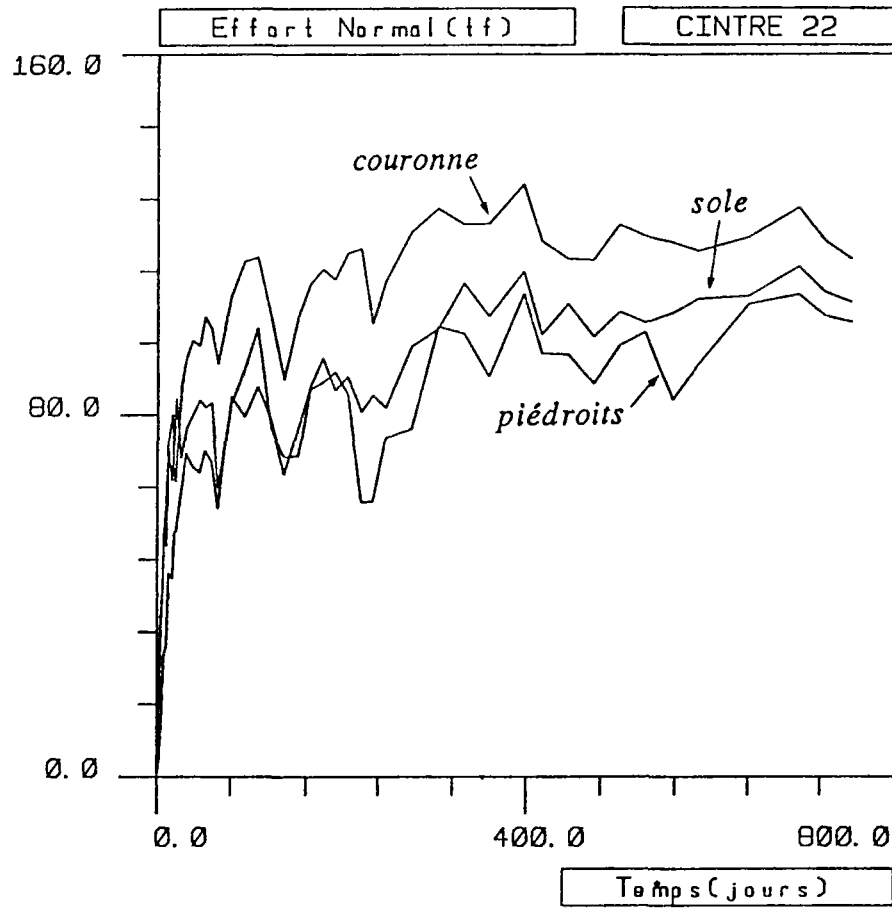


Figure 24 (c-d) : Evolution de la moyenne de l'effort normal en couronne, sole et piédroit.

Les dernières mesures (13/12/89) montrent que l'ovalisation n'a pas évolué de façon importante au cours du temps.

Par ailleurs, ces mesures montrent que notre ouvrage est très souple en flexion : il s'adapte, grâce à une ovalisation modérée, aux anisotropies de contrainte de façon à bien répartir les efforts dont il est le siège.

Les observations faites pour le cintre 4 sont aussi valables pour les trois autres cintres de mesures.

D'après les courbes d'évolution, les efforts normaux et moments fléchissants semblent avoir atteint, deux ans après la fin de la construction de l'ouvrage, leurs valeurs limites, même si l'équilibre final de la galerie n'est pas encore acquis.

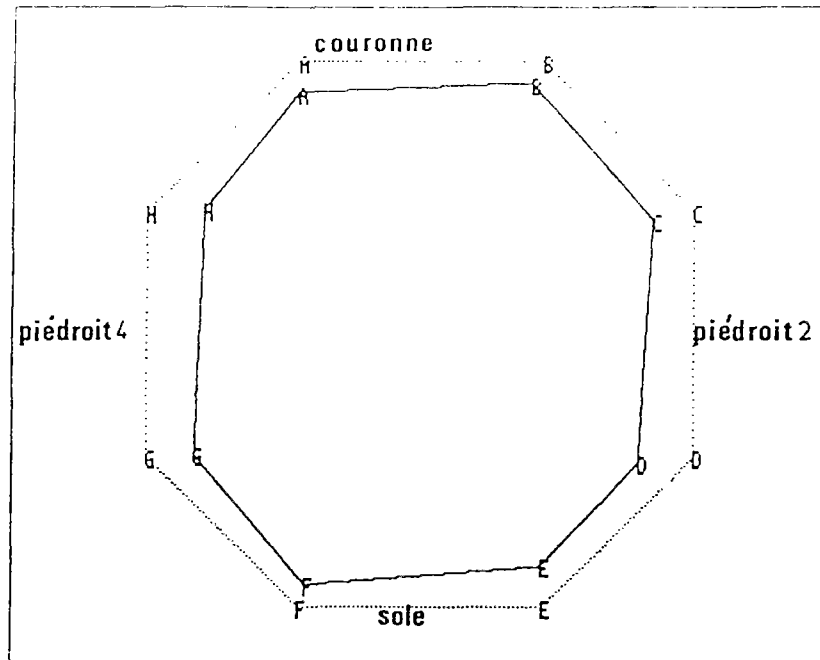


Figure 25 : Déformée du cintre 4 à la fin du creusement.

	CINTRE 4      t = 04/12/87		
	N    (tf)	M-Mc    (tfm)	P <sub>mes</sub> (MPa)
Couronne	63	- 0,27	0,42
Pied. 2	38	- 0,55	0,62
Sole	69	0,92	0,19
Pied. 4	25	- 0,80	0,37
Moyenne	49	- 0,18	0,40
Déformation orthoradiale ( $\Delta\phi/\phi$ : Mesure de convergence) = 1,39 %			
Déformation orthoradiale ( $\Delta\phi/\phi$ : Mesure de coulissement) = 1,18 %			

Tableau 2 : Efforts (N, M) et pressions dans le soutènement  
en couronne, piédroits et sole à t = 04/12/87.



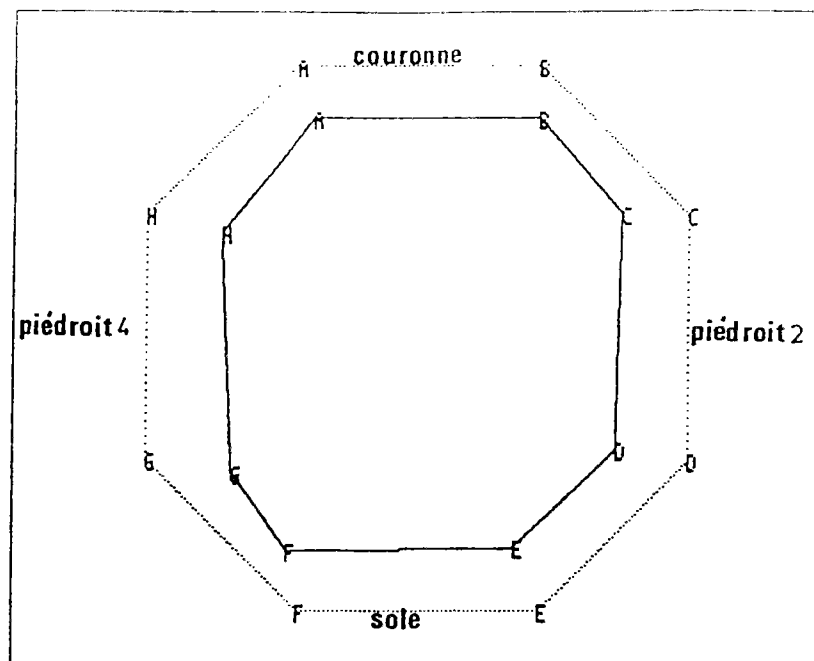


Figure 26 : Déformée du cintre 4, sept mois après la fin du chantier.

	CINTRE 4      t = 26/07/88		
	N (tf)	M-Mc (tfm)	P <sub>mes</sub> (MPa)
Couronne	98	0,42	0,52
Pied. 2	83	- 0,21	0,90
Sole	101	0,84	0,29
Pied. 4	59	- 1,25	0,73
Moyenne	85	- 0,16	0,61
Déformation orthoradiale ( $\Delta\phi/\phi$ : Mesure de convergence) = 1,97 %			
Déformation orthoradiale ( $\Delta\phi/\phi$ : Mesure de coulissement) = 2,07 %			

Tableau 3 : Efforts (N, M) et pressions dans le soutènement en couronne, piédroits et sole à t = 26/07/88.

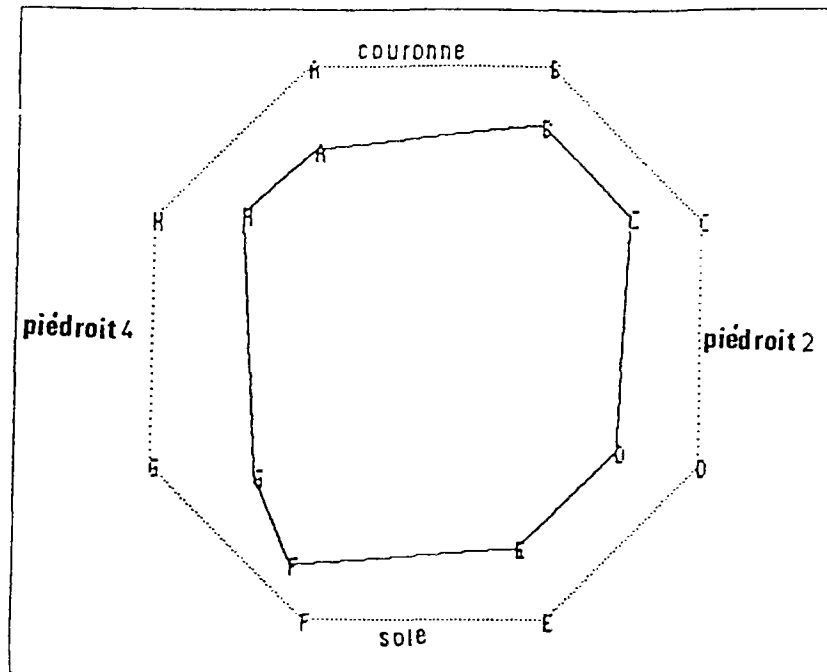


Figure 27 : Déformée du cintre 4, deux ans après la fin du chantier.

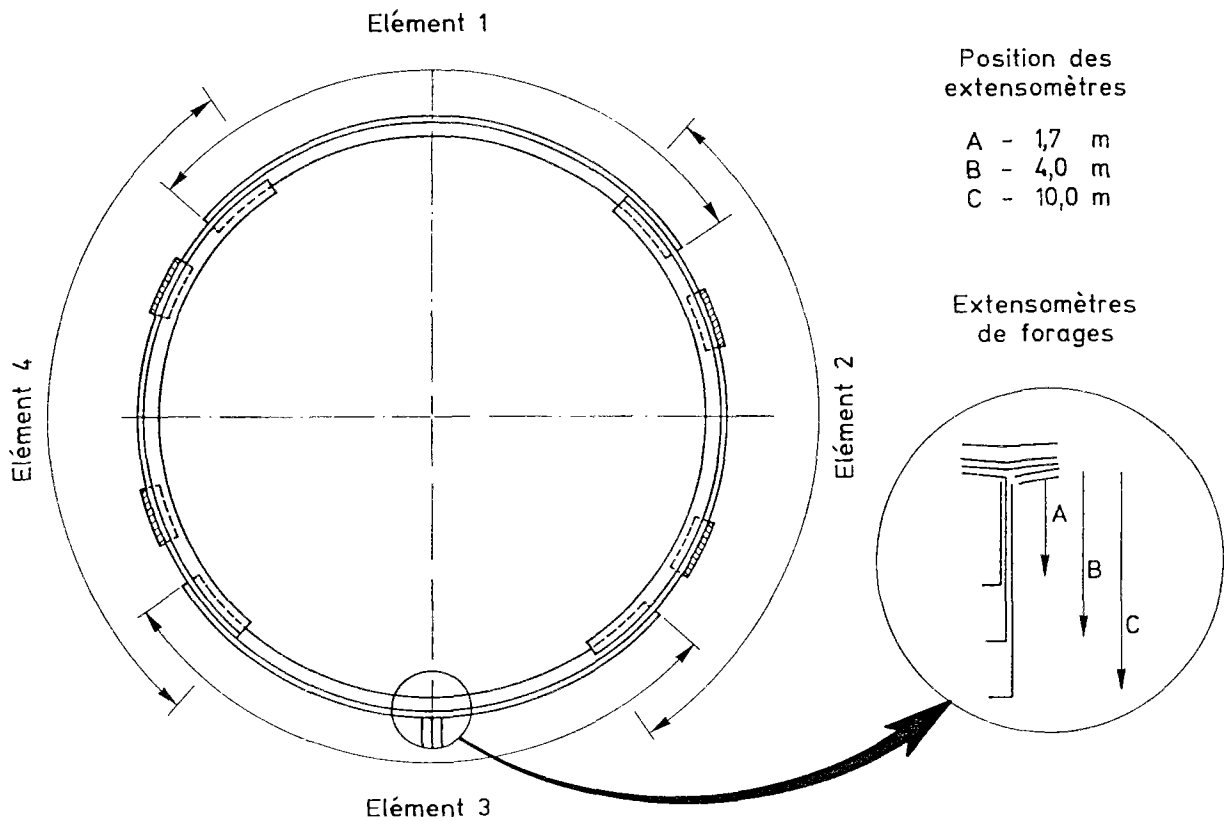
	CINTRE 4      t = 13/12/89		
	N (tf)	M-Mc (tfm)	P <sub>mes</sub> (MPa)
Couronne	112,2	0,30	0,343
Pied. 2	125,5	0,40	1,145
Sole	107,6	0,42	0,400
Pied. 4	77	- 0,72	0,605
Moyenne	106	0,10	0,770
Déformation orthoradiale ( $\Delta\phi/\phi$ : Mesure de convergence) = 2,59%			
Déformation orthoradiale ( $\Delta\phi/\phi$ : Mesure de coulissement) = 2,41%			

Tableau 4 : Efforts (N, M) et pressions dans le soutènement en couronne, piédroits et sole à t = 13/12/88.

#### 2.2.4- Mesures des déplacements dans le massif

A l'aide des extensomètres de forage, les déplacements du massif autour de la galerie ont été mesurés.

Les mesures ont été effectuées dans deux sections, une au niveau du cintre 15 et l'autre du cintre 22. Dans chacune, les déplacements radiaux des 3 points du massif ont été mesurés, les positions de ces points sont illustrées sur la *figure 28*.



*Figure 28 : Position des extensomètres de forage.*

Les déplacements des points du massif situés à 1,7m et 4m de la paroi de la galerie sont relatifs : ils sont calculés par différence entre ceux-ci et le déplacement du point situé à 10m, qui est donc considéré comme point de référence dans ce calcul.

Sur les *figures 29 (a-b)*, on a tracé l'évolution des déplacements des deux points A et B pour les deux sections choisies.

Le comportement des deux sections est presque identique, les déplacements mesurés autour de l'anneau 22 étant légèrement supérieurs à ceux du 15, ce qui est en accord avec les mesures de coulisement.

On a également étudié les déplacements radiaux  $u$  du massif autour de la galerie en fonction de la distance  $r$  du point à l'axe, pour les deux sections de mesures.

Sur la *figure 30*, on a tracé l'évolution en échelle logarithmique du déplacement  $u$  en fonction du rayon  $r$  à deux dates différentes (20.4.88 et 24.3.89). La mesure zéro des valeurs tracées sur ces courbes est celle du 18 Décembre 1987.

Le déplacement du rayon à 2m est obtenu par la mesure du coulisement ; les déplacements des rayons 3,7m, 6m et 12m sont calculés par la différence entre les valeurs de mesures des extensomètres de forage et celle du nivellement, considéré dans ce calcul comme le point fixe.

Pour la section proche du cintre 15, les quatre valeurs de  $u$  définissent dans ce diagramme une droite. Pour celle au niveau du cintre 22, la droite tracée passe par trois points seulement. Dans ce cas, la mesure à 12m n'a pas pu être utilisée parce qu'elle est assez dispersée.

Si l'on admet cette dépendance linéaire de  $u$  en fonction de  $r$  en échelle logarithmique, on montre donc qu'à un instant donné, les déplacements radiaux peuvent être décrits comme une fonction décroissante du rayon  $r$  qui a la forme suivante :

$$u = \frac{A(t)}{r^\alpha} \quad (2.4)$$

On peut observer sur la *figure 30* que les droites tracées à des dates différentes sont bien parallèles, ce qui permet de déduire que  $\alpha$  ne dépend pas du temps :  $\alpha = 1,15$ . Comme  $\alpha > 1$ , il y a dilatance du matériau ; ceci confirme donc les conclusions de laboratoire sur l'argile de Boom.

On notera, d'autre part, que ces déplacements mesurés ne correspondent qu'à une partie des déplacements du massif ; en effet les extensomètres ayant été placés après le passage du front de taille, les déplacements à court terme ne sont donc pas pris en compte.

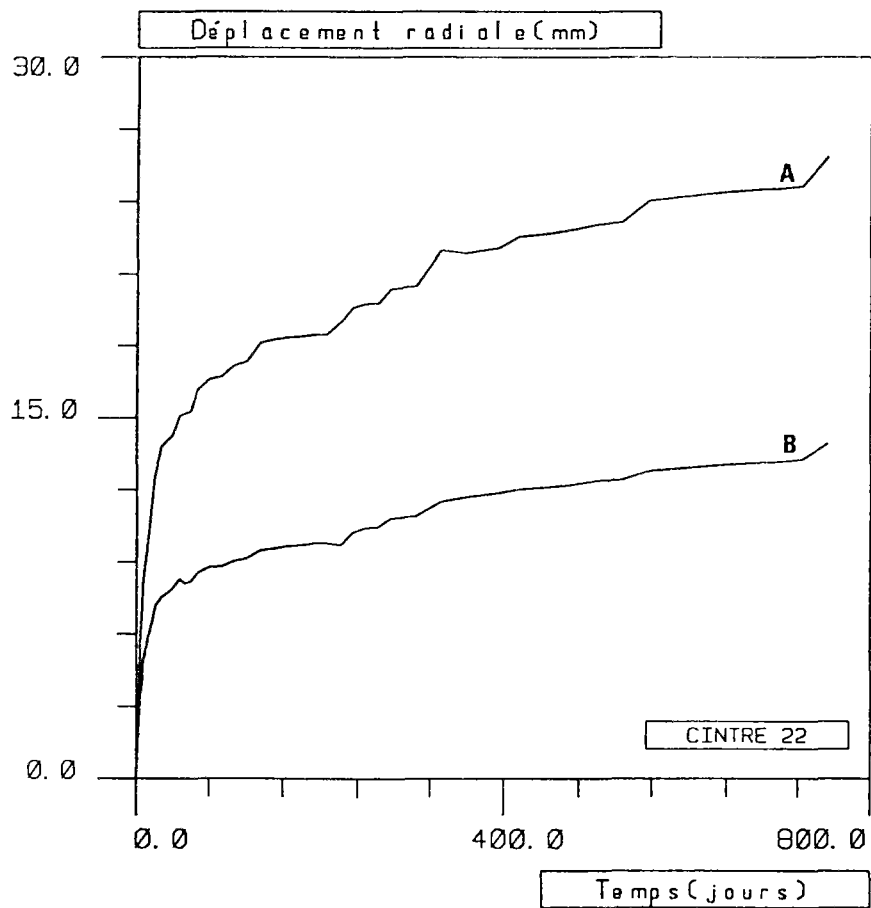
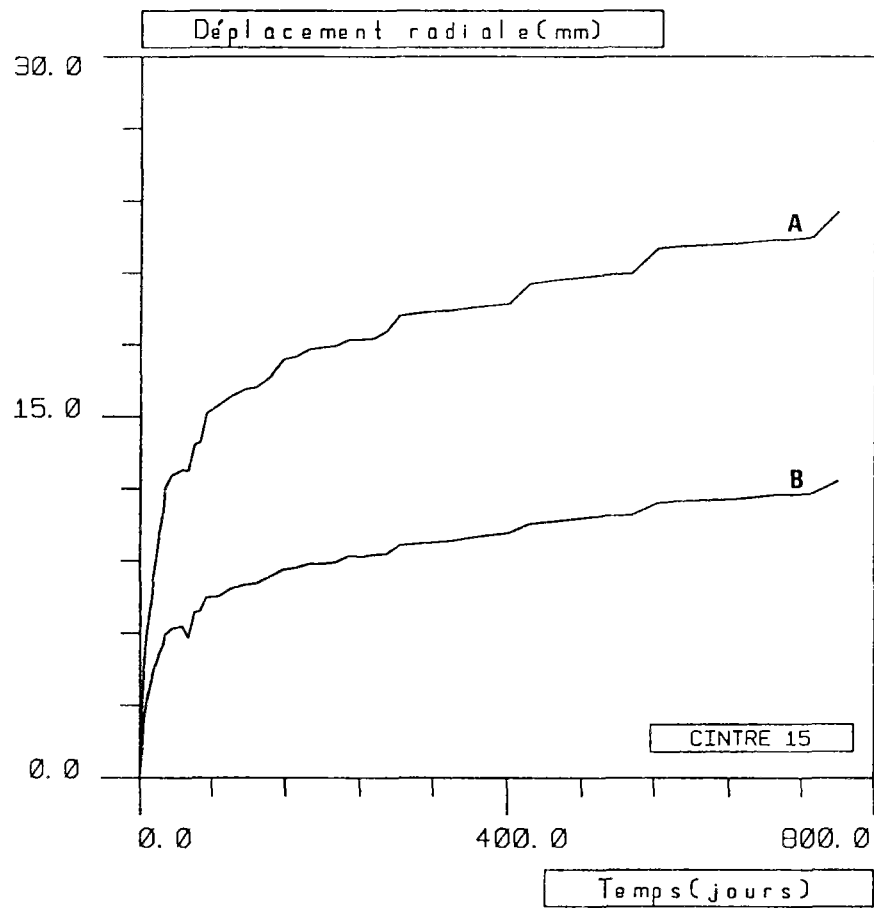


Figure 29 (a-b) : Evolution des déplacements du massif argileux

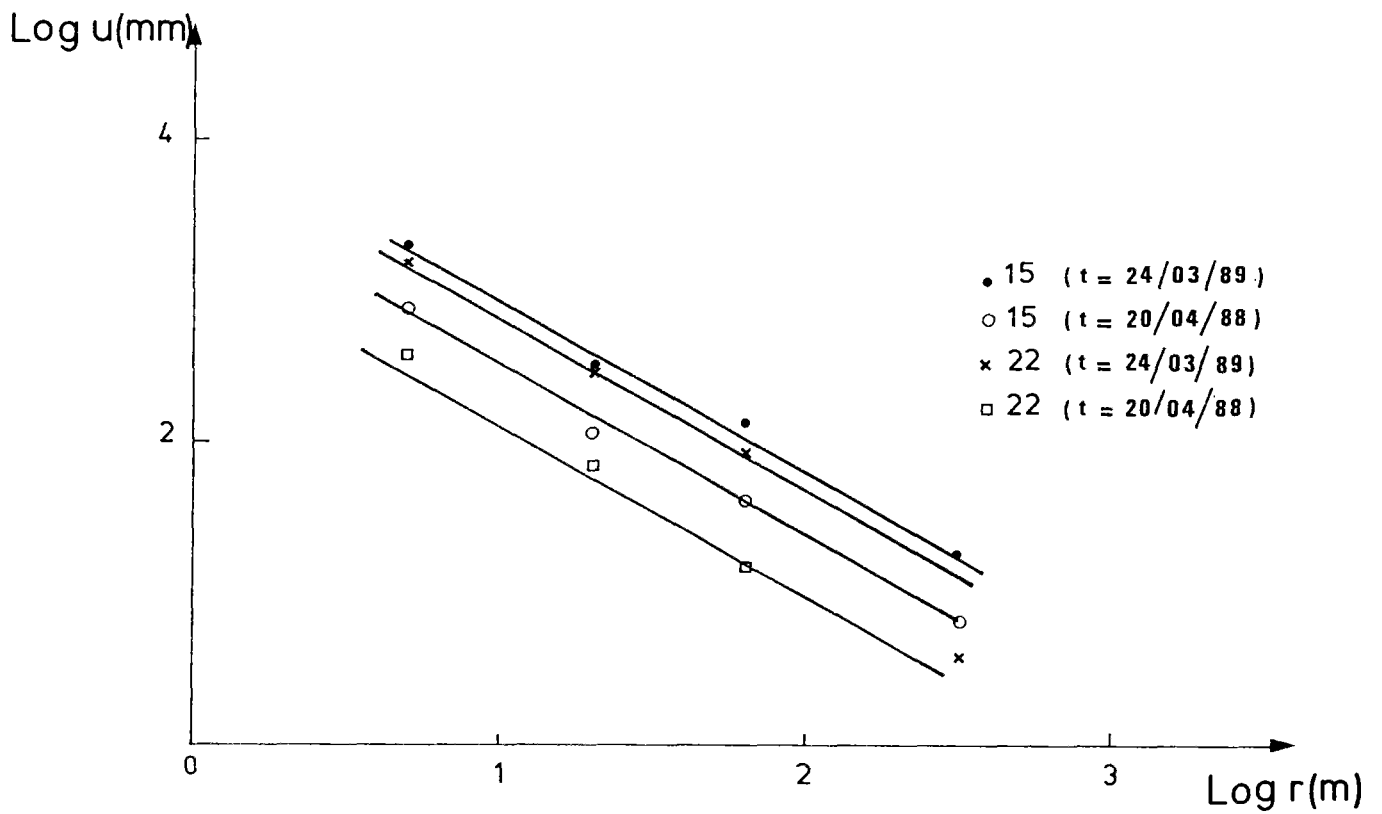


Figure 30 : Déplacements  $u$  en fonction de la distance à l'axe  $r$ .

Si la valeur  $U_0$  de la convergence au moment de la pose du soutènement relative à la galerie cintrée n'a pu être mesurée, celle relative à la petite galerie de Mol (G. Rousset, 1988 - page 132) a pu l'être, soit  $U_0^m$ . Compte tenu du fait que les deux galeries ont été réalisées dans des conditions analogues (même site, profondeur similaire et même vitesse d'avancement), nous pouvons raisonnablement avancer que  $U_0$  est peu différent de  $U_0^m$ .

Ainsi, dans notre modèle numérique de la partie II, on considérera que :

$$U_0 = U_0^m \simeq 4,0 \%$$

## 2.3 - SYNTHÈSE DES RESULTATS DE L'EXPERIMENTATION

Les résultats les plus importants de l'essai de soutènement à convergence contrôlée sont résumés ci-dessous :

- La déformation orthoradiale calculée grâce au coulisement des cintres ( $\Delta\phi/\phi = \text{mesure de coulisement}/2\pi R$ ) a presque la même valeur que celle qui est mesurée directement ( $\Delta\phi/\phi = \text{mesure de convergence d'un diamètre}/\phi$ ). Sa valeur moyenne est, deux ans après la réalisation de l'ouvrage, de **2,04 %**.

- Les pressions mesurées par les cellules GLOTZL à l'interface massif-soutènement sont de l'ordre de 60% inférieures à celles calculées à partir des efforts normaux (mesure extensométrique), qui en fait sont plus précises.

- La poussée moyenne du massif sur le soutènement, calculée à partir des mesures extensométriques, atteint une valeur asymptotique de **1,6 MPa**, valeur qui représente **le tiers de la pression lithostatique** à la profondeur de la galerie.

- Les déformées des cintres, obtenues à partir des mesures des cordes des anneaux, montrent que les cintres restent presque circulaires. Une faible ovalisation, avec un grand axe de la déformée verticale, est toutefois observée.

- Les valeurs mesurées des moments fléchissants (mesures Kovari), après avoir été corrigées de la valeur  $M_c \left[ M_c = EI \frac{\Delta R}{R} \frac{1}{R} \right]$  correspondant à la variation moyenne de courbure due au coulisement, donnent la valeur du moment résultant seulement de l'ovalisation. Les valeurs ( $M - M_c$ ) sont partout très faibles et leur somme en couronne, sole et piédroits est presque nulle, comme le prévoit l'équilibre de l'anneau.

- Ces résultats indiquent que l'ouvrage est très souple en flexion et que la poussée exercée par le massif sur le soutènement est homogène.

- Globalement, les mesures effectuées sont tout à fait semblables d'un cintre à l'autre, ce qui montre la très grande qualité des mesures.

Un résultat très intéressant de cet essai concerne les *courbes expérimentales de confinement*. Ces courbes sont obtenues à partir des courbes de l'effort normal fonction du coulisement, où l'effort normal est ramené à une pression ( $P_i$ ) moyenne ( $N = P_i \cdot b \cdot R_i$ , avec  $b = 0,33\text{m}$  et  $R_i = 2\text{m}$ ) et le coulisement donné en pourcentage (convergence  $U_i$ ).

Les *figures 31 (a-d)* illustrent l'évolution du confinement  $P_i$  en fonction de la convergence  $U_i$  pour les 4 cintres de mesure.

Initialement,  $P_i$  augmente sans convergence jusqu'à atteindre la valeur seuil de coulisement. Après, le comportement en "dents de scie" apparaît (un coulisement entraîne une diminution de l'effort et ainsi de suite) et évolue avec un écrouissage positif :  $P_i$  augmente avec  $U_i$ .

Les courbes expérimentales de confinement des 4 cintres sont remarquablement comparables. Elles peuvent être assimilées à un comportement du type élastoplastique avec écrouissage positif. (\*)

Dans le tableau 5 sont résumées les principales grandeurs mesurées dans l'essai de soutènement à convergence contrôlée, à la date  $t_1$  de fin de creusement (03/12/87) et 2 ans après la fin du chantier, soit  $t_2$  (13/12/89). A l'instant  $t_2$ , les écarts entre les mesures données par les quatre anneaux ne sont pas importants : ils sont de l'ordre de 15% environ la moyenne pour les efforts normaux, pressions (mesures extensométriques) et les déformations orthoradiales.

(\*) *Remarque sur la forme des courbes expérimentales de confinement :*

On a déjà vu que le coulisement de l'ouvrage n'est pas régulier et ne se produit qu'à des instants donnés. L'ordre de grandeur du coulisement à chacun de ces instants est de l'ordre du centimètre. Corrélativement, aux mêmes instants, la poussée moyenne chute brutalement (l'ordre de grandeur de ces variations est le dixième de MPa).

Considérant, par ailleurs, que les instants de prise de mesure ne sont évidemment pas les mêmes que les instants précédemment définis, il est logique d'obtenir une forme "tourmentée" des courbes de confinement.

On notera toutefois que, pour une modélisation, si l'on néglige le comportement par "crêneaux" du soutènement, la courbe de confinement à prendre en compte sera bien l'enveloppe supérieure des courbes expérimentales.



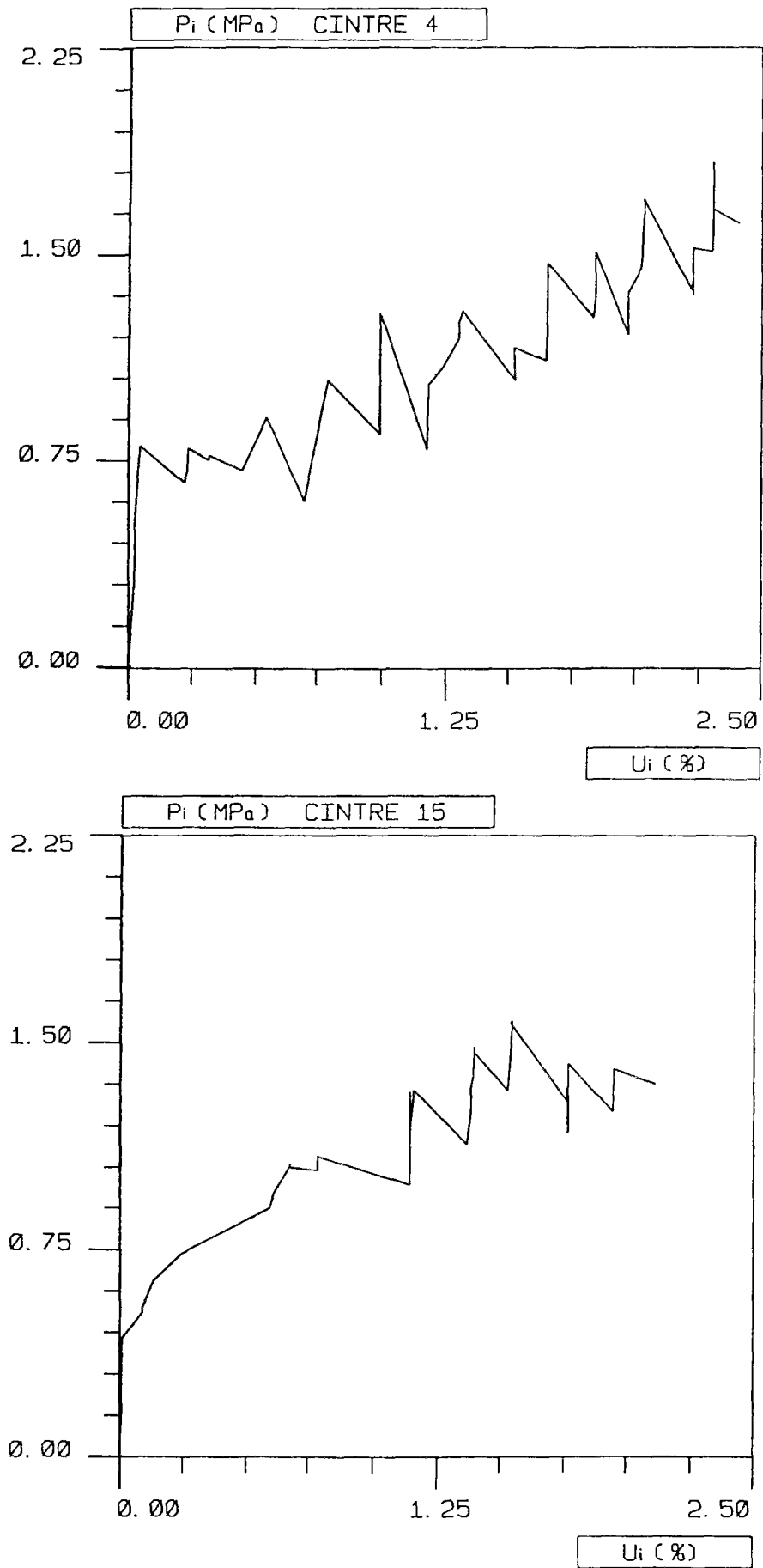


Figure 31 (a-b) : Courbes expérimentales de confinement.

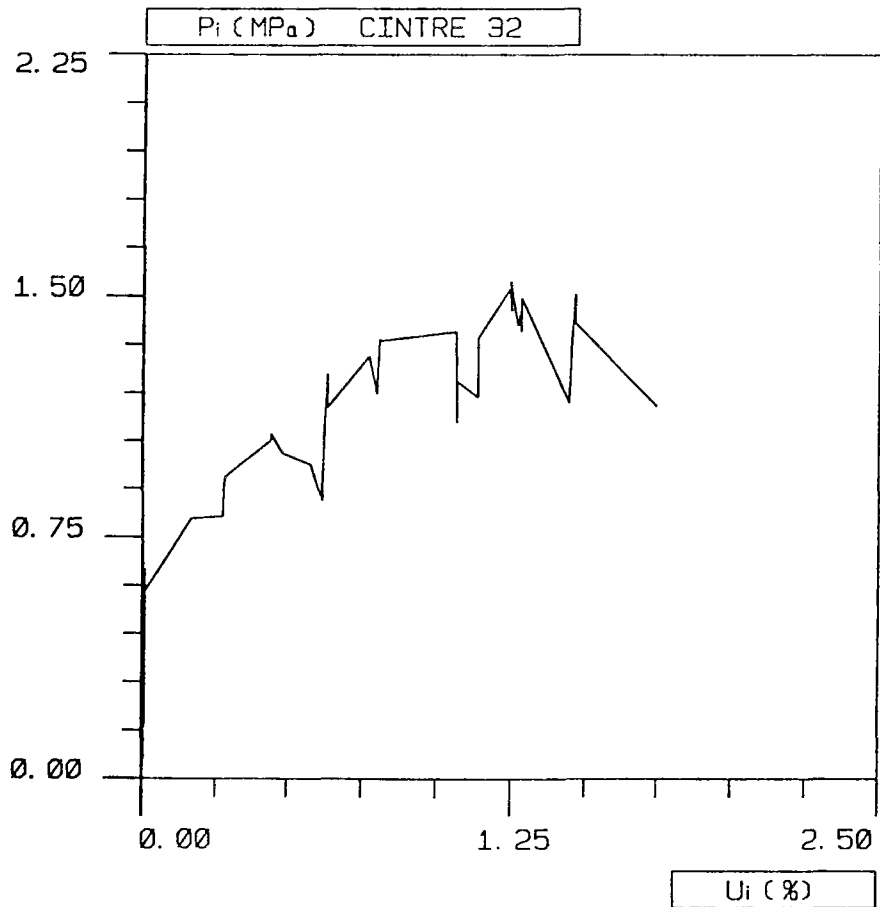
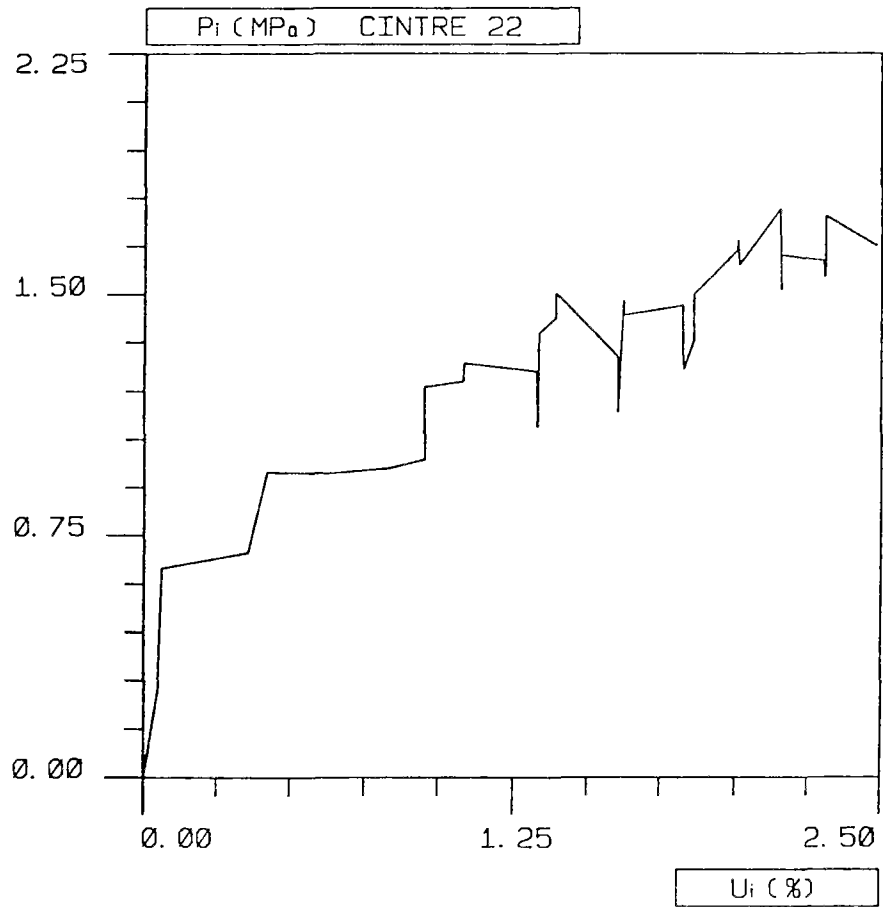


Figure 31 (c-d) : Courbes expérimentales de confinement.

		CINTRE 4	CINTRE 15	CINTRE 22	CINTRE 32
N moyen (Extens.) (tf)	t1	53	49	63	14
	t2	108	90	108	77
P moyenne (Extens.) (MPa)	t1	0,80	0,74	0,95	0,21
	t2	1,64	1,36	1,64	1,17
P moyenne (GLOTZL) (MPa)	t1	0,40	0,71	0,71	0,25
	t2	0,77	0,75	0,90	0,48
Déf. orthoradiale (coulissement)	t1	1,18	0,25	0,42	0,02
	t2	2,41	2,11	2,48	1,75
Déf. orthoradiale (convergence)	t1	1,39	0,17	0,37	0,03
	t2	2,59	1,96	2,43	1,82
t1 = 03/12/87 : fin de creusement de la galerie t2 = 13/12/89 : dernière mesure					

Tableau 5 :

Résumé des principales grandeurs mesurées à l'instant  $t_1$  de la fin du creusement de la galerie et à  $t_2 = 13/12/89$ .

## **CONCLUSIONS SUR L'EXPERIMENTATION**

L'essai de soutènement à convergence contrôlée constitue une expérience riche en enseignements sur le comportement d'une galerie et de son soutènement dans une roche pour laquelle les effets différés sont très importants.

L'application directe des résultats de cet essai intéresse l'optimisation du dimensionnement des galeries creusées dans une argile profonde, et concerne donc plus généralement la faisabilité des ouvrages souterrains dans ces milieux.

L'idée de base de cette étude est que *la pression finale exercée par le massif sur un soutènement* est largement fonction d'une part de *l'histoire du chargement* pendant la période de creusement et de pose de soutènement et, d'autre part, du *système de fonctionnement mécanique* du soutènement lui-même.

La solution retenue, le soutènement à seuil de confinement, permet de combiner deux principes essentiels pour garantir le bon comportement du système à long terme :

- il *limite la décompression du massif avant la pose du soutènement* ; cette décompression se produit essentiellement sous confinement, ce qui permet de profiter de l'effet bénéfique d'une contrainte moyenne élevée en paroi ;
- il permet, grâce au coulisement, la *convergence différée* de la paroi de la galerie et limite donc, par son fonctionnement même, la pression ultime de soutènement.

Pour ces deux raisons, le système choisi est "optimal" du point de vue du dimensionnement de l'ouvrage, au sens où la pression finale de soutènement, pour le soutènement choisi, est minimale.

Cette solution a été mise en oeuvre à Mol (Belgique), dans les installations souterraines du CEN/SCK à 230 mètres de profondeur.

De façon pratique, on s'est inspiré d'une technique de Génie Minier, *le cintre coulisant*, qui remplit les objectifs fixés au préalable, c'est-à-dire : assurance de la stabilité à long terme de l'ouvrage et optimisation de son dimensionnement.

Les résultats de l'expérimentation pendant deux années ont montré une *remarquable cohérence entre les différentes mesures*.

On déduit de tous ces résultats, que le type de soutènement choisi et son dimensionnement ont atteint leurs objectifs.

Ce soutènement permet d'appliquer, très rapidement, un confinement à la paroi et très près du front de taille (voir photo n°2 de l'annexe 1).

Le soutènement par cintres métalliques, grâce au coulisement au niveau des assemblages, permet une correcte convergence de la paroi sous confinement de sorte que l'intégrité du massif est maintenue (limitation des phénomènes de localisation des déformations). Il accompagne les mouvements de terrain sans subir des déformations importantes qui remettraient en cause sa sécurité : le critère d'état limite du cintre est loin d'être atteint.

Le dimensionnement des assemblages et le planning de serrage des boulons des étriers semblent avoir été adéquats. Ils ont conduit à un seuil de coulisement pour lequel le cintre n'atteint pas son état limite et n'entraîne pas un coulisement brutal qui pourrait être dangereux pour la stabilité de l'ouvrage.

Le résultat essentiel est que la pression à l'interface massif-soutènement vaut **1,6 MPa**, soit de l'ordre du *tiers de la pression lithostatique à la profondeur du terrain*. La convergence moyenne de tous les cintres est limitée à **2,1%** environ, deux ans après la réalisation de l'ouvrage.

Les dernières mesures indiquent que les effets différés sont de plus en plus modérés, mais que l'équilibre ultime de la galerie n'est pas encore atteint.

Dans la partie II de ce travail, nous allons nous intéresser à la modélisation numérique des galeries soutenues. En particulier, nous allons mettre au point un algorithme numérique pour la résolution du problème d'interaction massif viscoplastique-soutènement coulissant, tel que celui de la galerie cintrée. Ensuite, nous utiliserons cet outil numérique pour modéliser *l'essai de soutènement à convergence contrôlée*.

PARTIE II

A P P R O C H E N U M E R I Q U E :

MODELISATION 2D DES TUNNELS  
AVEC REVETEMENT LINEAIRE OU NON

INTRODUCTION

CHAPITRE 3 - RESOLUTION NUMERIQUE EN VISCOPLASTICITE ET  
PLASTICITE : ALGORITHMES DE RESOLUTION

CHAPITRE 4 - MODELISATION NUMERIQUE 2D DU PROBLEME DE  
L'INTERACTION MASSIF/SOUTENEMENT

CHAPITRE 5 - SIMULATION NUMERIQUE DE LA GALERIE CINTREE

CONCLUSIONS SUR LA MODELISATION NUMERIQUE DE LA GALERIE CINTREE



## INTRODUCTION A LA PARTIE II

Dans la première partie de cette étude, nous avons montré, grâce à l'approche expérimentale, que le problème du tunnel soutenu est un problème fortement couplé entre le massif et le revêtement.

Dans cette partie nous nous proposons d'étudier ce type de problème par voie numérique, en examinant avec un intérêt particulier le problème de l'interaction entre un massif *viscoplastique* et un soutènement *plastique*.

Elle comporte trois chapitres :

- Dans le premier chapitre nous exposons les développements numériques qui ont abouti à la mise au point du code aux éléments finis "GEOMECH 91", conçu pour traiter plusieurs types de problèmes géotechniques en plasticité et viscoplasticité.

La résolution analytique d'un problème original de tunnel en plasticité est largement exploité comme outil de validation de ce code.

- Un algorithme original qui modélise le comportement d'interaction massif viscoplastique - soutènement plastique est développé dans le second chapitre. Une première validation de celui-ci est illustrée en réalisant le calcul simple d'une galerie soutenue à l'aide de trois types de modélisation numérique, correspondant chacune à des algorithmes de résolution distincts.

- Dans le troisième chapitre nous utilisons l'algorithme précédent pour modéliser la galerie cintrée décrite dans la première partie.





CHAPITRE 3 :

RESOLUTION NUMERIQUE  
EN VISCOPLASTICITE ET PLASTICITE :

ALGORITHMES DE RESOLUTION



Dans ce chapitre, on présente le principe de résolution numérique des problèmes d'évolution par la méthode des éléments finis, tels qu'ils sont traités dans le code "GEOMECH 91". Ce code est une nouvelle version de l'ancien "GEOMECH" (Ghoreychi, 1987), son champ d'application ayant été largement étendu dans le cadre du présent travail.

Après un bref rappel la méthode des éléments finis en élasticité (Touzot et Dhatt, 1984 ; Zienkiewicz, 1986), on expose successivement les algorithmes de viscoplasticité et plasticité développés dans ce nouveau code de calcul. On réalise ensuite des calculs numériques simples dont les résultats sont comparés avec ceux donnés par des solutions explicites, de façon à valider cet outil numérique.

### 3.1 - RAPPELS SUR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS EN ELASTICITE

*D'une manière générale, la méthode des éléments finis est une méthode de Ritz par "morceaux", et de ce fait en constitue une extension permettant l'analyse de structures complexes. Elle consiste à chercher la meilleure approximation d'une fonction à domaine de définition fixé, de manière à satisfaire " au mieux " les lois physiques auxquelles elle obéit.*

#### 3.1.1. - Formulation variationnelle

Soit  $\Omega$  une structure de  $\mathbb{R}^{\text{dim}}$  ( $\text{dim} = 1, 2, 3$ ) de frontière  $\Gamma$ , constituée d'un matériau élastique, homogène et isotrope, reposant sur une partie  $\Gamma_u$  de sa frontière sur un socle rigide, et soumise aux efforts de surface  $\underline{T}^d$  sur l'autre partie  $\Gamma_\sigma$ . Elle est d'autre part soumise à une distribution d'efforts volumiques  $\underline{f}_v$ .

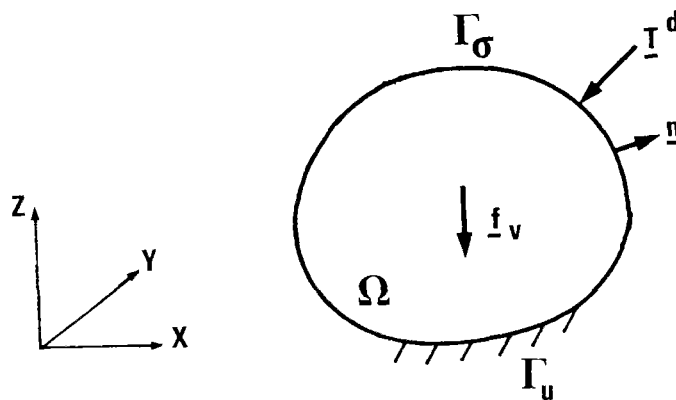


Figure 1 : La structure et son chargement.

La structure est initialement dans son état naturel et on fait l'hypothèse des petites perturbations. On suppose par ailleurs que les transformations sont isothermes. On se propose de déterminer la solution  $(\underline{u}, \underline{\sigma})$  du problème mécanique régie par les équations classiques d'un problème élastique linéarisé :

**Equations de champ**

$$\begin{aligned} \bullet \operatorname{div} \underline{\sigma} + \underline{f}_v &= \underline{0} \quad \text{dans } \Omega \\ \bullet \sigma_{ij} &= \lambda \delta_{ij} \epsilon_{kk}(\underline{u}) + 2\mu \epsilon_{ij}(\underline{u}) \quad \text{et} \quad \epsilon_{ij}(\underline{u}) = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \end{aligned} \quad (3.1a)$$

**Conditions aux limites**

$$\begin{aligned} \bullet \underline{u} &= \underline{0} \quad \text{sur } \Gamma_u \\ \bullet \underline{\sigma} \cdot \underline{n} &= \underline{T}^d \quad \text{sur } \Gamma_\sigma \text{ partie complémentaire de } \Gamma_u \text{ à } \Gamma. \end{aligned} \quad (3.1b)$$

où on a noté  $u_{i,j}$  la dérivée de la  $i^{\text{ème}}$  composante du déplacement  $\underline{u}$  par rapport à la  $j^{\text{ème}}$  coordonnée.

Notons  $V$  l'ensemble des déplacements cinématiquement admissibles,

$$V = \{ \underline{v} \text{ régulier ; } \underline{v}|_{\Gamma_u} = \underline{0} \}$$

Pour tout  $\underline{v}$  de  $V$ , l'énergie potentielle  $E_p$  est définie par :

$$E_p(\underline{v}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \underline{\sigma}(\underline{v}) : \underline{\epsilon}(\underline{v}) \, d\Omega - \int_{\Omega} \underline{f}_v \cdot \underline{v} \, d\Omega - \int_{\Gamma_\sigma} \underline{T}^d \cdot \underline{v} \, d\Gamma \quad (3.2)$$

(Dans cette expression  $\underline{\sigma}(\underline{v})$  se déduit de  $\underline{\epsilon}(\underline{v})$  par la relation exprimant le comportement élastique et de ce fait, n'est statiquement admissible que si  $\underline{v}$  coïncide avec la solution  $\underline{u}$  du problème).

On montre que :

" la solution  $\underline{u}$  du problème mécanique ainsi défini est l'unique solution du problème :

$$(P) : \quad \inf \{ E_p(\underline{v}) \mid \underline{v} \in V \} "$$

( L'unicité n'est acquise qu'éventuellement à un champ de déplacement rigidifiant près, cette indétermination pouvant être levée par la forme des conditions aux limites).

### 3.1.2.- Modèle déplacement

On appelle modèle déplacement le couple formé par :

1. un sous-espace  $V_n \subset V$  de dimension finie  $n$ .
2. le problème  $(P_n) : \inf \{ E_p(\underline{v}) \mid \underline{v} \in V_n \}$

Le problème  $(P_n)$  admet une solution unique  $\underline{u}_n$ . Cette solution est construite en se donnant une base de  $V_n$  et en résolvant ensuite un système linéaire.

La méthode des éléments finis consiste à discrétiser spatialement le domaine  $\Omega$  en un nombre fini de sous-domaines ou mailles, et à construire la solution en déplacement en se restreignant à un espace  $V_n$  engendré par une base  $(\underline{w}_i)_{i=1,n}$ . La restriction de  $\underline{w}_i$  à chaque maille est une fonction polynômiale des coordonnées. Le champ  $\underline{u}_n$  est alors une combinaison linéaire des éléments de la base précédente. Si la discrétisation de la structure comporte  $p$  noeuds (sommets des mailles), le champ  $\underline{u}_n$  est complètement déterminé par la donnée de ses valeurs en ces noeuds.

#### Quelques notations :

Avant de continuer plus loin, précisons les notations vectorielles usuelles ( $\dim = 3$ ) :

$$\underline{\underline{\sigma}} \equiv \underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} ; \quad \underline{\underline{\epsilon}} \equiv \underline{\underline{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{12} \\ 2\epsilon_{23} \\ 2\epsilon_{31} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

On écrit alors,

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{L}} \cdot \underline{u} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{\epsilon}} \quad (3.4)$$

avec :

$\underline{\underline{L}}$  matrice de différentiation reliant la déformation au déplacement, et  $\underline{\underline{D}}$  matrice d'élasticité de Hooke.

Dans la suite nous utiliserons les notations  $\underline{\underline{\sigma}}$  et  $\underline{\underline{\epsilon}}$  pour désigner les tenseurs de contrainte et de déformation, et les notations  $\underline{\sigma}$  et  $\underline{\epsilon}$  pour désigner les vecteurs associés par (3.3).

Supposons donné un maillage de  $\Omega$ , comportant  $m$  éléments correspondant à  $p$  noeuds. Le choix de  $V_n$  revient alors à se donner les fonctions de forme qui relient le déplacement d'un point de la structure aux valeurs des déplacements aux noeuds de l'élément auquel appartient le point considéré :

$$\underline{u}_n(\underline{x}) = \underline{N}(\underline{x}) \cdot \underline{a}_i \quad \text{si } \underline{x} \text{ appartient à l'élément (i)} \quad (3.5)$$

où :

$\underline{a}_i$  est le vecteur contenant les valeurs des composantes du déplacement aux noeuds de l'élément (i), et  $\underline{N}$  contient les fonctions de forme.

Comme  $\underline{u}_n$  est complètement déterminé par la connaissance du vecteur  $\underline{a}$  contenant ses valeurs aux  $p$  noeuds du maillage, il est plus commode de ramener la détermination de  $\underline{u}_n$  à celle de  $\underline{a}$ .

La résolution du problème ( $P_n$ ) se résume alors à la résolution du système linéaire suivant :

$$\underline{K} \cdot \underline{a} = \underline{F}^{ex} \quad (3.6)$$

où :

$\underline{K}$  est la matrice de rigidité globale,

$$\underline{K} = \int_{\Omega} \underline{B}^T \cdot \underline{D} \cdot \underline{B} \, d\Omega \quad \text{avec} \quad \underline{B} = \underline{L} \cdot \underline{N} \quad (3.7)$$

et  $\underline{F}^{ex}$  le vecteur des efforts extérieurs nodaux,

$$\underline{F}^{ex} = \int_{\Omega} \underline{N}^T \cdot \underline{f}_v \, d\Omega + \int_{\Gamma_\sigma} \underline{N}^T \cdot \underline{T}^d \, d\Gamma \quad (3.8)$$

Bien entendu, le calcul des intégrales précédentes se fait par sommation sur tous les éléments discrétisant  $\Omega$  et les lignes discrétisant le contour  $\Gamma_\sigma$ . Pour fixer les idées, supposons que  $\Omega$  est discrétisé par  $m$  éléments  $\Omega_i$  et le contour  $\Gamma_\sigma$  par  $\bar{m}$  lignes  $\Gamma_{\sigma_i}$ , alors :

$$\underline{K} = \sum_{i=1}^m \int_{\Omega_i} \underline{B}_i^T \cdot \underline{D} \cdot \underline{B}_i \, d\Omega \quad (3.9)$$

et

$$\underline{F}^{ex} = \sum_{i=1}^m \int_{\Omega_i} \underline{N}_i^T \cdot \underline{f}_v \, d\Omega + \sum_{i=1}^{\bar{m}} \int_{\Gamma_{\sigma_i}} \underline{N}_i^T \cdot \underline{T}^d \, d\Gamma \quad (3.10)$$

### 3.2 - FORMULATION EN VISCOPLASTICITE

Nous étudions ici le comportement élastoviscoplatique en transformation infinitésimale. La description de ce type de comportement fait apparaître deux notions fondamentales :

- le domaine d'élasticité du matériau
- la loi d'écoulement viscoplastique qui décrit l'évolution du tenseur des déformations viscoplastiques.

La formulation en élastoviscoplasticité est basée sur la décomposition suivante du tenseur des déformations totales  $\underline{\underline{\epsilon}}$  :

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{\epsilon}}^e + \underline{\underline{\epsilon}}^{vp} + \underline{\underline{\epsilon}}^0 \quad (3.11)$$

où :

$\underline{\underline{\epsilon}}^e$ ,  $\underline{\underline{\epsilon}}^{vp}$  et  $\underline{\underline{\epsilon}}^0$  désignent respectivement les tenseurs des déformations élastiques, viscoplastiques et initiales ( déformations d'origine thermique, par exemple ).

La relation entre contraintes et déformations dans le domaine élastique, s'exprime par la loi de Hooke ( *en notation vectorielle* ) :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{D}} \cdot ( \underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}^{vp} - \underline{\underline{\epsilon}}^0 ) + \underline{\underline{\sigma}}^0 \quad (3.12)$$

dans laquelle  $\underline{\underline{\sigma}}^0$  représente le vecteur associé au tenseur des contraintes initiales ( contraintes géostatiques, par exemple ).

Pour simplifier les formules, on considérera dans ce qui suit que le terme  $\underline{\underline{\epsilon}}^0$  est nul, tout en sachant que notre code numérique peut aussi traiter des problèmes non isothermes.

Il apparaît clairement que la seule connaissance du domaine d'élasticité n'est pas suffisante pour décrire entièrement ce type de comportement. La connaissance de la loi d'évolution temporelle des déformations viscoplastiques s'avère donc indispensable lorsque le point de charge sort du domaine d'élasticité.

#### 3.2.1. - Problème d'évolution élastoviscoplastique (Halphen, 1989).

- **Critère de plasticité**

On suppose que le domaine d'élasticité est un convexe dans l'espace des contraintes, et que ce convexe varie avec l'état du matériau.

On considère de manière classique que le critère de plasticité  $F ( \underline{\underline{\sigma}}, E )$  est une fonction convexe de  $\underline{\underline{\sigma}}$  et :



- $F(\underline{\sigma}, E) < 0$  si  $\underline{\sigma}$  est à l'intérieur du domaine d'élasticité actuel
- $F(\underline{\sigma}, E) = 0$  si  $\underline{\sigma}$  est sur la frontière du domaine d'élasticité actuel
- $F(\underline{\sigma}, E) > 0$  si  $\underline{\sigma}$  est à l'extérieur du domaine d'élasticité actuel

$E$  représente l'état d'écrouissage du matériau. En fait,  $E$  peut être exprimé par une fonctionnelle du chargement entre l'instant  $-\infty$  et l'instant actuel.

Pour les critères de plasticité usuels, l'état d'écrouissage  $E$  est caractérisé par un certain nombre de paramètres de nature scalaire ou tensorielle. Son évolution dans le temps est donnée sous la forme suivante :

$$\dot{E} = h(\underline{\sigma}, E) \quad (3.13)$$

où  $\dot{E}$  est la vitesse de l'état d'écrouissage.

#### • Règle d'écoulement viscoplastique

En examinant l'état des contraintes  $\underline{\sigma}$  en un point du matériau élastoviscoplastique, les situations suivantes peuvent se présenter :

- Si  $\underline{\sigma}$  est à l'intérieur du domaine d'élasticité actuel correspondant à  $E$ , alors :  
 $F(\underline{\sigma}, E) < 0$  et donc,

$$\dot{\underline{\epsilon}} = \dot{\underline{\epsilon}}^e \quad (3.14)$$

La vitesse des déformations totales est purement élastique.

- Si  $\underline{\sigma}$  est à l'extérieur ou sur la frontière du domaine d'élasticité actuel, alors :  
 $F(\underline{\sigma}, E) \geq 0$  et donc,

$$\dot{\underline{\epsilon}} = \dot{\underline{\epsilon}}^e + \dot{\underline{\epsilon}}^{vp} \quad (3.15)$$

La vitesse des déformations totales est la somme d'une partie élastique et d'une partie viscoplastique.

La vitesse des déformations viscoplastiques s'écrit sous la forme d'une loi d'évolution du type :

$$\dot{\underline{\epsilon}}^{vp} = \underline{g}(\underline{\sigma}, E) \quad (3.16)$$

La fonction tensorielle  $\underline{g}$  étant nulle lorsque  $F(\underline{\sigma}, E) < 0$ .

Dans le cas d'un matériau élastique parfaitement viscoplastique, la loi d'écoulement  $\underline{g}$  de même que le critère F sont indépendants de E.

### 3.2.2. - Résolution du problème élastoviscoplastique par la méthode des éléments finis

La méthode de résolution des problèmes élastoviscoplastiques développée dans notre code " GEOMEC 91 " est celle des 'déformations initiales' ( Zienkiewicz et Corneau, 1974 ; Owen et Hinton, 1980 ).

Le problème est résolu incrémentalement dans le temps. A chaque instant  $t_n$ , la condition d'équilibre suivante doit être vérifiée :

$$\sum_{i=1}^m \int_{\Omega_i} \underline{B}^T \cdot \underline{\sigma}_n \, d\Omega + \underline{F}_n^{ex} = 0 \quad (3.17)$$

Pendant un intervalle de temps  $\Delta_n t$  ( *passage de l'instant  $t_n$  à l'instant  $t_{n+1}$*  ), la relation (3.17) doit être respectée de façon incrémentale.

On définit l'incrément  $\Delta_n X$  d'une variable X par :

$$\Delta_n X = X_{n+1} - X_n \quad (3.18)$$

1/ La forme incrémentale de (3.17) s'écrit :

$$\sum_{i=1}^m \int_{\Omega_i} \underline{B}^T \cdot \Delta_n \underline{\sigma} \, d\Omega + \Delta_n \underline{F}^{ex} = 0 \quad (3.19)$$

où  $\Delta_n \underline{F}^{ex}$  est l'incrément de force extérieure entre les instants  $t_n$  et  $t_{n+1}$ .

2/ La loi de Hooke (3.12) s'exprime de façon incrémentale par :

$$\Delta_n \underline{\sigma} = \underline{D} \cdot (\Delta_n \underline{\epsilon} - \Delta_n \underline{\epsilon}^{vp}) \quad (3.20)$$

3/ L'incrément de déformations totales dans un élément (i) de la discrétisation spatiale, s'exprime en fonction de l'incrément de déplacements  $\Delta_n \underline{u}$  aux noeuds de l'élément considéré, soit :

$$\Delta_n \underline{\epsilon} = \underline{B} \cdot \Delta_n \underline{u} \quad (3.21)$$

4/ L'incrément de déformations viscoplastiques  $\Delta_n \underline{\epsilon}^{VP}$  est calculé par un schéma d'intégration numérique, qui peut être, par exemple, écrit sous la forme suivante ( Owen et Hinton, 1980 ) :

$$\Delta_n \underline{\epsilon}^{VP} = \Delta_n t \left( (1-\theta) \dot{\underline{\epsilon}}_n^{VP} + \theta \dot{\underline{\epsilon}}_{n+1}^{VP} \right) \quad (3.22)$$

Suivant la valeur de  $\theta$ , le schéma d'intégration est implicite ou explicite :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \theta = 0 & \rightarrow \text{schéma explicite d'Euler} \\ \theta = \frac{1}{2} & \rightarrow \text{schéma de Cranck-Nicolson} \\ \theta = 1 & \rightarrow \text{schéma implicite} \end{array} \right.$$

Lorsqu'on choisit le schéma d'Euler, le problème se simplifie considérablement puisque (3.22) devient :

$$\Delta_n \underline{\epsilon}^{VP} = \Delta_n t \dot{\underline{\epsilon}}_n^{VP} \quad (3.23)$$

Ce schéma assez simple, présente l'inconvénient d'être parfois instable lorsque le pas de temps  $\Delta_n t$  est grand. Compte tenu de ce problème et dans l'optique de l'utilisation d'un schéma explicite (*le schéma implicite nécessitant des itérations supplémentaires*), nous avons opté pour la méthode d'intégration explicite de **Runge-Kutta d'ordre 2** (plus précise que la méthode d'Euler) pour déterminer les déformations viscoplastiques.

Finalement, en substituant (3.20) dans (3.19), l'approche du problème par la méthode des éléments finis revient à écrire l'équation (3.6) de façon incrémentale, avec un vecteur de forces  $\underline{F}^{ex}$  modifié, soit :

$$\underline{K} \cdot \Delta_n \underline{a} = \Delta_n \underline{F}^{tot} \quad (3.24)$$

avec :

$$\Delta_n \underline{F}^{tot} = \sum_{i=1}^m \int_{\Omega_i} \underline{B}^T \cdot \underline{D} \cdot \Delta_n \underline{\epsilon}^{VP} d\Omega + \Delta_n \underline{F}^{ex} \quad (3.25)$$

L'incrément de déplacement aux noeuds  $\Delta_n \underline{a}$  de la structure étant ainsi calculé, la solution du problème à l'instant  $t_{n+1}$  s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{a}_{n+1} = \underline{a}_n + \Delta_n \underline{a} \\ \underline{\sigma}_{n+1} = \underline{\sigma}_n + \Delta_n \underline{\sigma} \\ \underline{\epsilon}_{n+1} = \underline{\epsilon}_n + \Delta_n \underline{\epsilon} \\ \underline{\epsilon}_{n+1}^{vp} = \underline{\epsilon}_n^{vp} + \Delta_n \underline{\epsilon}^{vp} \end{array} \right. \quad (3.26)$$

• ***Schéma d'intégration de Runge-Kutta d'ordre 2***

Soit l'équation différentielle de 1er ordre suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X} = f(X, t) \\ X(0) = X_0 \end{array} \right. \quad \text{condition initiale} \quad (3.27)$$

Le schéma de Runge-Kutta d'ordre 2 utilise deux approximations successives de la vitesse  $\dot{X}$  entre les instants  $t_n$  et  $t_{n+1} = t_n + \Delta_n t$ .

Connaissant la valeur  $X_n = X(t_n)$ , on en déduit deux 'incréments' de  $X$  :

$$\Delta_1 X = f(X_n, t_n) \Delta_n t \quad (3.28)$$

et :

$$\Delta_2 X = f(X_n + \Delta_1 X, t_n + \Delta_n t) \Delta_n t \quad (3.29)$$

La valeur  $X_{n+1}$  de la variable  $X$  à l'instant  $t_{n+1}$  est alors obtenue à partir de la moyenne des deux 'incréments' précédents :

$$X_{n+1} = X_n + \frac{1}{2} (\Delta_1 X + \Delta_2 X) \quad (3.30)$$

La stabilité de cet algorithme ( et donc du problème de viscoplasticité ) dépend du choix de la discrétisation temporelle. Les pas de temps  $\Delta_n t$  utilisés dans notre code numérique respectent les valeurs limites établies par Corneau (1975), qui sont nécessaires pour assurer la convergence des calculs effectués en viscoplasticité. La génération automatique du pas du temps est également possible.

### 3.2.3. - Lois de comportements viscoplastiques

On présente dans ce paragraphe les modèles rhéologiques existant dans notre code numérique. Ces modèles permettent de traiter plusieurs types de comportement mécanique en viscoplasticité, standards ou non. L'éventuel écrouissage isotrope ( on posera alors  $E = \alpha$  ) du matériau peut être pris en compte.

Comme on ne considère que des évolutions isothermes on peut par exemple écrire la loi d'évolution viscoplastique sous la forme particulière suivante (Perzyna, 1966, 1990 ; Zienkiewicz et Corneau, 1974 ) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^{vp} = \frac{1}{\eta} < \frac{F(\underline{\underline{\sigma}}, \alpha)}{F_0} >^n \frac{\partial G(\underline{\underline{\sigma}})}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \\ \dot{\alpha} = || \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^{vp} || \end{array} \right. \quad (3.31)$$

où

$F(\underline{\underline{\sigma}}, \alpha)$	:	critère de plasticité
$G(\underline{\underline{\sigma}})$	:	potentiel plastique
$\dot{\alpha}$	:	vitesse du paramètre d'écrouissage isotrope $\alpha$
$\eta, n$	:	constantes de viscosité
$F_0$	:	contrainte de référence

( La notation  $< X >$  désigne la partie positive de  $X$  )

Les divers critères, aussi bien que les potentiels plastiques décrits ci-dessus, sont conformes à la formulation donnée par Zienkiewicz et Corneau (1974).

#### Notations :

$\sigma_m = \frac{1}{3} \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}})$	contrainte moyenne
$\underline{\underline{\sigma}}^D = \underline{\underline{\sigma}} - \sigma_m \underline{\underline{1}}$	tenseur déviateur des contraintes
$   \underline{\underline{\sigma}}^D    = \sqrt{\sigma_{ij}^D : \sigma_{ij}^D}$	norme du tenseur $\underline{\underline{\sigma}}^D$
$\theta = \frac{1}{3} \text{Arcsin} \left[ -3\sqrt{6} \det \underline{\underline{\sigma}}^D    \underline{\underline{\sigma}}^D   ^{-3} \right]$	angle de Lode $\in \left[ -\frac{\pi}{6}, +\frac{\pi}{6} \right]$
$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$	contraintes principales
$C(\alpha)$	cohésion du matériau
$\phi_\beta, \beta$	angle et coefficient de dilataance du matériau
$\phi$	angle de frottement du matériau
$k = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$	coefficient de poussée
$\sigma_s = 2 C(\alpha)$	limite d'élasticité en traction simple
$S(\alpha) = 2 C(\alpha) \sqrt{k}$	

Nous allons expliciter ci-après, l'expression de quelques critères F usuels :

- Critère de Von Mises

$$F(\underline{\sigma}, \alpha) = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\underline{\sigma}^D\| - \sigma_s \quad (3.32)$$

- Critère de Tresca

$$F(\underline{\sigma}, \alpha) = \sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_s \quad (3.33a)$$

Ce critère peut aussi être écrit à l'aide de l'angle de Lode :

$$F(\underline{\sigma}, \alpha) = \sqrt{2} \cos \theta \|\underline{\sigma}^D\| - \sigma_s \quad (3.33b)$$

- Critère de Mohr-Coulomb

$$F(\underline{\sigma}, \alpha) = k \sigma_1 - \sigma_3 - S(\alpha) \quad (3.34a)$$

Qu'on peut écrire :

$$F(\underline{\sigma}, \alpha) = \frac{k-1}{3} \text{tr}(\underline{\sigma}) + \frac{\sqrt{3}(k+1) \cos \theta - (k-1) \sin \theta}{\sqrt{6}} \|\underline{\sigma}^D\| - S(\alpha) \quad (3.34b)$$

- Critère de Drucker-Prager

$$F(\underline{\sigma}, \alpha) = \frac{k-1}{3} \text{tr}(\underline{\sigma}) + \frac{k_1}{\sqrt{6}} \|\underline{\sigma}^D\| - S(\alpha) \quad (3.35)$$

où

$$k_1 = \begin{cases} 2k + 1 & \rightarrow \text{cône inscrit dans la pyramide de Mohr-Coulomb} \\ k + 2 & \rightarrow \text{cône circonscrit à la pyramide de Mohr-Coulomb} \end{cases}$$

Les différents critères sont illustrés sur la figure 2.

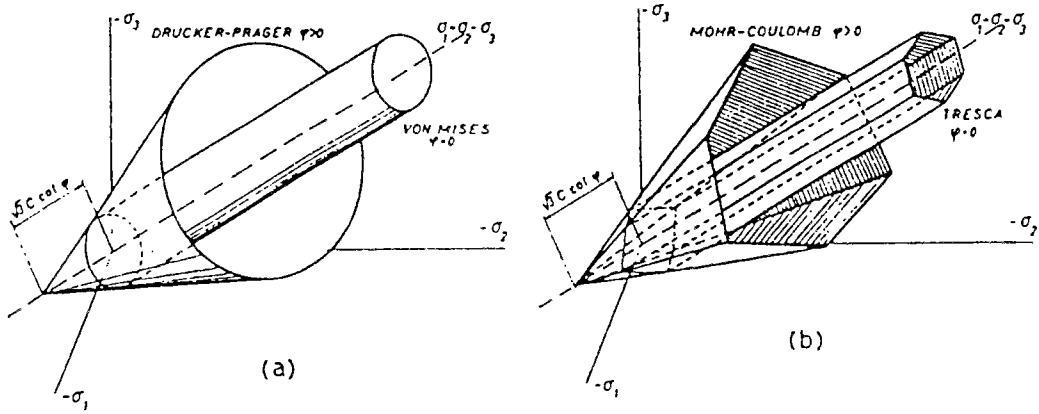


Figure 2 : Critères de plasticité.

Le gradient du potentiel plastique s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = a \underline{\underline{1}} + b \frac{\underline{\underline{\sigma^D}}}{|| \underline{\underline{\sigma^D}} ||} + c \frac{\partial(\det \underline{\underline{\sigma^D}})}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (3.36)$$

a, b et c sont des constantes dont les valeurs varient selon le potentiel plastique ; elles sont résumées dans le tableau 1 :

Les potentiels de Tresca et de Mohr-Coulomb présentent des points singuliers pour les valeurs de  $\theta = \pm \frac{\pi}{6}$ . Il s'ensuit que les gradients associés en ces points, ne peuvent plus être définis à l'aide des constantes du tableau 1.

Pour résoudre ce problème, on utilise dans notre code la technique proposée par Owen et Hinton (1980, chapitre 7) qui consiste à calculer le gradient en ces points en substituant au potentiel de Tresca celui de Von Mises, et au potentiel de Mohr-Coulomb celui de Drucker-Prager.

Potentiel	a	b	c
TRESCA $\theta \in ]-\pi/6, \pi/6[$ $K = 1$	0	$2 \cos \theta (1 + \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} 3 \theta)$	$2\sqrt{3} \frac{\sin \theta}{\ \sigma^D\ ^2 \cos 3 \theta}$
VON MISES $K=1$	0	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	0
MOHR-COULOMB $\theta \in ]-\pi/6, \pi/6[$ $K > 1$	$\frac{(K-1)}{3}$	$\frac{\cos \theta}{\sqrt{3}} \left\{ (K+1) [1 + \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} 3 \theta] \sqrt{3} + (K-1) [\operatorname{tg} 3 \theta - \operatorname{tg} \theta] \right\}$	$\frac{[(K+1)\sqrt{3} \sin \theta + (K-1) \cos \theta]}{\ \sigma^D\ ^2 \cos 3 \theta}$
DRUCKER-PRAGER $K > 1$	$\frac{(K-1)}{3}$	$K_1 \left\{ \begin{array}{l} \frac{(2K+1)}{\sqrt{6}} : \text{Intérieur} \\ \frac{(K+2)}{\sqrt{6}} : \text{Extérieur} \end{array} \right.$	0

Tableau 1 : Constantes définissant les potentiels plastiques.



### 3.3 - FORMULATION EN PLASTICITE

En plasticité, le tenseur des déformations totales se décompose sous la forme suivante :

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{\epsilon}}^e + \underline{\underline{\epsilon}}^p \quad (3.37)$$

où  $\underline{\underline{\epsilon}}^p$  est le tenseur des déformations plastiques.

La loi d'élasticité s'écrit alors ( notation vectorielle ) :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{D}} \cdot (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}^p) + \underline{\underline{\sigma}}^0 \quad (3.38)$$

La loi de comportement dans le domaine plastique est exprimée sous la forme d'une loi d'évolution.

#### 3.3.1 - Problème d'évolution élastoplastique

En examinant l'état de contrainte  $\underline{\underline{\sigma}}$  et de l'écroutissage  $E$  en un point, trois situations peuvent se présenter (Salençon et Halphen, 1987) :

→  $F(\underline{\underline{\sigma}}, E) < 0$  si  $\underline{\underline{\sigma}}$  est à l'intérieur du domaine d'élasticité actuel.

Dans ce cas,  $\delta \underline{\underline{\epsilon}} = \delta \underline{\underline{\epsilon}}^e$  : (3.39)

les variations des déformations sont purement élastiques.

→  $F(\underline{\underline{\sigma}}, E) = 0$  si  $\underline{\underline{\sigma}}$  est sur la frontière du domaine d'élasticité actuel.

Deux possibilités sont à envisager :

- on impose une décharge (i.e.  $\frac{\partial F(\underline{\underline{\sigma}}, E)}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \delta \underline{\underline{\sigma}} < 0$ ) et on se retrouve dans le

cas précédent en ce qui concerne les déformations.

- on impose une charge

$\left\{ \frac{\partial F(\underline{\underline{\sigma}}, E)}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \delta \underline{\underline{\sigma}} > 0 \text{ ou } \frac{\partial F(\underline{\underline{\sigma}}, E)}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \delta \underline{\underline{\sigma}} = 0 \text{ si parfaite plasticité } (E=0) \right\}$  et dans

ce cas, les variations des déformations sont la somme d'une partie élastique  $\delta \underline{\underline{\epsilon}}^e$  et d'une partie irréversible  $\delta \underline{\underline{\epsilon}}^p$  :  $\delta \underline{\underline{\epsilon}} = \delta \underline{\underline{\epsilon}}^e + \delta \underline{\underline{\epsilon}}^p$  (3.40)

Ces notions de 'charge' et 'décharge' sont illustrées sur la figure 3.

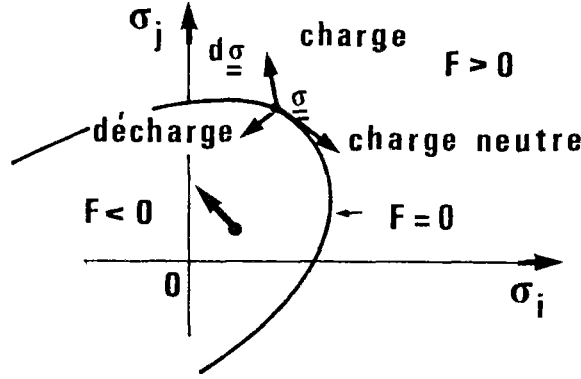


Figure 3 : Notions de charge et décharge.

Dans le cadre général de la thermodynamique, on fait l'hypothèse, comme en viscoplasticité, de l'existence d'un potentiel plastique  $G(\underline{\sigma}, E)$  convexe par rapport à  $\underline{\sigma}$ . La règle d'écoulement plastique s'écrit alors :

$$\begin{cases} \delta \underline{\epsilon}^P \in \delta \lambda \partial_{\underline{\sigma}} G(\underline{\sigma}, E) \\ \delta \lambda \geq 0 \end{cases} \quad (3.41)$$

$\partial_{\underline{\sigma}} G(\underline{\sigma}, E)$  étant le sous-différentiel de  $G$  par rapport à  $\underline{\sigma}$  au point  $(\underline{\sigma}, E)$  et  $\delta \lambda$  un scalaire positif exprimant l'amplitude de la déformation plastique.

Afin de simplifier, on supposera dorénavant que  $G$  est différentiable par rapport à  $\underline{\sigma}$  (le sous-différentiel se réduit alors au gradient), tout en gardant à l'esprit que si ce n'est pas le cas, il faudrait garder la relation (3.41) sous sa forme générale.

Pour les matériaux standards, le critère d'élasticité  $F$  est confondu avec une surface équipotentielle de  $G$ . La règle d'écoulement plastique s'en déduit par la règle de normalité (principe du travail plastique maximal **P.T.P.M.**, Hill (1950)) :

$$\delta \underline{\epsilon}^P = \delta \lambda \frac{\partial F(\underline{\sigma}, E)}{\partial \underline{\sigma}} \quad (3.42)$$

Par ailleurs, pour les matériaux non standards la direction de  $\delta \underline{\epsilon}^P$  est unique mais pas nécessairement colinéaire à la normale extérieure du domaine d'élasticité actuel (figure 4).

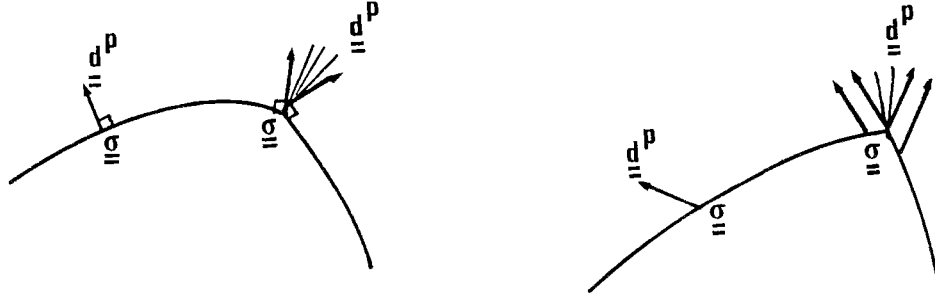


Figure 4 : Règle d'écoulement plastique, cas standards (a) ou non (b).

Concernant le paramètre d'écrouissage, on se limite dans ce travail au cas des matériaux à écrouissage isotrope (on posera alors  $E = \alpha$ ). Dans ce cas, la règle d'écrouissage peut s'écrire :

$$\delta\alpha = \delta\lambda \Psi(\underline{\underline{\sigma}}, \alpha) \quad (3.43)$$

où  $\Psi$  est la fonction définissant l'écrouissage.

Dans le cas général, les équations d'évolution plastique avec écrouissage isotrope, sont donc résumées par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta\epsilon^P = \delta\lambda \frac{\partial G(\underline{\underline{\sigma}}, \alpha)}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \\ \delta\alpha = \delta\lambda \Psi(\underline{\underline{\sigma}}, \alpha) \end{array} \right. \quad (3.44)$$

avec

$$\delta\lambda \left\{ \begin{array}{ll} > 0 & \text{si } F = 0 \text{ et } \delta F = 0 : \text{charge plastique} \\ = 0 & \text{si } F < 0 \text{ ou } F = 0 \text{ et } \delta F < 0 : \text{régime élastique ou décharge} \end{array} \right.$$

élastique.

Lorsqu'il est strictement positif, le multiplicateur plastique  $\delta\lambda$  est calculé à l'aide de la condition  $\delta F = 0$ , ce qui donne :

$$\delta\lambda = \frac{\frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : D : \delta\epsilon}{\frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : D : \frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} - \frac{\partial F}{\partial \alpha} \Psi} \quad (3.45)$$

L'érouissage est positif lorsque  $-\Psi \frac{\partial F}{\partial \alpha} > 0$ , et négatif lorsque  $-\Psi \frac{\partial F}{\partial \alpha} < 0$ . La plasticité parfaite correspond à  $\Psi \frac{\partial F}{\partial \alpha} = 0$ . Dans ce dernier cas,  $\delta\lambda$  demeure arbitraire et les variations des déformations plastiques sont indéterminées.

### 3.3.2 - Résolution numérique du problème élastoplastique

On expose ci-dessous la méthode de résolution numérique par éléments finis d'un problème d'équilibre d'une structure dont le matériau constitutif est élastique parfaitement plastique obéissant au **P.T.P.M.**. On verra plus loin le principe de résolution lorsque le matériau présente un érouissage isotrope.

En chaque point de la structure discrétisée, le problème est résolu incrémentalement de la manière suivante :

1/ A partir de l'état  $n$  où toutes les grandeurs du problème sont considérées connues ( $\underline{a}_n$ ,  $\underline{\epsilon}_n$ ,  $\underline{\epsilon}_n^p$ ,  $\underline{\sigma}_n$ ), on impose un incrément de charge qui se traduit par un incrément de déformation élastique  $\Delta_n \underline{\epsilon}$  (obtenu à partir de  $\Delta_n \underline{a}$  solution d'un problème élastique). On cherche alors à déterminer les grandeurs précédentes à l'état  $n+1$ , soit  $\underline{\epsilon}_{n+1}$ ,  $\underline{\epsilon}_{n+1}^p$  et  $\underline{\sigma}_{n+1}$ .

2/ A l'état  $n+1$ , on calcule d'abord :

$$\underline{\epsilon}_{n+1} = \underline{\epsilon}_n + \Delta_n \underline{\epsilon} \quad (3.46)$$

et

$$\underline{\sigma}_{n+1} = \underline{\sigma}_n + \underline{D} \cdot \Delta_n \underline{\epsilon}^e = \underline{\sigma}_n + \underline{D} \cdot (\Delta_n \underline{\epsilon} - \Delta_n \underline{\epsilon}^p) \quad (3.47)$$

on pose :

$$\underline{\sigma}^* = \underline{\sigma}_n + \underline{D} \cdot \Delta_n \underline{\epsilon} \quad (3.48)$$

la relation (3.47) devient :

$$\underline{\sigma}_{n+1} = \underline{\sigma}^* - \underline{D} \cdot \Delta_n \underline{\epsilon}^p = \underline{\sigma}^* - \underline{D} \cdot (\underline{\epsilon}_{n+1}^p - \underline{\epsilon}_n^p) \quad (3.49)$$

3/ La valeur de  $\underline{\sigma}^*$  étant déterminée, le critère de plasticité peut donc être étudié :

- Si  $F(\underline{\sigma}^*) \leq 0 \Rightarrow \Delta_n \underline{\epsilon}^p = 0$  ; le trajet est purement élastique et :

$$\boxed{\underline{\sigma}_{n+1} = \underline{\sigma}^*} \quad (3.50)$$

• • Si  $F(\underline{\sigma}^*) > 0 \Rightarrow \Delta_n \underline{\epsilon}^P \neq 0$  ; le trajet est élastoplastique. Il faut donc calculer  $\Delta_n \underline{\epsilon}^P$  de manière à réaliser les égalités suivantes :

$$F(\underline{\sigma}_{n+1}) = 0 \quad \text{et} \quad \Delta_n \underline{\epsilon}^P = \delta\lambda \frac{\partial F(\underline{\sigma}_{n+1})}{\partial \underline{\sigma}} \quad (3.51)$$

L'incrément  $\Delta_n \underline{\epsilon}^P$  doit être déterminé à l'aide d'un schéma d'intégration, explicite ou implicite. Ce qui permettra alors d'obtenir :

$$\boxed{\underline{\sigma}_{n+1} = \underline{\sigma}^* - \underline{D} \cdot \Delta_n \underline{\epsilon}^P} \quad (3.52)$$

### *Schéma explicite*

C'est le cas où on approche  $\underline{\sigma}_{n+1}$  par  $\underline{\sigma}^*$  et par conséquent :

$$\Delta_n \underline{\epsilon}^P = \delta\lambda \frac{\partial F(\underline{\sigma}^*)}{\partial \underline{\sigma}} \quad (3.53)$$

La relation  $F(\underline{\sigma}_{n+1}) = 0$  n'est plus vérifiée, ce qui conduit à des dépassements cumulés importants du critère, au bout d'un certain nombre de pas de temps.

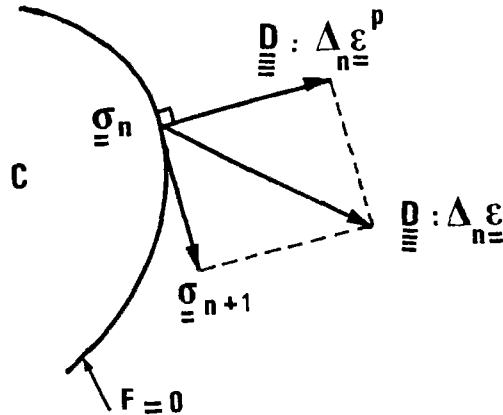


Figure 5 : Schéma explicite.

### ***Schéma implicite***

On utilise la contrainte actualisée  $\underline{\sigma}_{n+1}$  donnée par (3.52) pour déterminer l'incrément des déformations plastiques :

$$\Delta_n \underline{\epsilon}^p = \delta\lambda \frac{\partial F(\underline{\sigma}_{n+1})}{\partial \underline{\sigma}} \quad (3.54)$$

Et on vérifie bien que  $F(\underline{\sigma}_{n+1}) = 0$ .

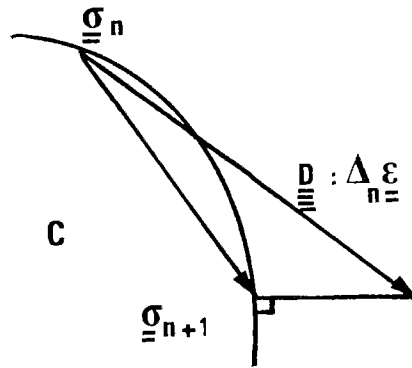


Figure 6 : Schéma implicite.

Dans le cadre de ce travail, c'est la méthode de résolution numérique en **déformation anélastique imposée** (N.Q. Son, 1977) qui a été implantée dans notre code numérique. Elle utilise un schéma d'intégration implicite, ce qui assure la convergence du problème élastoplastique.

**Algorithme de résolution numérique en plasticité : méthode des déformations anélastiques imposées (N.Q. Son, 1977).**

Il s'agit d'utiliser un processus itératif pour résoudre le problème posé sur une structure élastoplastique soumise à un incrément de charge  $\Delta_n \underline{F}$ .

En adoptant le formalisme de la méthode des éléments finis décrit précédemment, le problème est traité incrémentalement sous la forme suivante :

$$\underline{K} \cdot \Delta_n \underline{a} = \Delta_n \underline{F}^e + \Delta_n \underline{F}^p \quad (3.55)$$

avec

$$\Delta_n \underline{F}^p = \sum_{i=1}^m \int_{\Omega_i} \underline{B}^T \cdot \underline{D} \cdot \Delta_n \underline{\epsilon}^p \, d\Omega$$

La résolution du problème consiste donc à déterminer les grandeurs  $\Delta_n \underline{a}$ ,  $\Delta_n \underline{\epsilon}$ ,  $\Delta_n \underline{\epsilon}^p$  et  $\Delta_n \underline{\sigma}$  (cas plastique parfait) qui permettront ensuite d'obtenir la solution du problème à l'état  $n+1$  :

$$\begin{cases} \underline{a}_{n+1} = \underline{a}_n + \Delta_n \underline{a} \\ \underline{\sigma}_{n+1} = \underline{\sigma}_n + \Delta_n \underline{\sigma} \\ \underline{\epsilon}_{n+1} = \underline{\epsilon}_n + \Delta_n \underline{\epsilon} \\ \underline{\epsilon}_{n+1}^p = \underline{\epsilon}_n^p + \Delta_n \underline{\epsilon}^p \end{cases} \quad (3.56)$$

On pose :

$$\underline{\sigma}_i^{PA} = \text{Proj}_C (\underline{\sigma}_n + \underline{D} : \Delta_i \underline{\epsilon}) = \text{Proj}_C (\underline{\sigma}_i^*) \quad (3.57)$$

Où  $\underline{\sigma}_i^{PA}$  (figure 7) est la contrainte plastiquement admissible correspondant à l'itération  $i$ . Elle représente la projection de  $(\underline{\sigma}_n + \underline{D} : \Delta_i \underline{\epsilon})$  sur le convexe d'élasticité  $C$ .

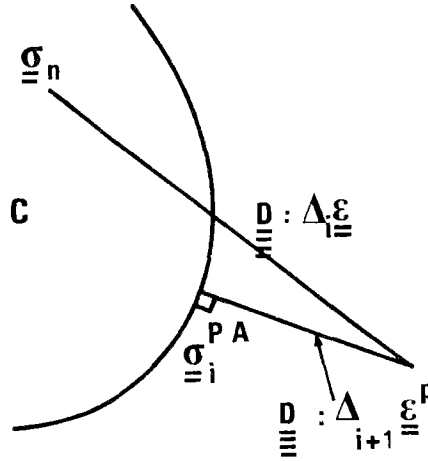


Figure 7 : Projection de  $\underline{\sigma}_i^*$  sur le convexe d'élasticité  $C$ .

L'algorithme itératif résolvant le problème élastoplastique pour un incrément de charge  $\Delta_n F$  est donné sur la figure 8. Nous précisons à nouveau quelques notations utilisées :

- $\underline{a}$  : vecteur contenant les déplacements de tous les noeuds de la structure
- $\underline{u}$  : vecteur contenant les déplacements des noeuds d'un élément (maille) donné
- Test : test de convergence portant sur le critère

N.Q. Son (1977) a montré que lorsque, pendant tout le trajet de chargement, la charge est inférieure à la charge limite, cet algorithme converge :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{i \rightarrow \infty} \Delta_i \underline{a} = \Delta_n \underline{a} \\ \lim_{i \rightarrow \infty} \underline{\sigma}_i^P = \underline{\sigma}_{n+1} \\ \lim_{i \rightarrow \infty} \Delta_i \underline{\epsilon}^P = \Delta_n \underline{\epsilon}^P \end{array} \right. \quad (3.58)$$

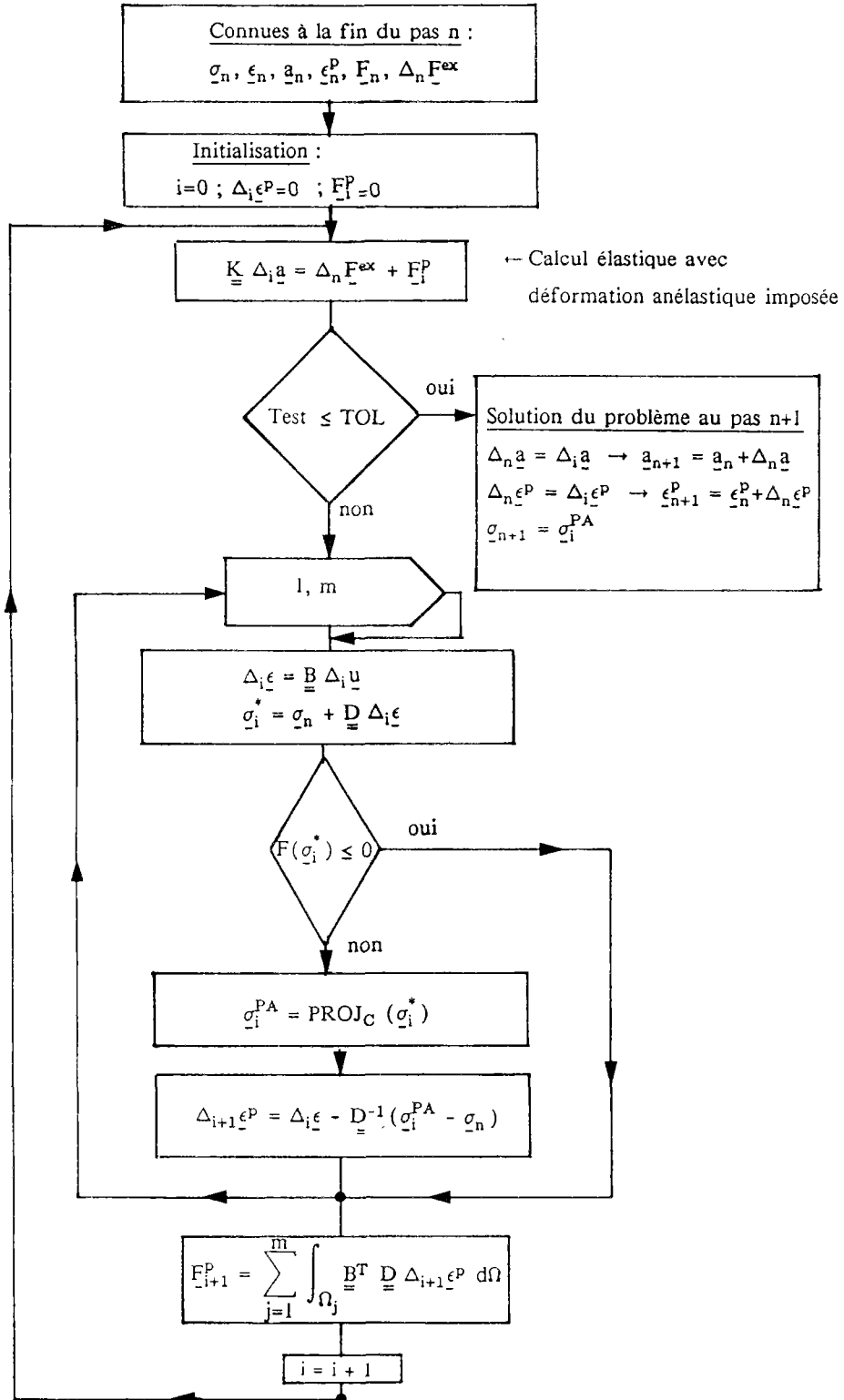


Figure 8 : Algorithme de plasticité en déformation anélastique imposée.



### 3.3.4 - Lois de comportement plastiques

On se restreint ici à exposer les lois d'évolution plastique particulières développées pour le moment dans notre code numérique. Il s'agit de problèmes en déformation plane et axisymétrique cylindrique pour les matériaux du type Von Mises et Drucker-Prager.

La loi d'évolution plastique des éléments curvilignes sera explicitée dans le chapitre 4.

Pour les lois traitées ici, les variations des déformations plastiques peuvent être déterminées de façon explicite en plasticité parfaite. Lorsque le matériau est écrouissable, un schéma itératif est nécessaire.

#### a) *Von Mises*

En posant  $b = \sqrt{\frac{3}{2}}$ , le critère s'écrit :  $F(\underline{\underline{\sigma}}) = b \|\underline{\underline{\sigma}}^D\| - \sigma_s$  et le potentiel plastique :  $G(\underline{\underline{\sigma}}) = b \|\underline{\underline{\sigma}}^D\|$ .

Rappelons que pour un incrément de charge, la contrainte actuelle est donnée par :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}^* - \underline{\underline{D}} \cdot \Delta_n \underline{\underline{\epsilon}}^P \quad \text{avec} \quad \underline{\underline{\sigma}}^* = \underline{\underline{\sigma}}_n + \underline{\underline{D}} \cdot \Delta_n \underline{\underline{\epsilon}}$$

Les variations de la déformation plastique pour un matériau standard de Mises s'écrivent alors :

$$\Delta_n \underline{\underline{\epsilon}}^P = \delta \lambda b \frac{\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^D}{\|\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^D\|} \quad (3.59)$$

Posant  $\Delta_n \underline{\underline{\sigma}}^P = \underline{\underline{D}} \cdot \Delta_n \underline{\underline{\epsilon}}^P$ , on obtient :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^D = \underline{\underline{\sigma}}^{*D} - \Delta_n \underline{\underline{\sigma}}^P \quad (3.60)$$

On peut expliciter la matrice d'élasticité  $\underline{\underline{D}}$  pour les problèmes en déformation plane ou en axisymétrie. Elle s'écrit dans ces cas :

$$\underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} ; \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.61)$$

E et  $\nu$  étant respectivement le module de Young du matériau et son coefficient de poisson.

En calculant la trace de  $\underline{\underline{D}}$ , il est aisé d'établir les égalités suivantes :

$$\Delta_n \underline{\underline{\sigma}}^P = 2 \mu \Delta_n \underline{\underline{\epsilon}}^P = 2 \mu \Delta_n \underline{\underline{\epsilon}}^P \quad (3.62)$$

Ce qui implique :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^D = \frac{|| \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^D ||}{|| \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^D || + 2b\mu \delta\lambda} \underline{\underline{\sigma}}^{*D} \quad (3.63)$$

En outre, la relation  $F(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}) = 0$  conduit à l'égalité  $|| \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^D || = \frac{\sigma_s}{b}$ .

En comparant avec (3.63), on obtient :

$$\boxed{\delta\lambda = \frac{F(\underline{\underline{\sigma}}^*)}{2\mu b^2}} \quad (3.64)$$

D'où finalement l'incrément de déformation plastique s'écrit :

$$\boxed{\Delta_n \underline{\underline{\epsilon}}^P = \frac{F(\underline{\underline{\sigma}}^*)}{2\mu b || \underline{\underline{\sigma}}^{*D} ||} \underline{\underline{\sigma}}^{*D}} \quad (3.65)$$

#### b) *Drucker-Prager*

Dans ce cas, le critère et le potentiel s'écrivent :

$$F(\underline{\underline{\sigma}}) = a \operatorname{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) + b || \underline{\underline{\sigma}}^D || - \sigma_s \quad \text{et} \quad G(\underline{\underline{\sigma}}) = a_p \operatorname{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) + b_p || \underline{\underline{\sigma}}^D ||$$

avec

$$(a, b, a_p, b_p) = \left[ \frac{k-1}{3}, \frac{k_1}{\sqrt{6}}, \frac{k'-1}{3}, \frac{k'_1}{\sqrt{6}} \right]$$

où  $k' = (1 + \sin \phi_\beta)/(1 - \sin \phi_\beta)$  et  $k'_1$  est donné par (3.35) en remplaçant  $k$  par  $k'$ .

Le calcul des variations de la déformation plastique s'effectue de façon analogue à celle suivie pour le matériau de Von mises. On aboutit alors à :

$$\delta\lambda = \frac{F(\underline{\sigma}^*)}{2\mu b b_p + 9K a a_p} \quad (3.66)$$

Et :

$$\Delta_n \underline{\epsilon}^p = \frac{F(\underline{\sigma}^*)}{2\mu b b_p + 9K a a_p} \left[ a_p \frac{1}{\|\underline{\sigma}^{*D}\|} + \frac{b_p}{\|\underline{\sigma}^{*D}\|} \underline{\sigma}^{*D} \right] \quad (3.67)$$

Où K est le module de cisaillement du matériau considéré.

**Remarque :**

On retrouve bien les formules correspondant au matériau de Von Mises, pour  $a = a_p = 0$  et  $b = b_p$ .

• Cas d'un écrouissage isotrope

Pour les matériaux à écrouissage isotrope, le critère de plasticité évolue avec le paramètre d'écrouissage  $\alpha$ . La projection de  $\underline{\sigma}^*$  sur la frontière de C se calcule à l'aide d'un schéma itératif.

Si on pose  $\Delta_n \alpha = \alpha_{n+1} - \alpha_n$ , ce schéma est le suivant :

(1) *initialisation :*

$$j = 0 ; \Delta_j \alpha = 0$$

(2) *on calcule :*

- $F_j = F(\underline{\sigma}^*, \alpha_n + \Delta_j \alpha)$  (critère de plasticité à l'étape j)
- $\Delta_j \underline{\epsilon}^p = f(F_j)$  (relations (3.65) ou (3.67))
- $\Delta_j \alpha = \|\Delta_j \underline{\epsilon}^p\|$  (incrément du paramètre d'écrouissage)

(3) *Test d'arrêt :*

$$\frac{|F_j - F_{j-1}|}{F_j} \leq \text{tolérance} \Rightarrow \text{arrêt : } \Delta_n \alpha = \Delta_j \alpha$$

sinon,  $j = j + 1$  et recommencer en (2)

### 3.4 - PRESENTATION SOMMAIRE DU CODE NUMERIQUE 'GEOMECH 91'

Pour résoudre des problèmes géotechniques particuliers tels que ceux de :

- l'interaction entre une galerie dans une roche viscoplastique et son soutènement à comportement non linéaire,

- la modélisation des phases d'excavation et de pose du soutènement dans des roches élastoplastiques et élastoviscoplastiques,

un grand nombre de développements numériques ont été réalisés. Ils ont abouti à la mise au point du code aux éléments finis 'GEOMECH 91', étendant largement le champ d'application de l'ancien code 'GEOMECH' du Laboratoire de Mécanique des Solides (Ecole Polytechnique, Palaiseau).

Les principaux apports et développements originaux dans cette nouvelle version concernent :

- l'introduction de l'algorithme de plasticité en déformations anélastiques imposées pour les éléments de type surfacique (paragraphe 3.3) et de type poutre ( chapitre 4 ).

- l'introduction de l'algorithme qui résout le problème d'interaction massif viscoplastique/soutènement plastique (chapitres 4 et 5).

- l'introduction de la méthode d'activation/désactivation des éléments pour la modélisation 3D ( $\Leftrightarrow$  axisymétrie 2D) du creusement des tunnels dans des roches élastoviscoplastiques et élastoplastiques (parties III et IV).

- l'introduction de l'élasticité non linéaire.

- certaines améliorations ont également été faites au niveau des entrées et sorties du code, aussi bien qu'au niveau de la gestion de fichiers.

Le nouveau code a été conçu pour traiter des problèmes bidimensionnels isothermes ou non, dans des milieux à lois de comportement variées telles que l'élasticité non linéaire, l'élastoviscoplasticité et l'élastoplasticité. L'écroutissage isotrope pour des problèmes de plasticité ou de viscoplasticité peut être traité.

Sa bibliothèque d'éléments finis comporte des éléments isoparamétriques à fonction d'interpolation linéaires et quadratiques : des lignes (2 et 3 noeuds), triangles (3 et 6 noeuds) ou des quadrangles (4, 8 et 9 noeuds). Cette version conserve les mêmes éléments que ceux de 'GEOMECH' ; ils sont illustrés ci-dessous.

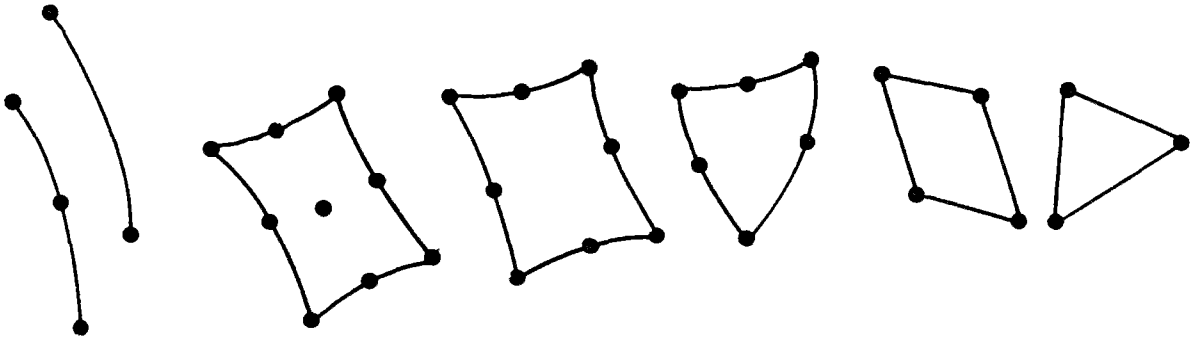


Figure 9 : Types d'éléments finis du code.

Les éléments finis de type poutre (arcs), qui obéissent à la théorie des milieux curvilignes, nécessitent un traitement spécial.

Le code numérique traitant uniquement des problèmes bidimensionnels, on ne peut associer à chaque noeud du maillage que deux degrés de liberté ( $u$  et  $v$ ).

Dans les cas des éléments curvilignes (figure 10) on est donc amené à dédoubler les noeuds concernés. Ainsi au noeud  $n_s$  (noeud de la ligne supérieure de l'élément curviligne) les degrés de liberté sont le déplacement horizontal  $u$  et le déplacement vertical  $v$ , tandis que pour le noeud  $n_i$  (noeud de la ligne inférieure), le seul degré de liberté est la rotation  $\phi$  (on annule le deuxième degré de liberté).

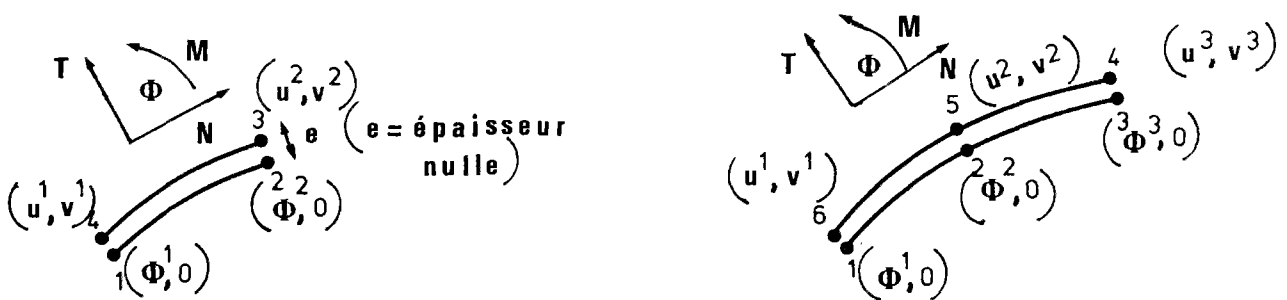


Figure 10 : Eléments curvilignes.

En ce qui concerne la résolution du système d'équations ( $\underline{K} \cdot \underline{a} = \underline{F}$ ), la matrice de rigidité est décomposée à l'aide de l'algorithme sky line ; ensuite, la méthode de Choleski est utilisée pour l'inversion du système.

### 3.5 - APPLICATION ET VALIDATION : CALCULS ANALYTIQUES ET NUMERIQUES DES TUNNELS DE SECTION CIRCULAIRE

La validation des algorithmes de viscoplasticité et plasticité exposés ci-dessus et implantés dans notre code numérique, sera illustrée tout au long de ce travail.

La plupart des problèmes traités dans cette thèse ne possédant pas de solutions explicites, certains cas ont été validés avec des résultats expérimentaux ( c'est le cas de la galerie cintrée ) ; pour d'autres, la comparaison avec les solutions viscoplastiques à la stabilisation ( $\dot{\underline{\epsilon}}^{VP} = \underline{0}$  à  $t \rightarrow \infty$ ), qui correspondent à des solutions en plasticité (lorsque le chargement est monotone), a servi comme outil de validation.

Nous illustrons ci-dessous un cas particulier, pour lequel la solution explicite a pu être obtenue. Cette solution a été comparée avec celle donnée par nos calculs numériques.

Notre code de calcul a été notamment utilisé lors de notre participation au Benchmark européen INTERCLAY ('The CEC benchmark Interclay on rheological models for clays', 1989 ; Côme, 1990), traitant des problèmes des tunnels dans des milieux viscoplastiques.

#### 3.5.1 - Calcul analytique en plasticité d'un tunnel de section circulaire dans un milieu infini

Plusieurs auteurs ont étudié le problème du tunnel de section circulaire dans un milieu infini, à l'aide de différents modèles rhéologiques de type viscoplastiques ( Bérest et Nguyen M.D, 1983 ; Bérest et al., 1983 ; Rousset, 1988 ) et plastiques ( Salençon, 1966 ; Egger, 1973 ; Panet, 1976 ; Bérest et Nguyen M.D, 1979). On propose ci-dessous une solution explicite originale d'un problème particulier.

#### ***Enoncé et hypothèses du problème***

Soit un tunnel profond de section circulaire de rayon initial  $R_i$  dans un massif infini, homogène et isotrope, dont la loi de comportement est de type élastoplastique. Le massif est initialement le siège de contraintes homogènes et isotropes ; on néglige le gradient de la pesanteur.

Le problème admet alors la symétrie cylindrique ; on se place dans le cadre des petites perturbations et on fait l'hypothèse des déformations planes. Les contraintes principales en chaque point sont  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$  (en coordonnées cylindriques) et on fait l'hypothèse supplémentaire que, dans la zone plastique,  $\sigma_z$  est une contrainte intermédiaire (*régime de face*).

Grâce à la symétrie, en chaque point du massif, toutes les grandeurs du problème ne dépendent que de la distance  $r$  de ce point à l'axe du tunnel.

Les contraintes initiales isotropes sont égales (au signe près) à la pression géostatique  $P_\infty$  à la profondeur du tunnel. La pression  $P_i$  en paroi, conformément à la méthode convergence-confinement, simule le creusement du tunnel : elle vaut initialement  $P_\infty$  et décroît ensuite jusqu'à 0.

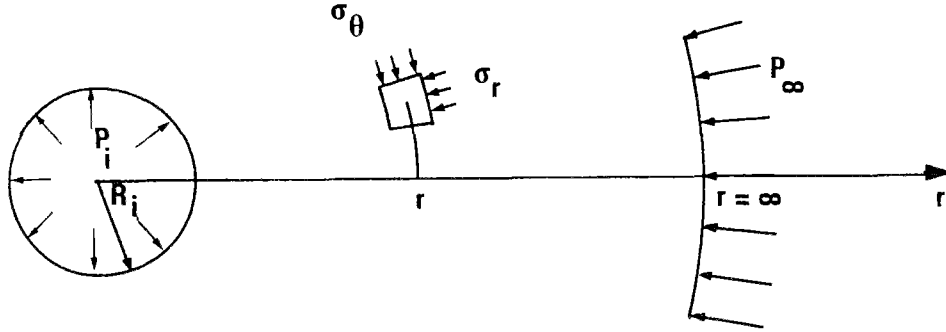


Figure 11 : Géométrie et chargement du tunnel.

### Equations du problème

Les tenseurs des déformations et contraintes s'écrivent en coordonnées cylindriques comme suit :

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \partial u / \partial r & 0 & 0 \\ 0 & u/r & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

On décompose le tenseur des déformations totales en une partie élastique et une partie irréversible :  $\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{\epsilon}}^e + \underline{\underline{\epsilon}}^p$ , et on choisit une loi de comportement élastoplastique de type Tresca avec écrouissage. En particulier, les déformations plastiques se font à volume constant ( $\text{tr}(\underline{\underline{\epsilon}}^p) = 0$ ). Comme  $\sigma_z$  est intermédiaire, le tenseur  $\underline{\underline{\epsilon}}^p$  ne dépend en fait que d'une seule variable scalaire  $\epsilon^p$  :

$$\underline{\underline{\epsilon}}^p = \begin{bmatrix} \epsilon^p & 0 & 0 \\ 0 & -\epsilon^p & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

On choisit comme variable d'écrouissage isotrope  $\alpha$ , la déformation plastique radiale  $\epsilon^p$  ( ce choix est légitime, car pour le chargement considéré, le signe de  $\epsilon^p$  en chaque point est toujours le même au cours du chargement ).

Le critère de plasticité de Tresca s'écrit :

$$F(\underline{\underline{\sigma}}) = \sigma_r - \sigma_\theta - 2C(\alpha) \quad (3.70)$$

On s'intéresse ici à une dépendance particulière de la fonction cohésion  $C(\alpha)$ . Cette dépendance est illustrée sur la figure 12 :

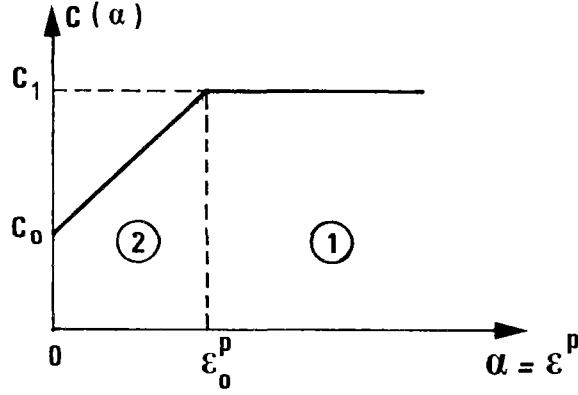


Figure 12 : Variations de la cohésion en fonction de l'écouissage  $\alpha$ .

Soit, en notant  $C' = \frac{C_1 - C_0}{\epsilon_0^p}$  :

$$\begin{cases} C(\alpha) = C_0 + C'\alpha & \text{si } 0 < \alpha \leq \epsilon_0^p \\ C(\alpha) = C_1 & \text{si } \epsilon_0^p \leq \alpha \end{cases} \quad (3.71)$$

L'intérêt de ce modèle, lorsqu'il est associé à un schéma viscoplastique de Bingham, est qu'il rend compte de l'existence d'une phase de fluage primaire, généralement observée sur les matériaux sédimentaires.

Les équations générales du problème sont récapitulées ci-dessous :

- Equilibre :

$$\sigma_\theta = \sigma_r + r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \quad (3.72)$$

- Loi de Hooke :

$$E \underline{\underline{\epsilon}}^e = (1 + \nu)(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_\infty) - \nu \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}_\infty) \underline{\underline{1}} \quad (3.73)$$

avec  $\underline{\underline{\sigma}}_\infty = -P_\infty \underline{\underline{1}}$



- Conditions aux limites :

$$\sigma_r = \begin{cases} \sigma_i = -P_i & \text{pour } r = R_i \\ \sigma_\infty = -P_\infty & \text{pour } r = \infty \end{cases} \quad (3.74)$$

L'équation d'équilibre et la loi de Hooke conduisent, après élimination de  $\sigma_\theta$  et  $\sigma_z$ , à deux équations ( Rousset, 1988 ) générales ( valables en tout point ) qu'on utilisera par la suite dans les développements des calculs :

$$E \frac{u}{r} = (1-2\nu)(1+\nu)(\sigma_r - \sigma_\infty) + \frac{A}{r^2} \quad (3.75)$$

$$2 \epsilon^p = r \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{(1+\nu)}{E} \sigma_r + \frac{u}{r} \right] \quad (3.76)$$

*A est une constante d'intégration.*

Par ailleurs, en remplaçant (3.75) dans (3.76), cette dernière équation s'écrit :

$$\epsilon^p = \frac{1}{E'} r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - \frac{A'}{r} \quad (3.77)$$

Où l'on a noté  $A' = \frac{A}{E}$  et  $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ .

On peut décomposer le chargement en plusieurs phases distinctes, correspondant chacune à un nombre de zones plastiques différent :

**1<sup>ère</sup> phase** → Lorsque  $P_i$  reste suffisamment proche de la valeur initiale  $P_\infty$ , l'ensemble du massif reste élastique .

**Phases ultérieures** → Lorsque  $P_i$  passe au dessous d'un certain seuil, le déviateur, maximal à la paroi, atteint le critère de plasticité et une première zone plastique ( avec écrouissage ) apparaît et se développe à partir de la paroi. Ensuite, lorsque  $P_i$  décroît encore, une deuxième zone plastique ( plasticité parfaite ) apparaît aussi. Le schéma suivant illustre cette dernière étape.

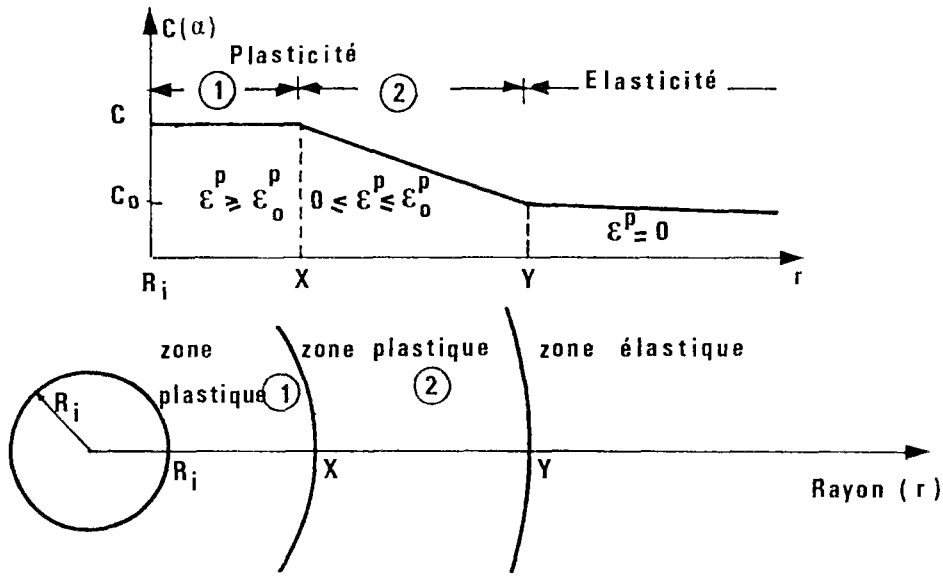


Figure 13 : Zones plastiques et élastiques autour du tunnel.

On expose par la suite le calcul relatif à l'étude de ce dernier cas qui est le plus complexe.

#### Solution dans la zone élastique ( $r \geq y$ )

La solution dans ce domaine est classique ( Mandel, 1966 ).

On définit ( figure 13 ) le rayon  $r = y$  comme celui à partir duquel commence la zone élastique. Les conditions  $\epsilon^p = 0$  et  $F = 0$  en  $r = y$  permettent d'obtenir la valeur de la constante  $A'$  à partir des équations (3.75) et (3.76) :

$$A' = -2 C_0 y^2 / E' \quad (3.78)$$

En utilisant la condition de nullité de  $\epsilon^p$  dans le domaine élastique, puis la condition au limite en  $r = \infty$ , on obtient la solution complète dans ce domaine, soit :

$$\frac{u}{r} = \frac{-C_0 (1 + \nu)}{E} (y/r)^2 \quad (3.79)$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_r(r) = \sigma_\infty + C_0 (y/r)^2 \\ \sigma_\theta(r) = \sigma_\infty - C_0 (y/r)^2 \\ \sigma_z(r) = \sigma_\infty \end{array} \right. \quad (3.80)$$

Solution dans la zone plastique (1) (  $R_i \leq r \leq x$  )

On définit le rayon  $r = x$  comme la limite entre les zones plastiques (1) et (2) . Dans cette zone parfaitement plastique, le critère de plasticité s'écrit :

$$F(\underline{\sigma}) = \sigma_r - \sigma_\theta - 2C_1 \quad (3.81)$$

Compte tenu de la nullité du critère plastique dans cette zone, l'équation d'équilibre (3.72) devient simplement :

$$r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = -2C_1 \quad (3.82)$$

L'intégration de l'équation (3.82), compte tenu de la condition à la limite en  $\sigma_r$  au point  $r=R_i$  (équation (3.74) ) conduit à l'expression suivante de la contrainte radiale :

$$\sigma_r(r) = 2C_1 \ln \left[ \frac{R_i}{r} \right] + \sigma_i \quad (3.83)$$

La prise en compte de cette dernière équation dans (3.75) donne l'expression du déplacement radial :

$$\frac{u}{r} = \frac{1+\nu}{E} \left\{ (1-2\nu) \left[ 2C_1 \ln \left[ \frac{R_i}{r} \right] + \sigma_i - \sigma_\infty \right] - 2C_0 (1-\nu) (y/r)^2 \right\} \quad (3.84)$$

Par ailleurs, grâce à l'équation d'équilibre et à la condition de déformation plane on complète aisément la solution du problème dans cette zone :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_\theta(r) = 2C_1 \ln \left[ \frac{R_i}{r} \right] + \sigma_i - 2C_1 \\ \sigma_z(r) = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) + (1-2\nu)\sigma_\infty \end{array} \right. \quad (3.85)$$

**Solution dans la zone plastique (2) (  $x \leq r \leq y$  )**

Dans cette zone de plasticité avec écoulement, le critère s'écrit :

$$F(\underline{\sigma}) = \sigma_r - \sigma_\theta - 2 C(\alpha) \quad \text{avec} \quad C(\alpha) = C_0 + C' \alpha$$

Etant donné que ce critère est nul dans cette zone, l'intégration de l'équation d'équilibre avec la condition de continuité de la contrainte radiale en  $r = x$  conduit à :

$$\sigma_r(r) = \sigma_x + \frac{2C_0 E'}{E' + 2C'} \left\{ \frac{C' y^2}{E'} \left[ \frac{1}{r^2} - \frac{1}{x^2} \right] + \ln \left[ \frac{x}{r} \right] \right\} \quad (3.86)$$

Où l'on a noté  $\sigma_x$  la valeur de la contrainte radiale en  $r = x$ . Par continuité de  $\sigma_r$  on obtient grâce à (3.83) :

$$\sigma_x = \sigma_r(r=x) = 2C_1 \ln \left[ \frac{R_i}{x} \right] + \sigma_i \quad (3.87)$$

De la même façon que pour la zone (1), l'expression des déplacements se calcule par (3.75) et donne :

$$\frac{u}{r} = \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{E} \left\{ \sigma_x + \frac{2C_0}{1+(2C')/E'} \left[ \frac{C' y^2}{E'} \left[ \frac{1}{r^2} - \frac{1}{x^2} \right] + \ln \left[ \frac{x}{r} \right] \right] - \sigma_\infty \right\} - \frac{2C_0}{E'} (y/r)^2 \quad (3.88)$$

Comme plus haut, on déduit de (3.86) l'expression des contraintes  $\sigma_\theta$  et  $\sigma_z$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_\theta(r) = \sigma_x - \frac{2C_0}{1+(2C')/E'} \left\{ \frac{C' y^2}{E'} \left[ \frac{1}{r^2} + \frac{1}{x^2} \right] - \ln \left[ \frac{x}{r} \right] + 1 \right\} \\ \sigma_z(r) = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) + (1-2\nu)\sigma_\infty \end{array} \right. \quad (3.89)$$

• *Calcul des rayons plastiques x et y*

Pour achever la résolution du problème, il faut déterminer les valeurs des rayons x et y. En  $r = x$ , on écrit :

$$\epsilon^p (r=x) = \epsilon_0^p \quad \text{et} \quad C(\alpha) = C_1$$

Ce qui, remplacé dans l'équation (3.77), donne l'expression de  $x^2$  en fonction de  $y^2$  :

$$x^2 = \frac{2C_0}{E'\epsilon_0^p + 2C_1} y^2 \quad (3.90)$$

La valeur de y est finalement obtenue en écrivant la continuité des contraintes radiales en  $r = y$ , soit :

$$\sigma_\infty + C_0 = \sigma_x + \frac{2C_0}{1+(2C')/E'} \left\{ \frac{C'y^2}{E'} \left[ \frac{1}{y^2} - \frac{1}{x^2} \right] + \ln \left[ \frac{x}{r} \right] \right\} \quad (3.91)$$

A l'aide des équations (3.87) et (3.90) la valeur de y est donnée de façon explicite par :

$$y^2 = \frac{R_i^2}{\omega_0} e^{(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) / (C_1)} \quad (3.92)$$

En posant  $\omega_0 = \frac{2C_0}{E'\epsilon_0^p + 2C_1}$ , les constantes  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  et  $\omega_3$  valent :

$$\begin{cases} \omega_1 = \sigma_i - \sigma_\infty - C_0 \\ \omega_2 = \frac{C_0 E'}{E' + 2C'} \ln(\omega_0) \\ \omega_3 = \frac{2C'(C_0 - C_1) - C'E'\epsilon_0^p}{E' + 2C'} \end{cases}$$

La valeur de y étant ainsi déterminée, toutes les autres grandeurs du problème peuvent être calculées à l'aide des équations développées précédemment.

Nous avons aussi étudié le même problème pour un critère de Coulomb avec dilatance, pour lequel la fonction  $C(\alpha)$  est du même type que celle adoptée ici pour le critère de Tresca. Dans ce cas, la résolution du problème est plus complexe à cause de la présence du angle de frottement  $\phi$  et de dilatance  $\phi_\beta$ . La solution de ce problème est semi-explicite ; elle est développée dans l'annexe 3.

### 3.5.2 - Applications

Nous avons traité plusieurs problèmes de tunnels en plasticité avec des critères de Tresca ou de Coulomb. Deux types d'écroutissement ont été considérés :

- cas d'un écroutissement nul ( *plasticité parfaite* )
- cas où celui-ci suit une loi analogue à celle donnée sur la *figure 12*.

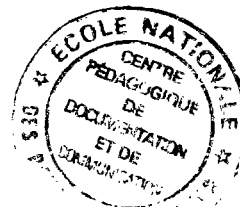
Ce choix n'est pas fortuit. En effet, ces lois de comportement peuvent modéliser celles des argiles plastiques, notamment l'argile de Boom et de Gournay ( Giraud, 1989 ).

Des applications ont été réalisées numériquement à l'aide du code 'GEOMECH 91'. Les résultats sont directement comparés à ceux obtenus par voie analytique.

Dans le but de valider les algorithmes exposés précédemment, la modélisation numérique des problèmes choisis a été réalisée en utilisant soit l'algorithme viscoplastique (*on compare alors les valeurs obtenues à la stabilisation*), soit l'algorithme plastique directement. La modélisation numérique en viscoplasticité est faite en menant les calculs jusqu'au bout d'un temps très grand, de façon à obtenir le régime stationnaire (  $\dot{\epsilon}_{vp} = 0$  ;  $F = 0$  ) qui coïncide avec la solution plastique, puisque le chargement est monotone.

L'exemple où le matériau est incompressible ( $\nu = 0,5$ ) a été traité numériquement en viscoplasticité (solution à  $t \rightarrow \infty$ ) aussi bien qu'en plasticité. Dans ce cas on peut utiliser l'analogie existant entre les solutions plastiques en déformation plane des lois associées de type Tresca ↔ Mises et du type Coulomb ↔ Drucker-Prager.

#### a) Caractéristiques des calculs



La modélisation numérique utilise un maillage ( *figure 14* ) qui comprend 100 éléments isoparamétriques à 9 noeuds. Le rayon extérieur du maillage est assez grand pour que l'on puisse modéliser un milieu infini. Pour satisfaire la condition de déformation plane, les déplacements suivant la direction  $z$  sont imposés à une valeur nulle.

Les conditions aux limites sont données par :  $\sigma_r (r = R_i) = -P_i$  et  $\sigma_r (r = \infty) = -P_\infty$ .

Les caractéristiques mécaniques des calculs réalisés sont résumées sur le *tableau 2*. Les valeurs de  $C_0$  et  $C_1$  se réfèrent à la *figure 12* dans le cas de Tresca. Pour le critère de Coulomb, la fonction d'écroutissement est de la même forme, mais avec  $H(\alpha) = C(\alpha) \cotg \phi$  (voir *figure 2* -annexe 3). Pour tous les calculs réalisés, le massif est le siège de contraintes initiales  $P_\infty = 4,5$  MPa (soit, par exemple, une galerie à plus de 200m de profondeur dans l'argile de Boom).

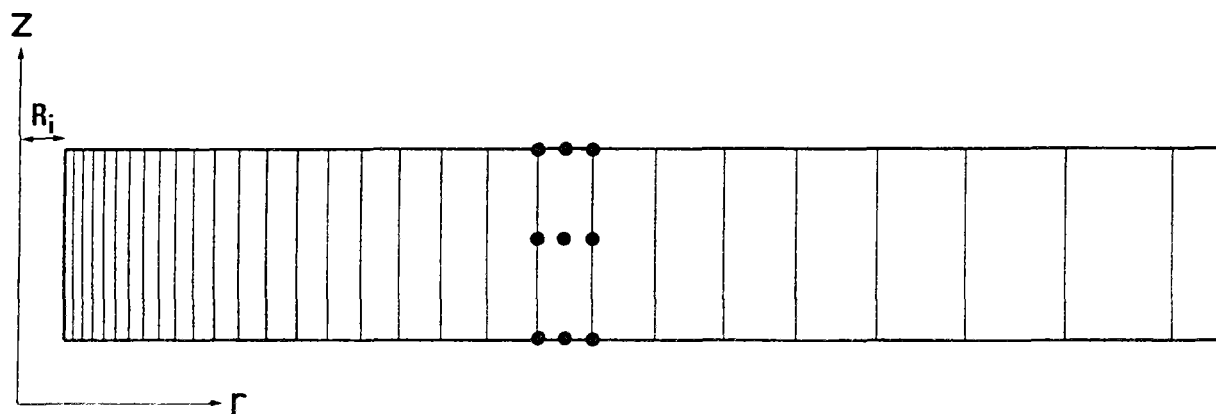


Figure 14 : Maillage du modèle.

Calc	F	E (MPa)	$\nu$	$\phi$	$\phi_\beta$	$C_o$ (MPa)	$C_1$ (MPa)	$\epsilon_0^p$ (%)	$P_i$ (MPa)	$P_\infty$ (MPa)
1	Tresca	1430	0,4	0	0	0,21	0,56	2,4	$0 \rightarrow 4,5$	4,5
2	Tresca	1430	0,4	0	0	0,21	0,56	2,4	2,5	4,5
3	Tresca	1430	0,5	0	0	0,56	0,56		1,5	4,5
4	Coulomb	1430	0,4	10	4	0,21	0,56	2,4	0,5	4,5
5	Coulomb	1430	0,5	10	4	0,56	0,56		0	4,5
6	Coulomb	1430	0,4	4	2,07	0,21	0,56	2,4	$0 \rightarrow 4,5$	4,5
7	Coulomb	1430	0,5	4	2,07	0,21	0,56	2,4	1	4,5
8	Coulomb	1430	0,4	4	2,07	0	0,56	2,4	$0 \rightarrow 4,5$	4,5

Tableau 2 : Caractéristiques mécaniques des calculs.

Les calculs 1, 6 et 8 concernent la construction de la courbe de convergence du massif ( c'est-à-dire la courbe qui donne la pression intérieure  $P_i$  en fonction de la convergence  $U_i = -u(R_i)/R_i$  ). Les caractéristiques de la loi de comportement utilisées dans le calcul 8 sont identiques à celles de l'argile de Boom, à l'exception de la partie de comportement radoussissant qui n'existe pas dans notre loi.

#### ***b) Comparaison entre les résultats des calculs analytiques et numériques***

Les courbes de convergence pour le critère de Tresca ( calcul 1 ) et pour le critère de Coulomb ( calculs 6 et 8 ) obtenues analytiquement sont données sur *la figure 15*. Les points marqués en gras sur ces courbes correspondent aux résultats d'un calcul numérique. De même, l'évolution des rayons plastiques  $x$  et  $y$  en fonction de la pression  $P_i$  est aussi illustrée sur cette figure ( *15.b* ).

Par ailleurs, les résultats de ces calculs sont également illustrés sous forme de courbes de contraintes (  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_z$  ) et de déplacements radiaux en fonction de la distance  $r$  du point à l'axe du tunnel ( *figures 16 à 18* ). On peut constater l'excellente concordance entre les résultats numériques et analytiques.

En ce qui concerne les contraintes, il est intéressant d'observer sur *la figure 16.a* la forme de la fonction  $\sigma_\theta(r)$  : on y distingue de façon très nette des pics de  $\sigma_\theta(r)$  marquant les frontières entre les 3 zones de comportement du tunnel ( *zones plastiques (1) et (2) et la zone élastique* ). Le minimum local de  $\sigma_\theta$  qui apparaît environ à  $r = 1,50\text{m}$  est dû à l'écroutissage positif existant dans cette zone (  $x \leq r \leq y$  ). Lorsque la loi de comportement est élastique parfaitement plastique ( *figure 17.a* ), la forme de la contrainte orthoradiale est toujours continue dans la zone plastique jusqu'au changement de courbure en  $r = y$  (frontière entre les zones plastiques et élastique) ; le phénomène précédent n'existe pas. Notons finalement, que l'hypothèse "  $\sigma_z$  est intermédiaire dans la zone plastique " est bien vérifiée *a posteriori*.

Le tableau 3 donne les valeurs de convergences en paroi du tunnel de chaque calcul réalisé par voie numérique et analytique.

On peut constater une différence inférieure à 2 % entre les calculs analytiques et numériques. Tous ces résultats constituent donc une validation du code numérique développé dans le cadre de ce travail.

Pour toutes les modélisations numériques qui suivront dans les prochains chapitres, on utilisera l'outil numérique présenté dans ce chapitre.



Calcul	$P_i$ (MPa)	Convergences $U_i$ (%)		
		Solution analytique	Calcul numérique	
			P1.	Vpl.
2	2,5	5,87	—	5,91
3	1,5	4,54	4,47	—
4	0,5	5,11	—	5,22
5	0,0	4,53	4,61	4,61
6	1,0	10,81	—	11,03
7	1,0	10,23	10,43	—

Tableau 3 : Convergences en paroi du tunnel.

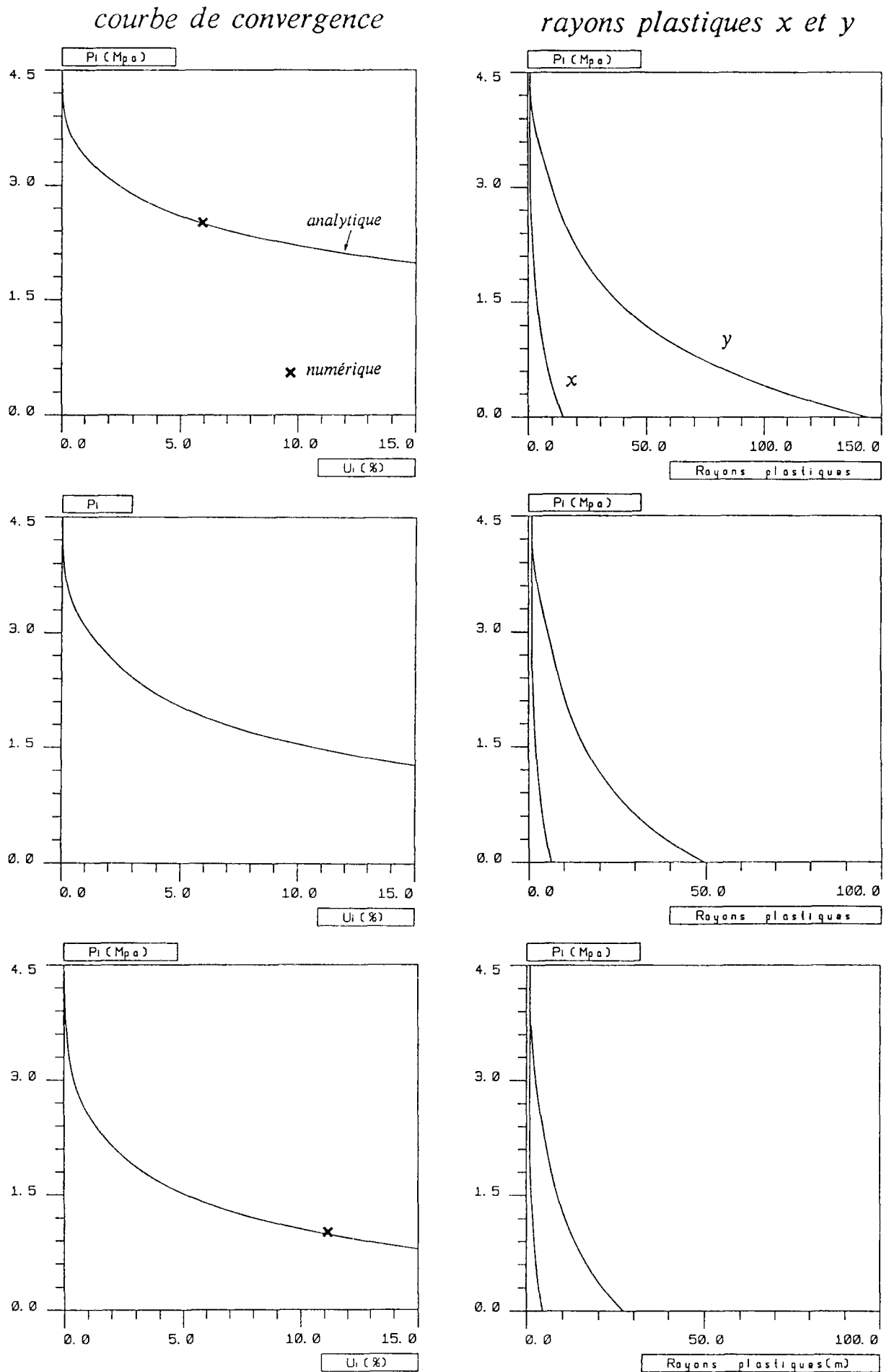
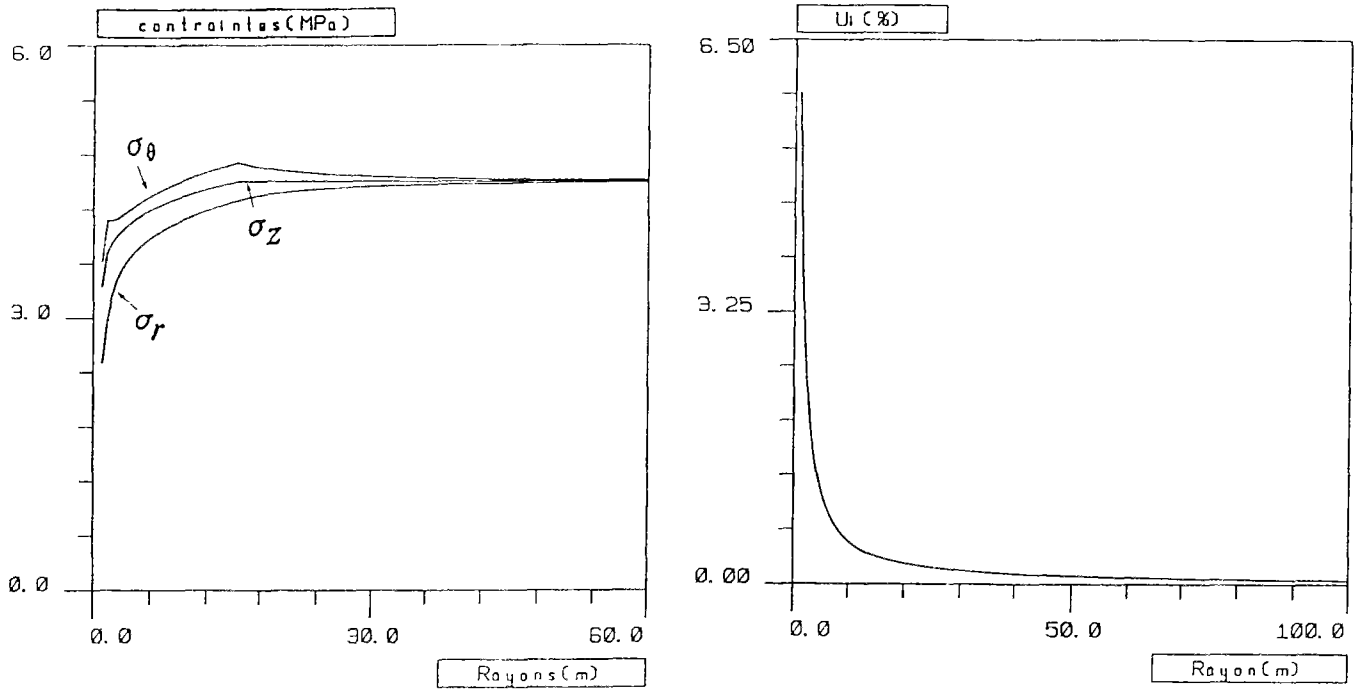


Figure 15 : Résultats des calculs 1, 6 et 8

(a) courbe de convergence du tunnel; (b ) rayons plastiques x et y en fonction de  $P_i$  .

## *calcul analytique*



## *calcul numérique*

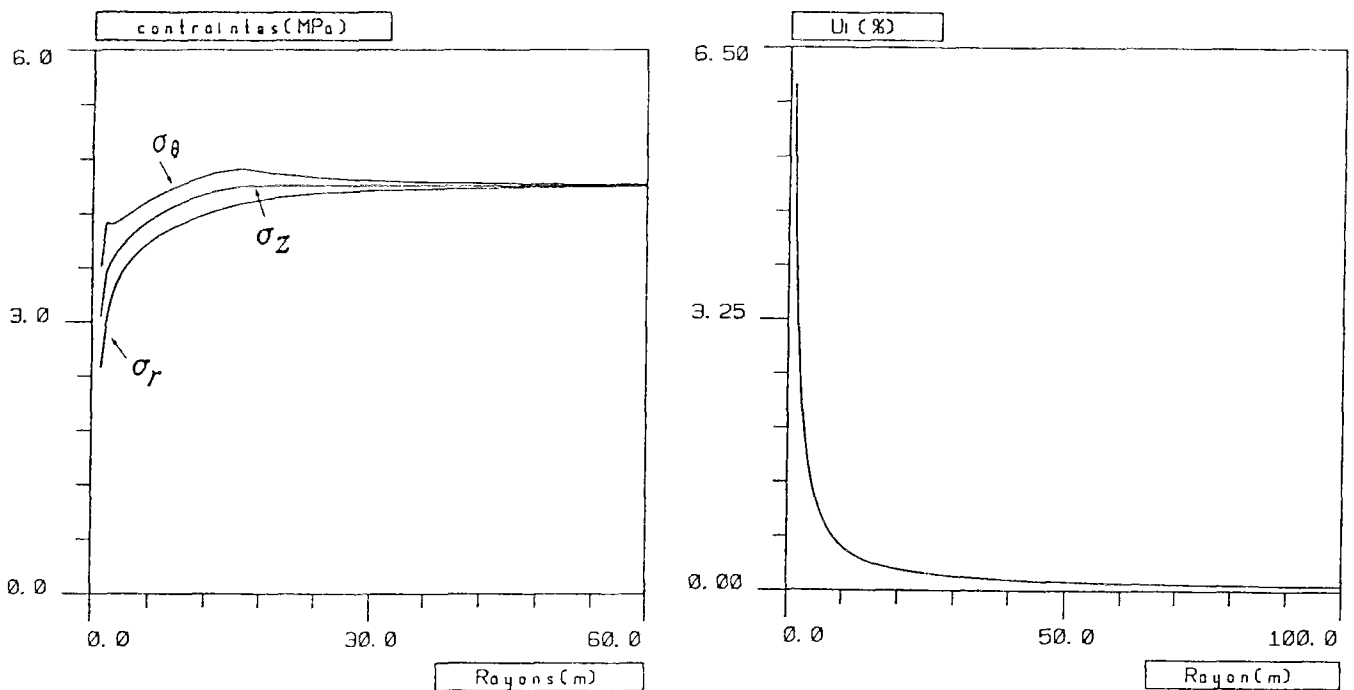
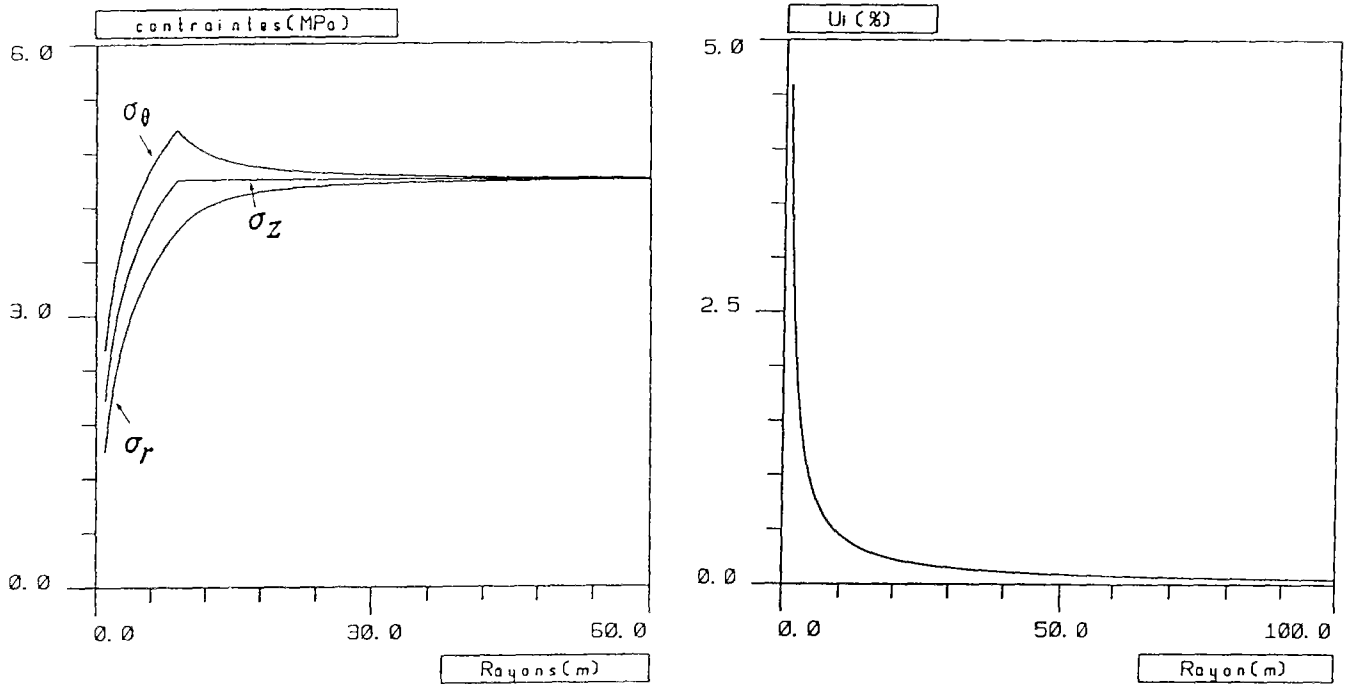


Figure 16 : Résultats analytiques et numériques du calcul 2 ( critère de Tresca )  
 (a) contraintes en fonction du rayon; (b) convergence en fonction du rayon.

## *calcul analytique*



## *calcul numérique*

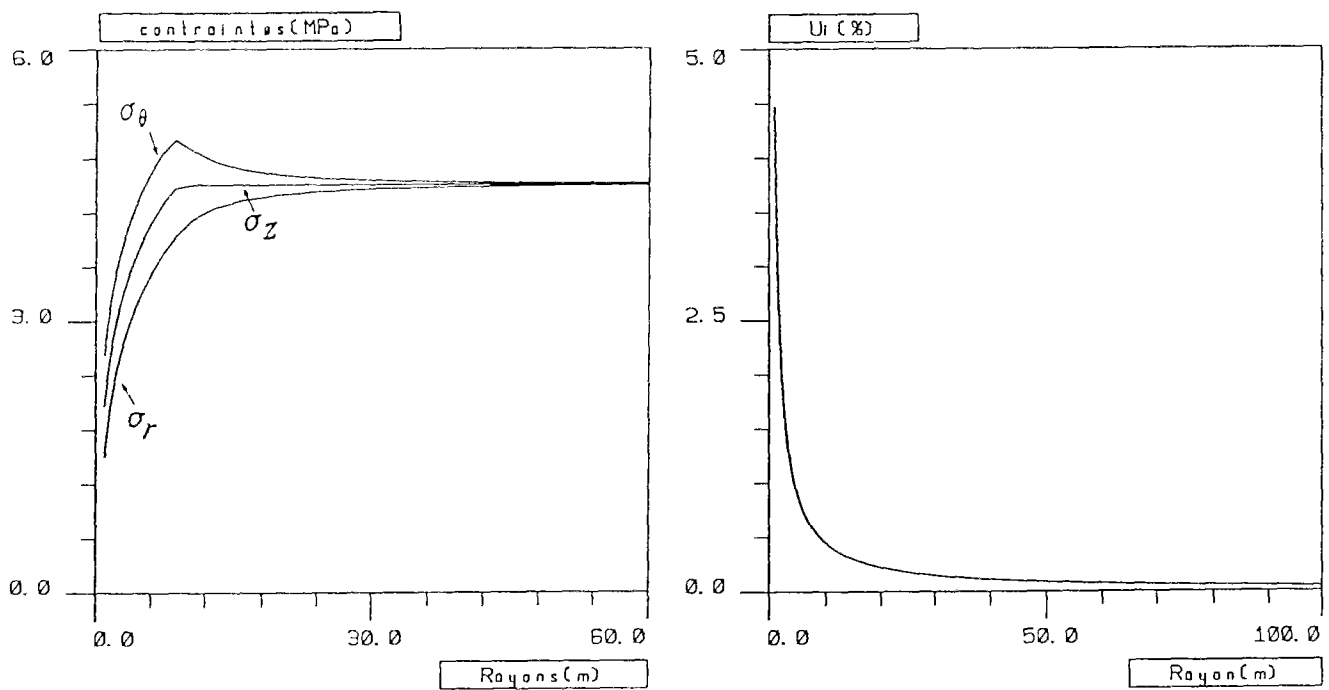
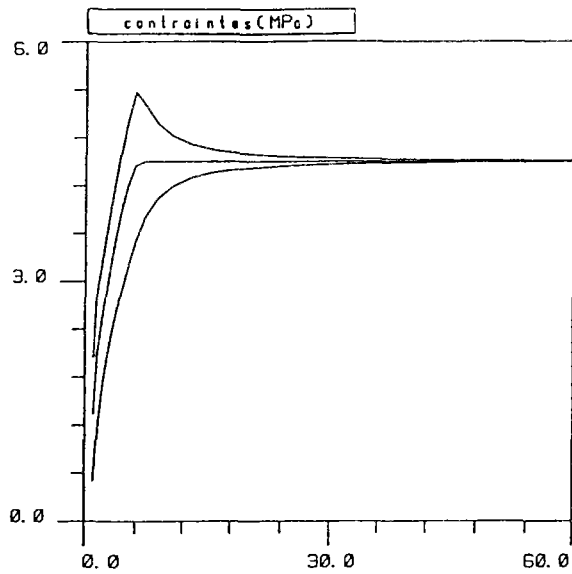
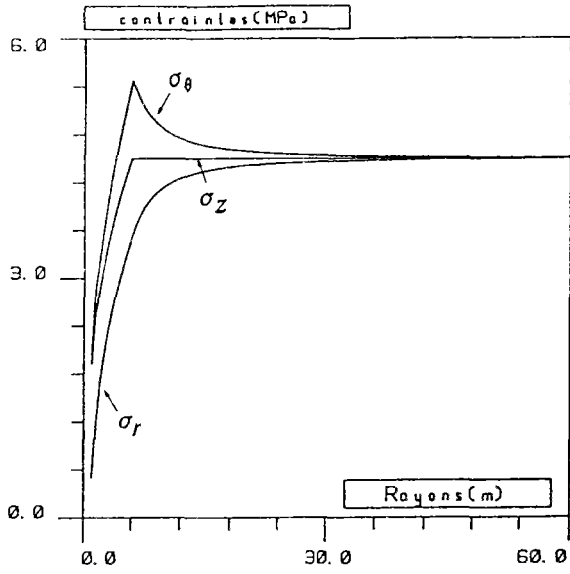


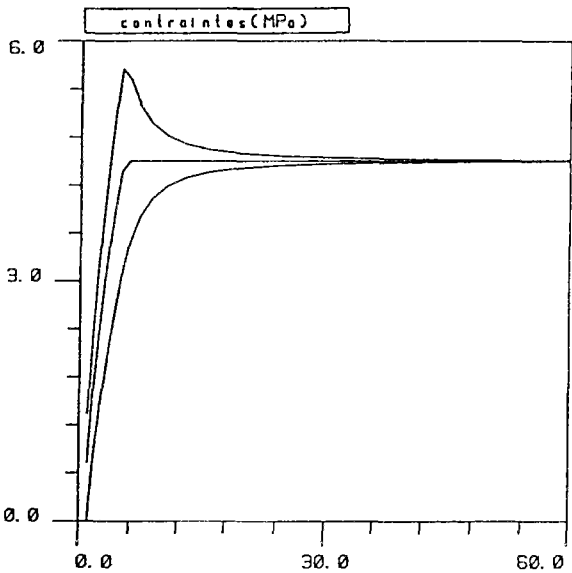
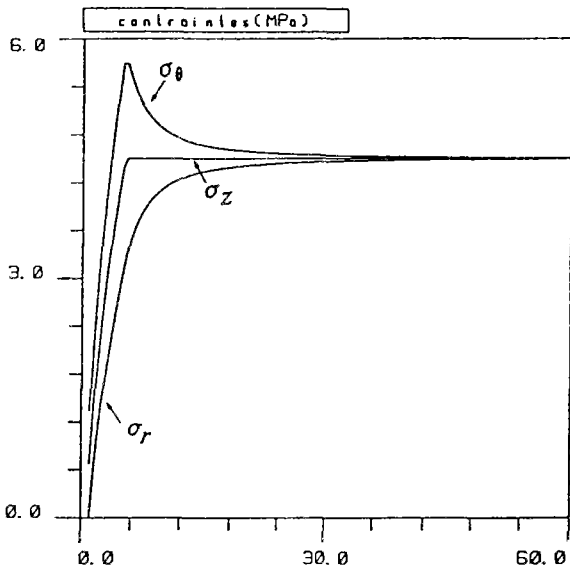
Figure 17 : Résultats analytiques et numériques du calcul 3 (critère de Tresca)  
(a) contraintes en fonction du rayon; (b) convergence en fonction du rayon.

# calcul analytique

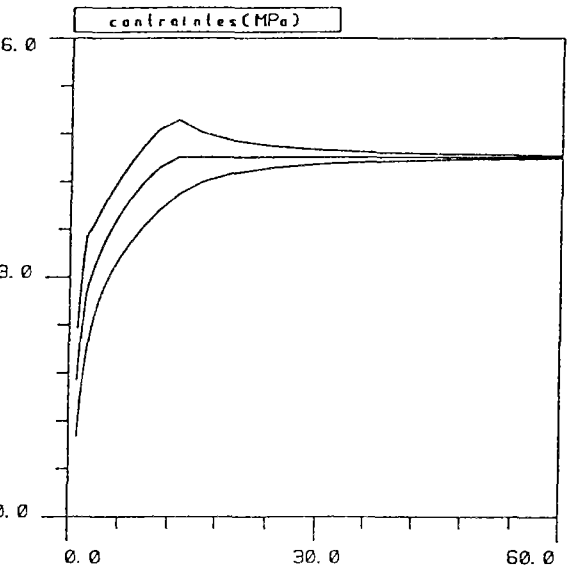
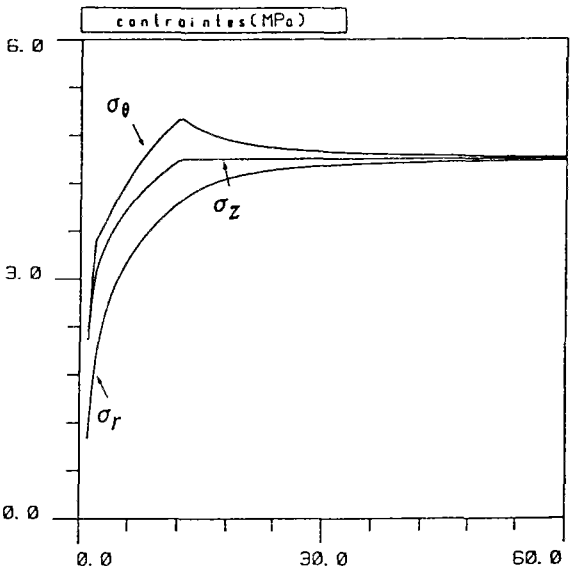
# calcul numérique



4



5



6

Figure 18 : Résultats analytiques (a) et numériques (b) des calculs 4, 5 et 6 : contraintes  $\sigma_r$ ,  $\sigma_z$  et  $\sigma_\theta$  en fonction du rayon.

**CHAPITRE 4 :**

**MODELISATION NUMERIQUE 2D DU PROBLEME**  
**DE L'INTERACTION MASSIF/SOUTENEMENT**



#### 4.1 - INTERET DU PROBLEME

Dans ce chapitre, on étudie la formulation numérique du problème général de l'interaction entre une galerie creusée dans une roche viscoplastique et son revêtement élastoplastique.

Le problème est original puisque, dans la plupart des cas traités dans la littérature, le soutènement est considéré comme une structure élastique.

Il y a deux intérêts fondamentaux à étudier ce type de problème :

(i) Le premier concerne une préoccupation générale qui est celle de pouvoir traiter des soutènements à comportement plus complexe que celui de la simple élasticité, et ainsi élargir le champ des connaissances sur la modélisation des tunnels soutenus. En pratique, on sait que les soutènements ont effectivement des comportements complexes (voir exemples donnés par Lombardi, 1974 et Egger, 1989).

(ii) Le second est basé sur notre intérêt de modéliser la galerie cintrée de Mol (partie I), pour laquelle on a vu que le comportement du soutènement était fortement non linéaire.

Pour résoudre ce problème, nous avons mis au point un algorithme numérique spécial traitant l'interaction massif viscoplastique-soutènement plastique. Cet algorithme est construit à partir des algorithmes classiques de viscoplasticité et plasticité exposés précédemment dans le chapitre 3 ; il est introduit dans le nouveau code "GEOMECH 91" et sera utilisé dans les chapitres suivants.

#### 4.2 - RESOLUTION NUMERIQUE DU PROBLEME D'INTERACTION MASSIF ELASTOVISCOPLASTIQUE-SOUTENEMENT ELASTOPLASTIQUE

##### 4.2.1 - Modélisation du problème :

De façon générale, le soutènement peut être modélisé de deux façons différentes :

- Un milieu continu tridimensionnel (ou bidimensionnel pour un problème plan) du même type que celui du massif. Dans ce cas, la discrétisation spatiale du soutènement est réalisée à l'aide d'éléments finis surfaciques et le critère de plasticité est du type de ceux donnés dans le paragraphe 3.3.



• • Un milieu continu à une dimension, ce qui est naturel puisque la structure constituée par le soutènement (un cintre, par exemple) peut être souvent assimilée à une structure élancée. Dans ce cas, on utilise des éléments finis du type poutre dans la discrétisation spatiale et le critère de plasticité est écrit en contraintes généralisées (effort normal  $N$ , moment fléchissant  $M$ , effort tranchant  $T$ ).

Pour notre problème d'interaction massif-soutènement, nous avons donc choisi une modélisation qui traite :

- le massif comme un milieu continu bidimensionnel (problème plan) ;
- le soutènement comme un milieu continu unidimensionnel.

Du point de vue des contraintes, on dispose alors de :

- un champ de contrainte  $\sigma$  défini en tout point du massif ;
- un champ de contraintes généralisées (on n'utilisera que l'effort normal  $N$  et le moment fléchissant  $M$  dans notre cas), défini sur toute la longueur du soutènement unidimensionnel.

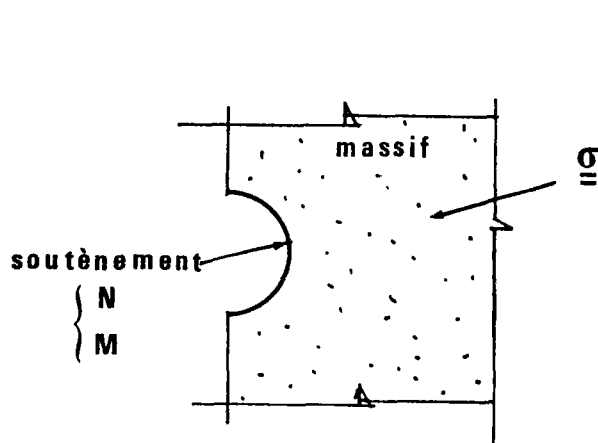


Figure 1 : Système mixte.

Le problème est traité en déformations planes : on suppose que les déplacements du massif, aussi bien que ceux du soutènement, se développent dans le plan OXY seulement, l'axe Z étant l'axe de la galerie (figure 2), et que ces déplacements ne dépendent pas de la coordonnée z.

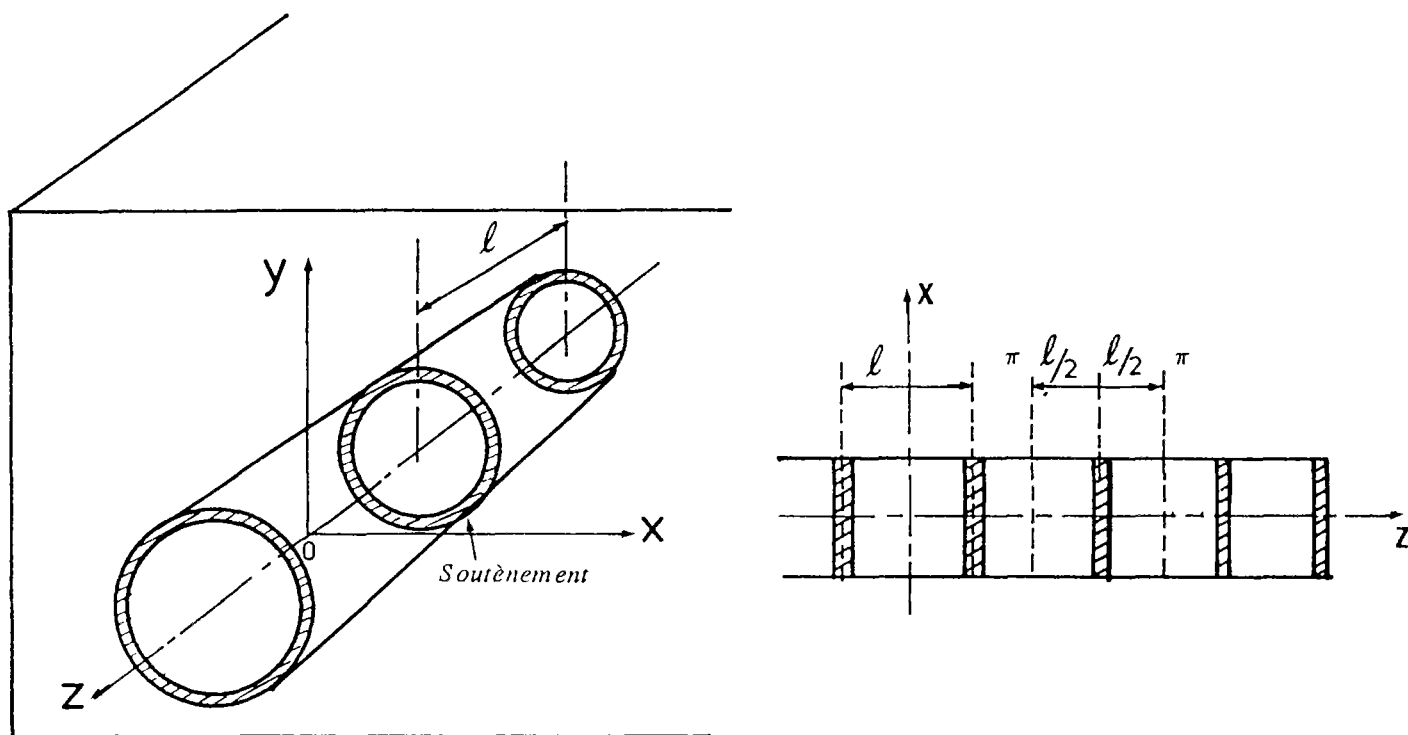


Figure 2 : Modélisation de la galerie.

Ainsi pour déterminer les déplacements  $u$  (direction  $x$ ) et  $v$  (direction  $y$ ), il suffit de minimiser l'énergie potentielle d'une tranche de la galerie de longueur  $\ell$ , qui s'écrit :

$$V_T = E^{ma} + E^{ci} - F_T \quad (4.1)$$

avec :

$E^{ma}$  : énergie de déformation du massif,

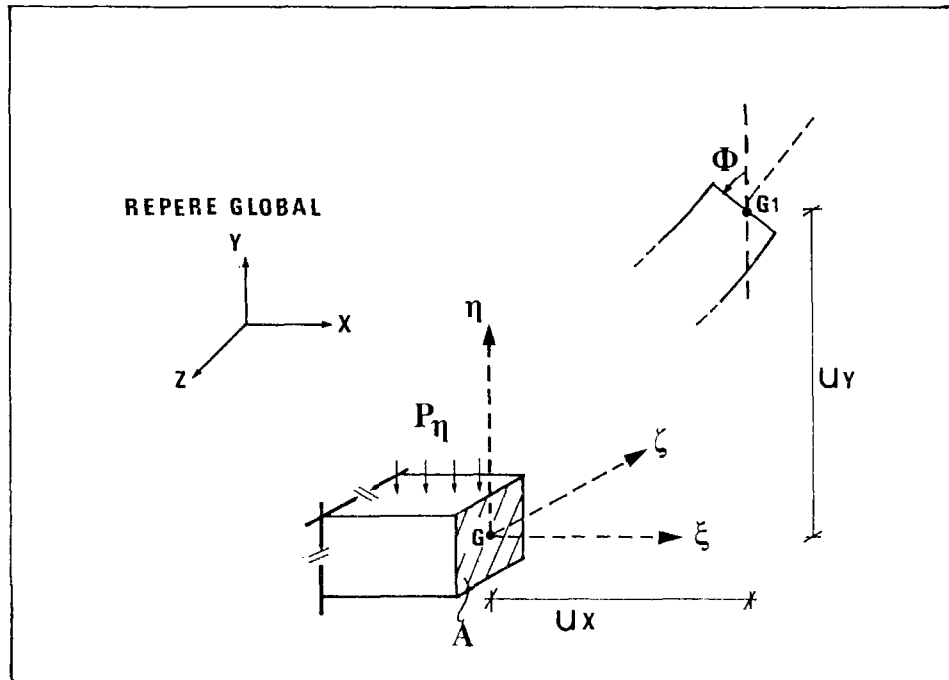
$E^{ci}$  : énergie de déformation du soutènement,

$F_T$  : travail des forces extérieures.

L'énergie de déformation du massif vaut :

$$E^{ma} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma : \epsilon \, d\Omega \quad (4.2)$$

On modélise le soutènement unidimensionnel par une poutre soumise à des efforts dans le plan  $O\xi\eta$ , comme le montre la *figure 3*.



*Figure 3 : Modélisation du soutènement.*

Si on suppose que les dimensions de la section droite sont faibles vis-à-vis de la longueur de la poutre, la théorie classique de la Résistance des Matériaux permet de calculer (dans l'hypothèse des petits déplacements) les grandeurs suivantes :

- Déplacements du point G (soit  $GG_1$ ) dans le repère local :

$$\begin{cases} U_{\xi} = U_x - \eta \phi \\ U_{\eta} = U_y \end{cases} \quad (4.3)$$

- Déformations en  $G_1$  :

$$\begin{aligned} \epsilon_{\xi\xi} &= \frac{\partial U_{\xi}}{\partial \xi} = U'_x - \eta \phi' \\ \epsilon_{\xi\eta} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial U_{\xi}}{\partial \eta} + \frac{\partial U_{\eta}}{\partial \xi} \right] = U'_y - \phi \end{aligned} \quad (4.4)$$

Le symbole ( ' ) désignant la dérivation par rapport à  $\xi$ .

En élasticité, les efforts généralisés sont calculés grâce aux formules suivantes :

$$N = \int_A \sigma_{\xi\xi} dA = \int_A E \epsilon_{\xi\xi} dA = \int_A E (U'_x - \eta \phi') dA = E A \epsilon_N \quad (4.5)$$

avec :  $\epsilon_N = U'_x$  et  $\int_A \eta dA = 0$

$$M = \int_A \eta \sigma_{\xi\xi} dA = \int_A \eta E \epsilon_{\xi\xi} dA = E I \epsilon_M \quad (4.6)$$

avec :  $\epsilon_M = \phi' = \frac{\partial^2 U_y}{\partial \xi^2}$  et  $\int_A \eta^2 dA = I$

Par ailleurs, on n'étudiera pas l'effort tranchant dans le soutènement, puisqu'il est négligeable dans ce type d'ouvrage. Rappelons que le critère de plasticité du cintre, établi dans l'annexe 2, est donné en fonction de N et de M seulement.

Finalement, l'énergie de déformation du soutènement unidimensionnel, par unité de longueur, s'écrit :

$$\frac{E^c i}{\ell} = \frac{1}{2} (N \epsilon_N + M \epsilon_M) \quad (4.7)$$

Les problèmes d'interface du type glissement ou décollement entre le massif et son soutènement ne sont pas étudiés ici. D'après certains résultats expérimentaux (essais réalisés à Mol, par exemple) nous pensons en effet qu'il est légitime de considérer la continuité des déplacements aux points de contacts entre la galerie et son soutènement.

#### 4.2.2 - Loi de comportement plastique pour une structure élancée :

On étudie ici les matériaux qui obéissent au principe du travail plastique maximal .

Dans le cas précis d'un soutènement unidimensionnel, le comportement mécanique s'écrit en contraintes généralisées N et M.

Pour une poutre de section rectangulaire, le critère de plasticité est du type suivant, (J. Salençon, B. Halphen, 1987) :

$$F(M, N) = \left| \frac{M}{M_p} \right| + \left( \frac{N}{N_p} \right)^2 - 1 \quad (4.8)$$

avec :  $M_p$  : moment de plastification totale de la section,  
 $N_p$  : effort normal de plastification totale.

A titre d'illustration, on traite, par la suite, le calcul de l'évolution plastique d'un milieu unidimensionnel en contraintes généralisées avec un critère de plasticité  $F(M, N)$  du type de celui des cintres étudiés dans la partie I de ce travail.

Ce critère s'écrit sous la forme suivante (voir équation (2.2) de la partie I) :

$$F(M, N) = a \left( \frac{N}{N_p} \right)^2 + b \left| \frac{N}{N_p} \right| + c \left| \frac{M}{M_p} \right| + d \quad (4.9)$$

Les critères de plasticité de la poutre de section rectangulaire et celui du profil TH44/58 sont tracés sur la figure 4.

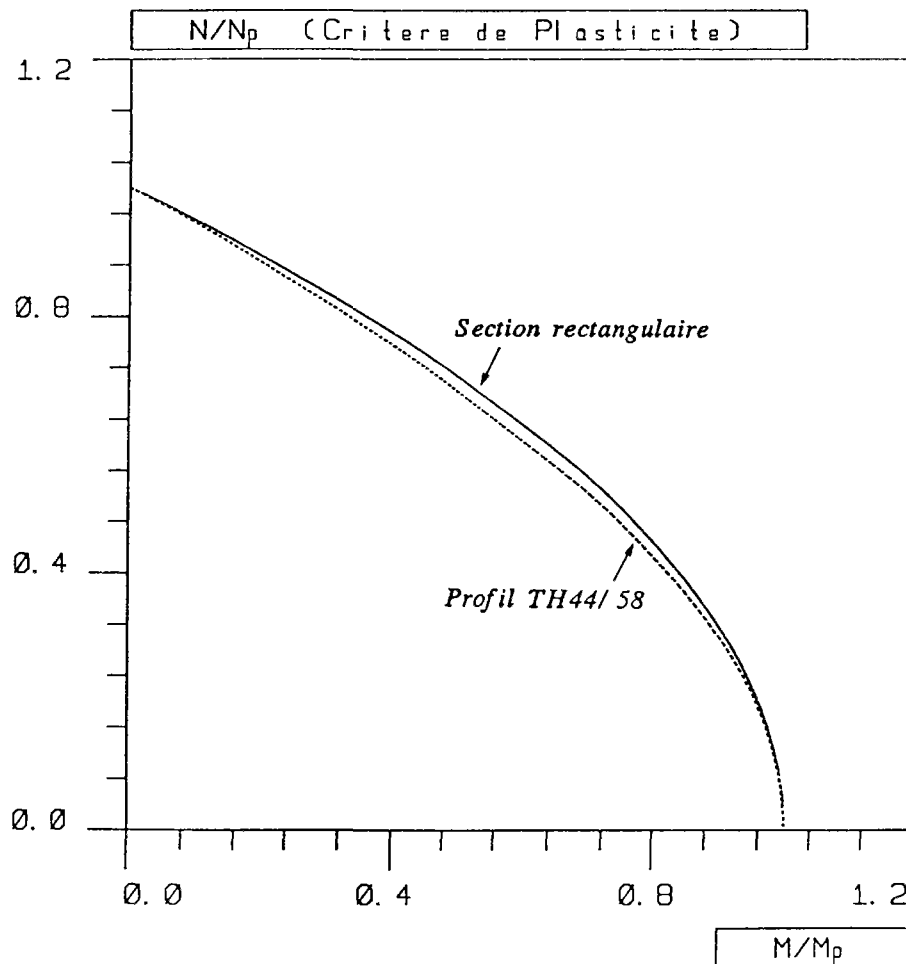


Figure 4 : Critères de plasticité.

En chaque point de la structure on suit le schéma élastoplastique donné dans le paragraphe 3.3 :

a) A l'état initial  $t = t_0$ , les variables suivantes sont connues :

$N^0, M^0$  : effort normal et moment fléchissant à l'instant initial, respectivement.

$\epsilon_N^{p0}, \epsilon_M^{p0}$  : déformation longitudinale plastique et courbure plastique respectivement.

$\epsilon_N^0, \epsilon_M^0$  : déformation longitudinale totale et courbure totale respectivement.

b) A partir de l'état initial  $t_0$ , on impose un incrément de charge qui se traduit par un incrément de déformation longitudinale  $\delta\epsilon_N$  et de courbure  $\delta\epsilon_M$ . A l'instant  $t = t_0 + \delta t$  on aura :

$$\epsilon_N = \epsilon_N^0 + \delta\epsilon_N \quad (4.10)$$

$$\epsilon_M = \epsilon_M^0 + \delta\epsilon_M \quad (4.11)$$

La loi élastique fournit :

$$\left\{ \begin{array}{l} N = E A \epsilon_N^e = E A (\epsilon_N - \epsilon_N^p) \\ M = E I \epsilon_M^e = E I (\epsilon_M - \epsilon_M^p) \end{array} \right. \quad (4.12)$$

$$(4.13)$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_N^p = \epsilon_N^{p0} + \delta\epsilon_N^p \\ \epsilon_M^p = \epsilon_M^{p0} + \delta\epsilon_M^p \end{array} \right. \quad (4.14)$$

$$(4.15)$$

Les expressions de l'effort normal  $N$  et du moment fléchissant  $M$  peuvent donc être réécrites comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} N = EA (\epsilon_N^0 + \delta\epsilon_N - \epsilon_N^{p0} - \delta\epsilon_N^p) \\ M = EI (\epsilon_M^0 + \delta\epsilon_M - \epsilon_M^{p0} - \delta\epsilon_M^p) \end{array} \right. \quad (4.16)$$

$$(4.17)$$

On pose :

$$\left\{ \begin{array}{l} N^* = E A [\epsilon_N^0 - \epsilon_N^{p0} + \delta\epsilon_N] = N^0 + EA\delta\epsilon_N \\ M^* = E I [\epsilon_M^0 - \epsilon_M^{p0} + \delta\epsilon_M] = M^0 + EI\delta\epsilon_M \end{array} \right. \quad (4.18)$$

$$(4.19)$$

Les équations (4.16-17) deviennent :

$$\begin{cases} N = N^* - EA \delta \epsilon_N^p \\ M = M^* - EI \delta \epsilon_M^p \end{cases}$$

Le critère de plasticité est calculé pour les valeurs de  $N^*$  et  $M^*$  qui sont connues à  $t_0 + \delta t$ , et :

$$\rightarrow \text{Si } F(N^*, M^*) < 0 \rightarrow \delta \epsilon_N^p = \delta \epsilon_M^p = 0, \text{ alors :}$$

$$\rightarrow N = N^* = N^0 + EA \delta \epsilon_N$$

$$\rightarrow M = M^* = M^0 + EI \delta \epsilon_M$$

$\rightarrow$  Si  $F(N^*, M^*) > 0$  : les valeurs du  $\delta \epsilon_N^p$  et  $\delta \epsilon_M^p$  doivent être calculées de façon à imposer  $F(M, N) = 0$  (projection des contraintes généralisées  $N$  et  $M$  sur le convexe de plasticité  $F(M, N)$ ). La règle d'écoulement s'écrit :

$$\begin{cases} \delta \epsilon_N^p = \delta \lambda \frac{\partial F(M, N)}{\partial N} \end{cases} \quad (4.20)$$

$$\begin{cases} \delta \epsilon_M^p = \delta \lambda \frac{\partial F(M, N)}{\partial M} \end{cases} \quad (4.21)$$

Le critère de plasticité étant donné par l'équation (4.9), ses dérivées sont :

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial N} = 2a \left[ \frac{N}{N_p^2} \right] + \frac{b}{N_p} \frac{N}{|N|} \end{cases} \quad (4.22)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial M} = \frac{c}{M_p} \frac{M}{|M|} \end{cases} \quad (4.23)$$

On obtient finalement les valeurs actuelles de  $N$  et  $M$  :

$$\begin{cases} N = \frac{N^* - \frac{bEA}{N_p} \frac{N}{|N|} \delta \lambda}{1 + 2a \frac{EA}{N_p^2} \delta \lambda} \end{cases} \quad (4.24)$$

$$\begin{cases} M = M^* - \frac{cEI}{M_p} \frac{M}{|M|} \delta \lambda \end{cases} \quad (4.25)$$

En remplaçant N et M dans l'équation (4.9), il est possible de calculer la valeur de  $\delta\lambda$  qui vérifie  $F(M,N) = 0$ , grâce à l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{a}{N_p^2} \left[ \frac{N^* - \frac{bEA}{N_p} \frac{N}{|N|} \delta\lambda}{1 + \frac{2aEA}{N_p^2} \delta\lambda} \right]^2 + b \left[ \frac{N^* - \frac{bEA}{N_p} \frac{N}{|N|} \delta\lambda}{N_p \left[ 1 + \frac{2aEA}{N_p^2} \delta\lambda \right]} \right] \\ + c \left[ \frac{M^* - \frac{cEI}{M_p} \frac{M}{|M|} \delta\lambda}{M_p} \right] + d = 0 \end{aligned} \quad (4.26)$$

Pour la poutre de section rectangulaire, les constantes valent :

$$a = 1 ; b = 0 ; c = 1 ; d = -1$$

La valeur de  $\delta\lambda$  étant déterminée par (4.26), les efforts actuels N et M peuvent être calculés par (4.24) et (4.25), et, par conséquent, les incréments des déformations plastiques également :

$$\left\{ \begin{aligned} \delta\epsilon_N^p &= \left\{ 2a \frac{N}{N_p^2} + \frac{b}{N_p} \frac{N}{|N|} \right\} \delta\lambda \end{aligned} \right. \quad (4.27)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \delta\epsilon_M^p &= \frac{c}{M_p} \frac{M}{|M|} \delta\lambda \end{aligned} \right. \quad (4.28)$$

Ce schéma a été implanté dans l'algorithme de plasticité des éléments du type poutre. Il s'agit d'utiliser, dans l'algorithme de plasticité (méthode en déformations anélastiques imposées) le calcul des variations des déformations plastiques ( $\delta\epsilon_N^p$ ,  $\delta\epsilon_M^p$ ), développé ci-dessus, en chaque point de Gauss de la structure discrétisée où le critère de plasticité est atteint.



#### 4.2.3 - Algorithme numérique de résolution du problème d'interaction massif viscoplastique-soutènement plastique :

L'algorithme numérique pour résoudre le problème d'interaction ainsi posé utilise une composition des algorithmes de viscoplasticité en déformations initiales (paragraphe 3.2) et de plasticité en déformations anélastiques imposées (paragraphe 3.3).

On calcule les contraintes et déplacements à l'aide d'un processus incrémental dans le temps, en vérifiant les conditions de plasticité dans le soutènement et de viscoplasticité dans le massif.

La méthode numérique choisie pour intégrer les vitesses de déformations viscoplastiques est celle du type explicite de Runge-Kutta d'ordre 2.

##### a) Résolution numérique :

On définit le tenseur des déformations anélastiques  $\underline{\underline{\epsilon}}^{a\ n}$  comme le tenseur des déformations viscoplastiques, lorsque les éléments ont un comportement viscoplastique (ce qui est le cas du massif pour notre problème) où le tenseur des déformations plastiques lorsque les éléments sont élastoplastiques (soutènement dans notre cas). On écrit donc :

$$\underline{\underline{\epsilon}}^{a\ n} = (\underline{\underline{\epsilon}}^{v\ p}, \underline{\underline{\epsilon}}^p) \quad (4.29)$$

La relation entre tenseur des contraintes et tenseur des déformations s'exprime par :

$$\underline{\underline{\sigma}} = D : (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}^{a\ n}) \quad (4.30)$$

Et les vitesses des déformations anélastiques s'écrivent comme suit :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{a\ n} = (\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{v\ p}, \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p) \quad (4.31)$$

De façon plus précise, les lois d'évolution qui ont été développées dans le chapitre 3 sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad ; \quad \dot{\alpha}^p = \dot{\alpha}^p(\alpha^p, \underline{\underline{\sigma}}) \\ \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{v\ p} = \frac{1}{\eta} \left\langle \frac{F}{F_0} \right\rangle^n \frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad ; \quad \dot{\alpha}^{v\ p} = \dot{\alpha}^{v\ p}(\alpha^{v\ p}, \underline{\underline{\sigma}}) \end{array} \right. \quad (4.32)$$

Etudions maintenant dans le détail l'algorithme de calcul (voir *figure 5*).

Supposons qu'à l'instant initial  $n$  toutes les variables du problème sont connues et cherchons l'état  $n+1$ .

On se donne un incrément de charge  $\Delta_n \underline{F}$  sur la structure, tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{a} \text{ est } CA_{n+1} \\ \underline{\epsilon} = \frac{1}{2} (\text{grad } \underline{a} + \text{grad}^T \underline{a}) \\ \underline{\sigma} \text{ est } SA_{n+1} \end{array} \right. \quad (4.33)$$

Où  $CA_n$  est l'ensemble des champs de déplacement cinématiquement admissible à l'instant  $t_n$  et  $SA_n$  l'ensemble des champs de contrainte statiquement admissible au même instant.

La résolution du problème qui correspond à l'incrément de charge  $\Delta_n \underline{F}$  peut être résumé par les quatre étapes suivantes :

**1ère Etape : Premier pas du schéma de Runge-Kutta :**

On pose :

$$\underline{\epsilon}^{a\ n} = \underline{\epsilon}_n^{a\ n} \quad ; \quad \underline{\sigma} = \underline{\sigma}_n \quad (4.34)$$

On calcule :

$$\dot{\underline{\epsilon}}^{a\ n} = \Phi(\underline{\epsilon}^{a\ n}, \underline{\sigma}) \quad (4.35)$$

Et l'incrément de déformation anélastique s'exprime par :

$$\Delta_1 \underline{\epsilon}^{a\ n} = \dot{\underline{\epsilon}}^{a\ n} \Delta_n t \quad (4.36)$$

On peut donc résoudre le problème élastique suivant :

$$\text{Chercher } \left\{ \begin{array}{l} \underline{\sigma}_{n+1,1}^* \text{ et } \underline{\epsilon}_{n+1,1} \text{ solution de :} \\ \underline{\sigma}_{n+1,1}^* - \underline{\sigma}_n = \underline{D} : (\Delta_n \underline{\epsilon} - \Delta_1 \underline{\epsilon}^{a\ n}) \\ \underline{\sigma}_{n+1,1}^* \in SA_{n+1} \\ \underline{\epsilon}_{n+1,1} \text{ calculé d'après } \underline{a}_{n+1,1} \in CA_{n+1} \end{array} \right. \quad (4.37)$$

**2ème Etape : Deuxième pas du schéma de Runge-Kutta :**

On pose :

$$\underline{\underline{\epsilon}}^{a\ n} = \underline{\underline{\epsilon}}_n^{a\ n} + \Delta_1 \underline{\underline{\epsilon}}^{a\ n} \quad ; \quad \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_n^* + 1, 1 \quad (4.38)$$

On calcule :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{a\ n} = \Phi(\underline{\underline{\epsilon}}^{a\ n}, \underline{\underline{\sigma}}) \quad ; \quad \Delta_2 \underline{\underline{\epsilon}}^{a\ n} = \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{a\ n} \Delta_n t \quad (4.39)$$

Ce qui permet de calculer l'incrément de  $\Delta_n \underline{\underline{\epsilon}}^{a\ n}$  par :

$$\Delta_n \underline{\underline{\epsilon}}^{a\ n} = \begin{cases} \frac{1}{2} (\Delta_1 \underline{\underline{\epsilon}}^{v\ p} + \Delta_2 \underline{\underline{\epsilon}}^{v\ p}) & : \text{Schéma de Runge-Kutta pour les} \\ & \text{éléments viscoplastiques} \\ \Delta_2 \underline{\underline{\epsilon}}^p & : \text{dans les éléments plastiques} \end{cases} \quad (4.40)$$

Ensuite, on résout le problème suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\sigma}}_{n+1,2}^* \text{ et } \underline{\underline{\epsilon}}_{n+1,2} \text{ tel que :} \\ \underline{\underline{\sigma}}_{n+1,2}^* - \underline{\underline{\sigma}}_n = \underline{\underline{D}} : (\Delta_n \underline{\underline{\epsilon}} - \Delta_n \underline{\underline{\epsilon}}^{a\ n}) \\ \underline{\underline{\sigma}}_{n+1,2}^* = \underline{\underline{S}} \underline{\underline{A}}_{n+1} \\ \underline{\underline{\epsilon}}_{n+1,2} \text{ calculé d'après } \underline{\underline{a}}_{n+1,2} \text{ et } \underline{\underline{C}} \underline{\underline{A}}_{n+1} \end{array} \right. \quad (4.41)$$

**3ème Etape : Application de l'algorithme de plasticité pour le soutènement :**

Sur la partie plastique de la structure (soutènement), on résout le problème de l'écoulement plastique en fixant l'état viscoplastique. On fait donc l'hypothèse simplificatrice que les déformations viscoplastiques (dans le massif) n'évoluent pas pendant cette étape (on verra plus loin que cette hypothèse est satisfaisante).

Il s'agit ici d'appliquer l'algorithme de plasticité de la *figure 8* (chapitre 3) pour les éléments du soutènement. Lorsque cet algorithme a convergé, on obtient un état de contraintes plastiquement admissible dans les éléments du soutènement.

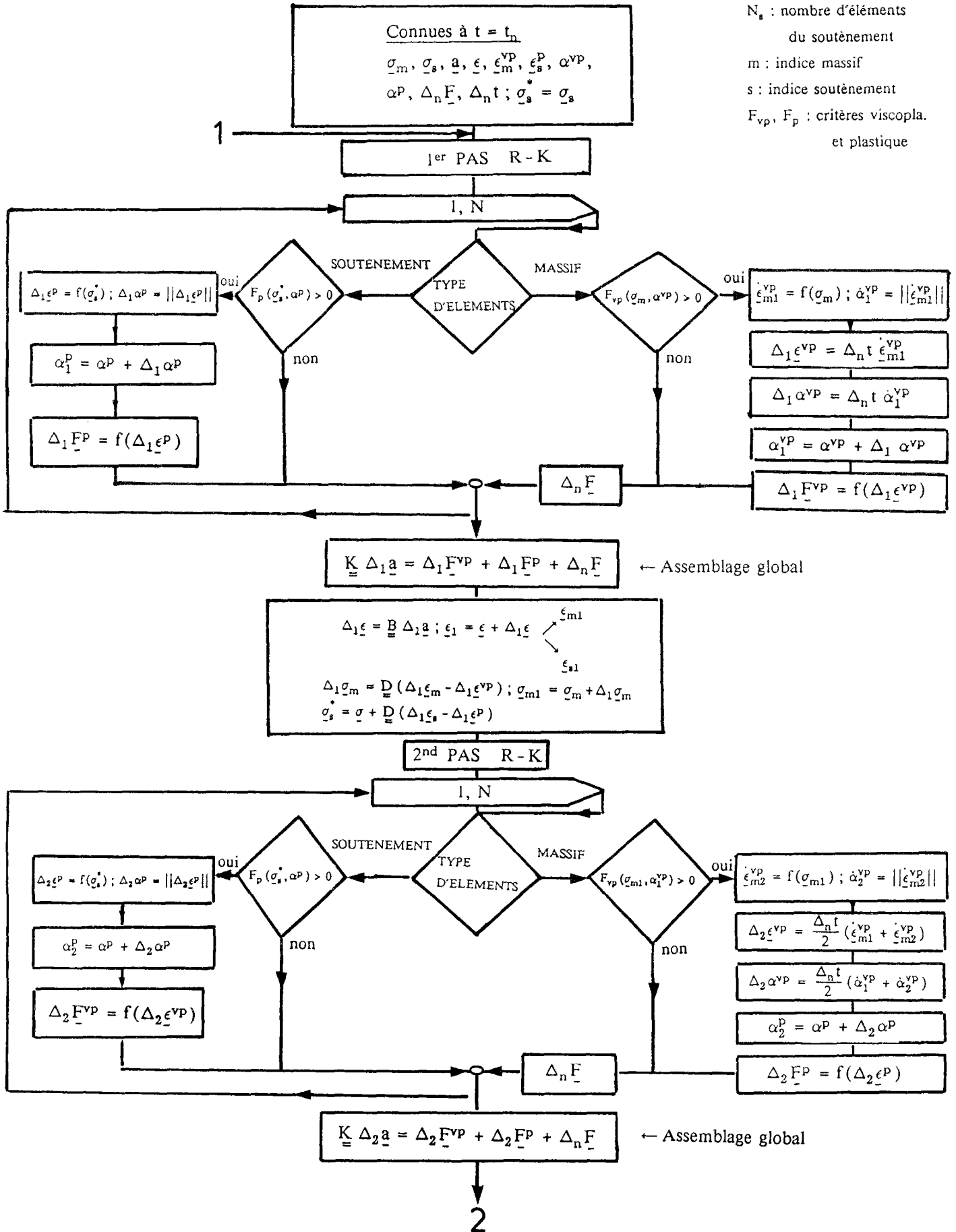
**4ème Etape : Solution du problème à l'état  $n + 1$  :**

L'état plastique étant calculé, on remodifie l'état viscoplastique (dans le massif) en tenant compte du déplacement de la frontière massif-soutènement lors de la troisième étape.

Ceci permet donc de déterminer les grandeurs à l'état  $n + 1$  ( $\underline{\sigma}_{n+1}$ ,  $\underline{a}_{n+1}$ ,  $\underline{\epsilon}_{n+1}$ ,  $\underline{\epsilon}_{n+1}^a$ ) correspondant à l'incrément de charge  $\Delta_n \underline{F}$ .

Les pas du temps  $\Delta_n t$  peuvent être gérés automatiquement en fonction d'un test de convergence portant sur les déplacements entre deux instants. Une autre possibilité est celle d'utiliser les valeurs limites de  $\Delta_n t$  établies par Corneau (1975), qui donnent une bonne précision pour les cas traités ici.

N : nombre d'éléments  
 $N_s$  : nombre d'éléments  
 du soutènement  
 $m$  : indice massif  
 $s$  : indice soutènement  
 $F_{vp}, F_p$  : critères viscopla.  
 et plastique



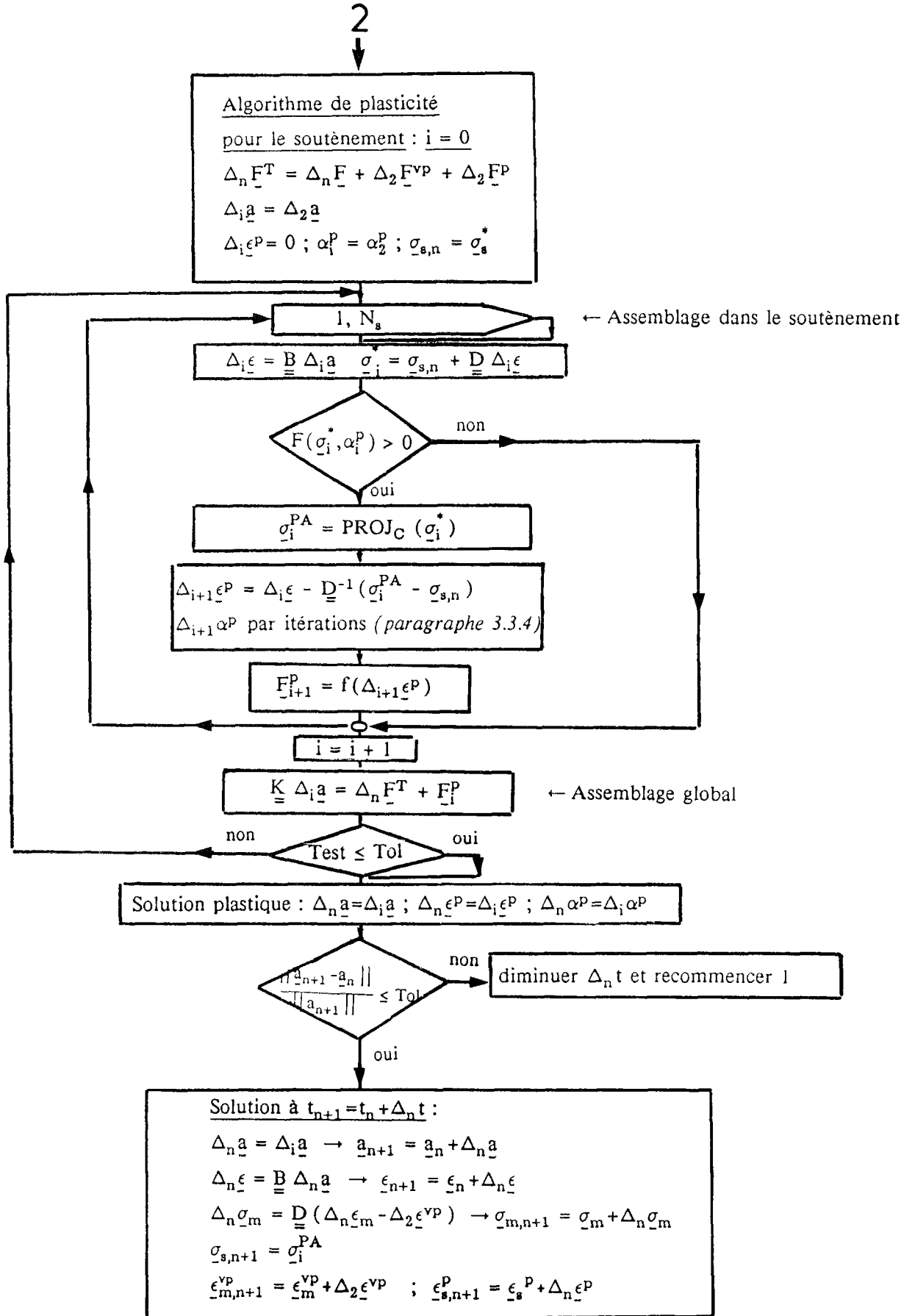


Figure 5 : Algorithme de résolution du problème d'interaction massif viscoplastique-soutènement plastique.

#### 4.2.4 - Exemple de validation de l'algorithme d'interaction :

Afin de valider notre algorithme, on se propose ici de résoudre le même problème simple d'une galerie soutenue au moyen de trois techniques de calcul différentes :

(1) Le comportement du massif et celui du soutènement sont du type élastoplastique parfait. On utilise dans ce cas l'algorithme de plasticité classique (N.Q. Son, paragraphe 3.3).

(2) Le comportement du massif est élastoviscoplastique parfait, tandis que celui du soutènement est élastoplastique parfait.

Dans ce calcul, on utilise l'algorithme développé ci-dessus. On pourra comparer les résultats avec ceux donnés par le calcul (1) uniquement à l'équilibre ( $t = \infty$ ), lorsque les déformations plastiques n'évoluent plus.

(3) Le comportement du massif est élastoviscoplastique et le soutènement est simplement modélisé par une pression constante en paroi qui vaut  $P_i^s = N_p / bR_i$  ;  $N_p$  étant l'effort normal plastique du soutènement,  $b$  la largeur du revêtement et  $R_i$  le rayon du tunnel. Dans ce calcul, il n'y a plus de problème d'interaction et on utilise l'algorithme classique de viscoplasticité en déformations initiales (paragraphe 3.2).

Les calculs (1) et (2) sont réalisés à l'aide d'un modèle 2D en déformations planes (figure 6).

Le calcul (3) est réalisé à l'aide d'un modèle 1D en axisymétrie. La pression appliquée en paroi, qui représente le soutènement plastique parfait (avec  $N_p = 70\text{tf}$ ), vaut  $P_i^s = 1,06 \text{ MPa}$ .

Les caractéristiques des matériaux, pour les trois calculs, sont les suivantes :

$$\begin{array}{l} \text{Massif} \\ \text{Soutènement} \\ \text{(calculs 1et2)} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} E = 1430 \text{ MPa} \\ \nu = 0,40 \\ C = 1 \text{ MPa} \\ P_{\infty} = 4,5 \text{ MPa} \\ \eta = 100 \text{ MPa.jour (pour les calculs (2) et (3)).} \\ \text{Critère et potentiel de Mises} \\ E = 2,1 \times 10^5 \text{ MPa ; } A = 56,41 \text{ cm}^2 ; I = 1175 \text{ cm}^4 \\ \nu = 0,3 \\ \text{Trois cintres par mètre} \\ N_p = 70\text{tf} ; M_p = 12\text{tfm} \end{array} \right.$$

Pour les calculs n° 1 et 2, , le soutènement est posé à l'instant initial ( $t = 0$ ) et la pression  $P_i^f$  en paroi est nulle (voir figure 6).

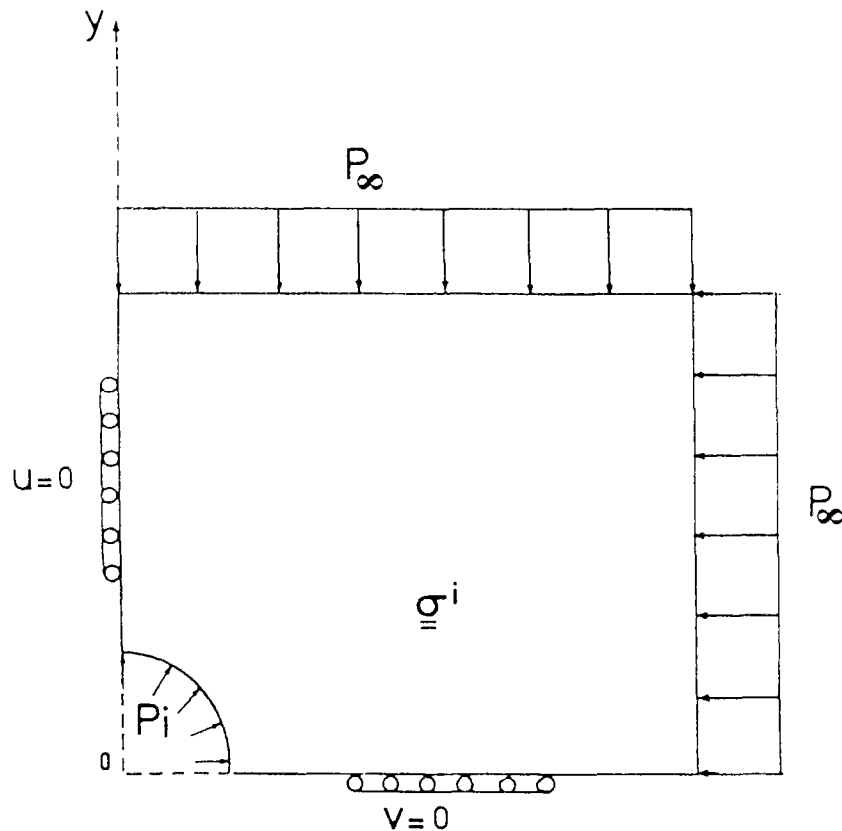


Figure 6 : Modèle du problème.

Les résultats des trois types de modélisation (calculs 1, 2 et 3) montrent une excellente concordance : on constate une différence inférieure à 1% sur la convergence en paroi de la galerie à la stabilisation, obtenue au moyen de ces calculs, soit :

$$\begin{aligned}U^1 &= 0,9215\% \\U^2 &= 0,9229\% \\U^3 &= 0,9157\%\end{aligned}$$

Par ailleurs, la *figure 8* montre la bonne concordance de l'évolution temporelle donnée par les modélisations (2) et (3) (réalisées avec deux algorithmes différents).

Cette comparaison constitue une bonne validation de notre algorithme de résolution du problème d'interaction massif viscoplastique-soutènement plastique. On se servira dans le chapitre suivant de cet algorithme pour interpréter les résultats expérimentaux (modélisation de la galerie cintrée).



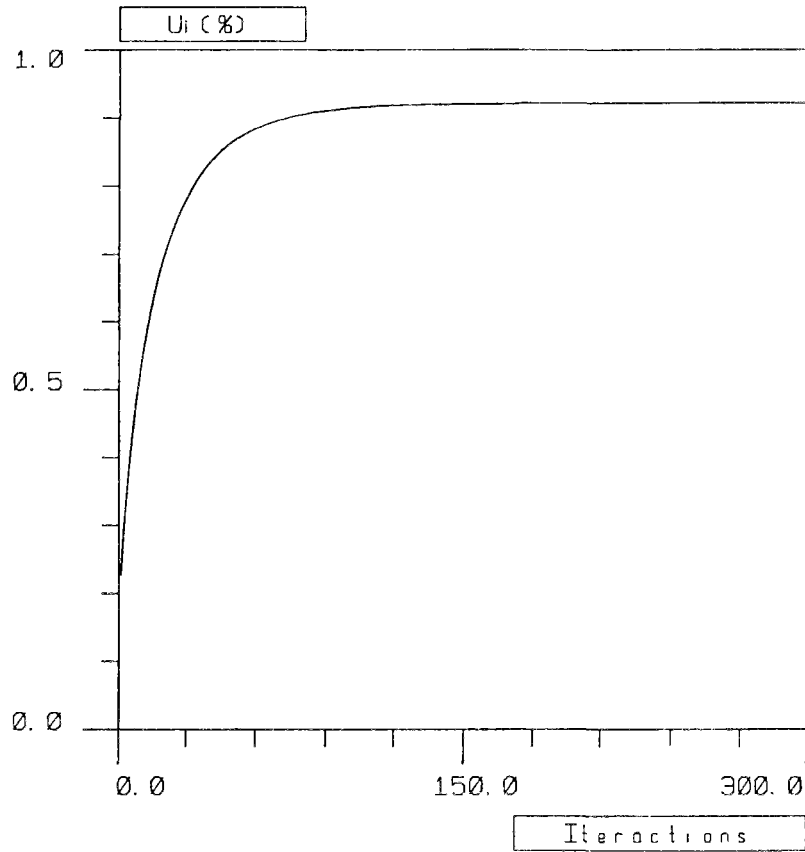


Figure 7 : Convergence en paroi en fonction du numéro de l'itération  
du calcul élastoplastique (calcul 1).

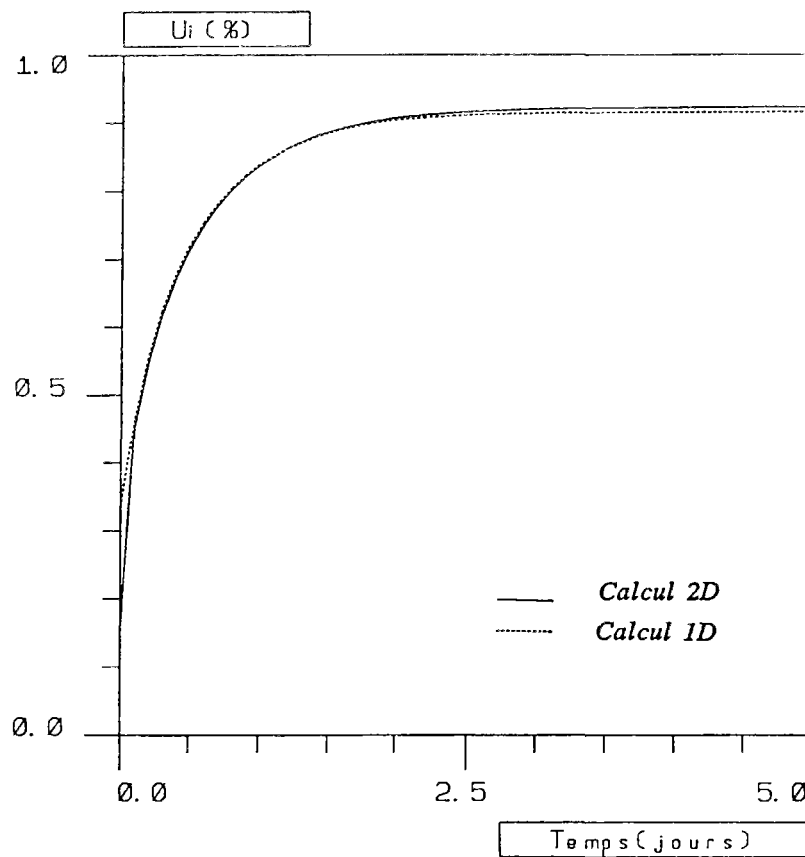


Figure 8 : Convergence en paroi en fonction du temps pour les calculs (2) et (3).

CHAPITRE 5 :

SIMULATION NUMERIQUE DE LA GALERIE CINTREE



## 5.1 - POSITION DU PROBLEME

On s'intéresse, dans ce chapitre, à la modélisation du comportement mécanique de la galerie (essai de soutènement à convergence contrôlée) munie d'un soutènement constitué de cintres métalliques qui peuvent coulisser au niveau de ses assemblages. Cet essai a été décrit dans la première partie de ce travail.

La roche étudiée (argile de Boom) possède une faible résistance mécanique à court terme et ses effets différés sont très importants. Son comportement est du type élasto-viscoplastique.

Pour ce qui concerne le soutènement, l'approche simplifiée que nous avons choisie consiste à supposer que les coulissemments se produisent de façon uniforme autour du cintre (et non pas au niveau des assemblages seulement). La modélisation de ce coulissemment revient à considérer que le matériau qui constitue le soutènement a un comportement du type élastoplastique avec écrouissage isotrope ; dans cette loi, le seuil de plasticité est donc le seuil de coulissemment du soutènement.

Le problème posé concerne le calcul des contraintes et déformations au sein du massif et du soutènement. La résolution de ce problème est réalisée à l'aide de l'algorithme numérique développé dans le paragraphe 4.2, adapté à ce type de problème géotechnique.

## 5.2 - CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES ET MECANQUES DU CALCUL

*Les caractéristiques géométriques et mécaniques du modèle numérique sont résumées ci-dessous.*

### ***a) Hypothèse du calcul***

L'étude du creusement d'une galerie est un problème tridimensionnel. Cependant, Panet (1982) a montré que ce problème peut être traité en déformations planes et que, dans ce cas, l'effet du passage du front est équivalent à une pression fictive  $P_i^f(t)$  appliquée à la paroi de la galerie. Cette pression vaut initialement  $P_\infty$  (pression géostatique à la profondeur de la galerie) et décroît ensuite, à mesure que le front de taille s'éloigne, jusqu'à la valeur zéro pour une section très éloignée du front (*figure 2*). Cette hypothèse est à la base de la méthode convergence-confinement et conduit à une *approximation* du problème réel.

On verra plus loin (parties III et IV) que ce type de modélisation (2D en *déformations planes*) donne de bons résultats à condition de choisir une forme de pression fictive qui conduise à une valeur correcte de la convergence ( $U_0$ ) acquise en paroi à l'instant de la pose du soutènement. Cette condition est essentielle pour obtenir les valeurs correctes de la convergence et de la pression dans le soutènement à l'équilibre.

Dans notre cas, la valeur de la convergence  $U_0$  a pu être estimée par voie expérimentale. La fonction que l'on utilise pour définir  $P_i^f(t)$  (*figure 2*) est donc telle, qu'à l'instant de la pose du soutènement, la valeur de  $U_0$  calculée corresponde exactement à la valeur expérimentale qui est de 4% environ.

### ***b) Caractéristiques géométriques du modèle***

La galerie avec cintres coulissants est une galerie de section circulaire de 4m de diamètre et de 12m de longueur située à 230m de profondeur dans l'argile de Boom.

La modélisation numérique traite, en déformations planes, une section verticale du massif qui coupe la galerie dans un plan OXY (*figure 1*). L'axe vertical OY qui passe par le centre de la galerie est un axe de symétrie naturel. Dans la modélisation qui suit, on néglige les effets dus au gradient de la pesanteur, hypothèse légitime car le rayon de la galerie est très petit devant la profondeur de l'ouvrage. Comme le matériau est homogène et isotrope et compte tenu de la symétrie du champ des contraintes initial (voir plus loin), l'axe OX horizontal à 223m sous la surface du sol est lui aussi un axe de symétrie.

Le maillage de l'ensemble massif-cintre qui tient compte de ces symétries est représenté sur la *figure 1*.

Le massif est constitué de 136 éléments isoparamétriques à 9 noeuds. Les éléments du revêtement adhèrent parfaitement à la paroi du massif ; ils sont du type Q4. Rappelons que ces derniers sont du type poutre et qu'ils forment une couronne circulaire avec 1 élément dans l'épaisseur (épaisseur  $\approx 10^{-5}$  m).

Les éléments du massif étant d'interpolation quadratique, pour chaque maille de la paroi de la galerie il existe deux mailles dans le revêtement qui lui correspondent.

### ***c) Chargements et conditions aux limites***

Sur les axes OX et OY par symétrie, on impose les conditions classiques suivantes :

- déplacements verticaux et cisaillements nuls sur l'axe OX
- déplacements horizontaux et cisaillements nuls sur l'axe OY

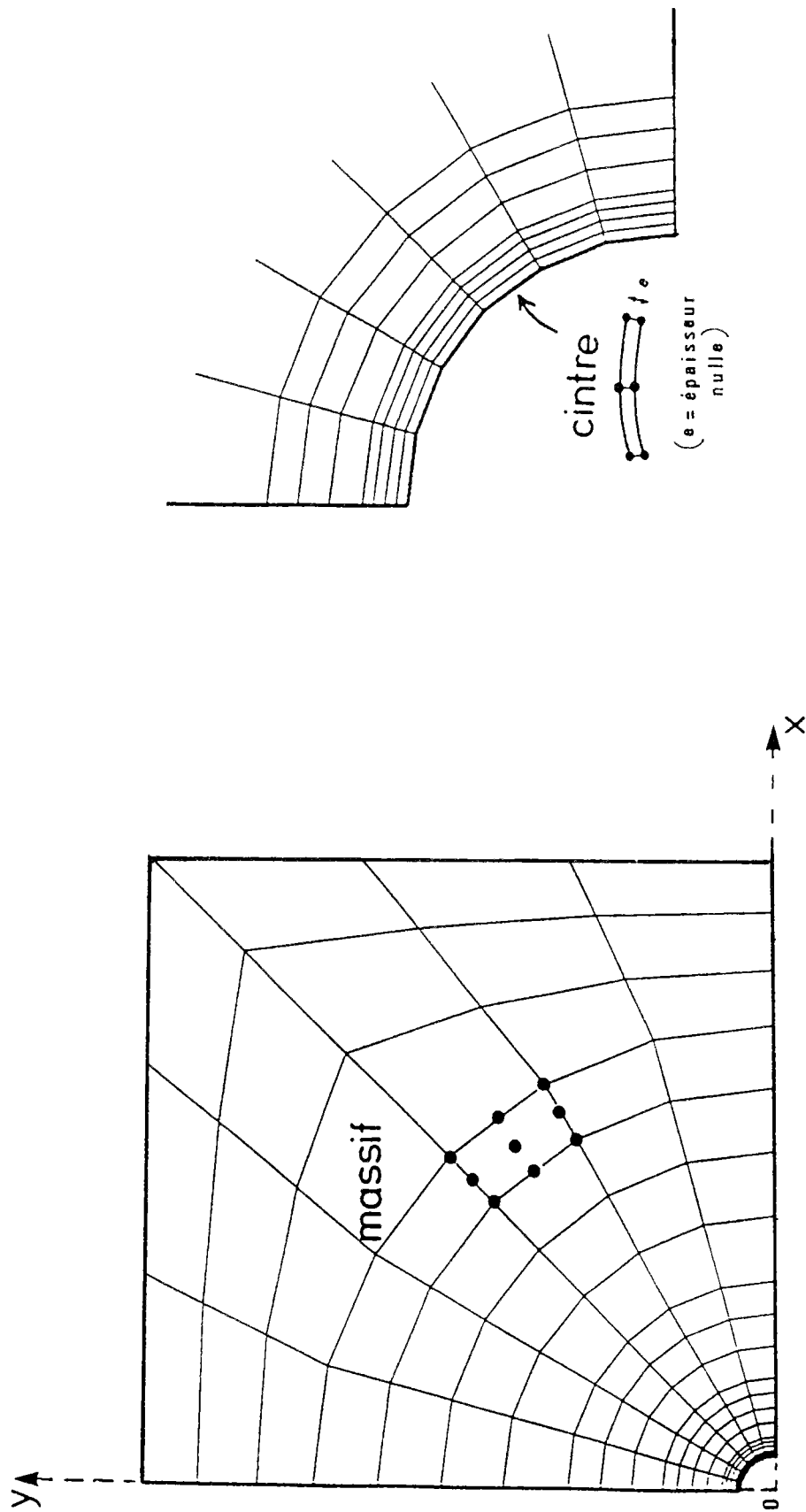


Figure 1 : Maillage du modèle.

Sur les autres frontières, on impose des conditions de pressions, éventuellement fonction du temps.

- A  $t = t_0$  (état initial)

- paroi de la galerie  $\rightarrow$  Contrainte radiale  $P_i(t_0) = \underline{\sigma}^i \underline{n}$
- frontière libre parallèle à l'axe OX  $\rightarrow$  Contrainte verticale  $P_v(t_0) = P_\infty$  ;  
contrainte horizontale (sur l'axe OX) nulle ;
- frontière libre parallèle à l'axe OY  $\rightarrow$  Contrainte horizontale  $P_H(t_0) = K_0 P_\infty$  ;  
contrainte verticale (sur l'axe OY) nulle ;

$P_\infty$  étant égal au poids des terres moyen à la profondeur de l'ouvrage,  $K_0$  le coefficient de poussée du terrain et  $\underline{\sigma}^i$  les contraintes géostatiques initiales dans le massif. Ce chargement est celui qui représente l'état du massif avant le creusement de la galerie. Il conduit à des déplacements nuls partout et à des contraintes dans le massif égales aux contraintes géostatiques.

- Pour  $t > t_0$

- frontière libre parallèle à OX  $\rightarrow P_v(t) = P_\infty$
- frontière libre parallèle à OY  $\rightarrow P_H(t) = K_0 P_\infty$
- paroi de la galerie  $\rightarrow P_i(t) = P_i^f(t) + P_i^s(t)$

Le creusement de la galerie est simulé à l'aide d'une pression à la paroi  $P_i^f(t)$  qui décroît au cours du temps. La fonction qui représente ce phénomène, dans le cas précis de la galerie cintrée, est celle donnée par Rousset (1988). Elle a la forme suivante (figure 2) :

$$P_i^f(t) = \left[ -\frac{1}{\pi} \text{Arctg}(0,125t - 5) + 0,5 \right] \underline{\sigma}^i \underline{n} \quad (5.2)$$

D'autre part, les caractéristiques du chantier nous donnent :

$t_c = 40$  jours - jour où le front passe par la section d'étude

$t_s = 46,3$  jours - jour de la pose du soutènement (à l'instant  $t_c = 40j$ , le front de taille passe sous la section d'étude et  $P_i^f(40j) = 0,5 \underline{\sigma}^i \underline{n}$  ; 6,3 jours plus tard, le soutènement est mis, et à ce moment la pression fictive  $P_i^f(46,3j)$  vaut  $0,28 \underline{\sigma}^i \underline{n}$ ).

Ainsi, le soutènement interviendra dans les calculs seulement pour les valeurs de  $t$  supérieures à  $t_s$  et dans ce cas, la pression à la paroi sera donnée par  $P_i(t) = P_i^f(t) + P_i^s(t)$ , où  $P_i^s(t)$  est la pression du soutènement.

Un des intérêts du site de Mol est que le champ de contrainte initial dans le massif est presque isotrope (tous les essais réalisés en forage ou en galerie montrent en effet que les sections de ces ouvrages verticaux ou horizontaux, restent circulaires au cours de leur déformation). Néanmoins, la contrainte horizontale est légèrement inférieure à la contrainte verticale (on constate en effet que la convergence libre d'un forage horizontal est plus importante que celle d'un forage vertical).

Une valeur de  $K_0 = 0,9$  nous semble donc raisonnable.

L'application numérique est donc effectuée avec les valeurs de charge suivante :

$$P_v = 4,66 \text{ MPa}$$

$$P_H = 4,2 \text{ MPa}$$

$$\text{contraintes initiales : } \begin{cases} \sigma_{xx}^i = - P_H = - 4,2 \text{ MPa} \\ \sigma_{yy}^i = - P_v = - 4,66 \text{ MPa} \\ \sigma_{zz}^i = \sigma_{xx}^i \end{cases}$$

Sur la *figure 3*, on illustre le modèle numérique avec les conditions de chargements et les conditions aux limites. Les calculs sont menés jusqu'à la date  $t = 1000$  jours lorsque la stabilisation finale des mouvements est presque atteinte.



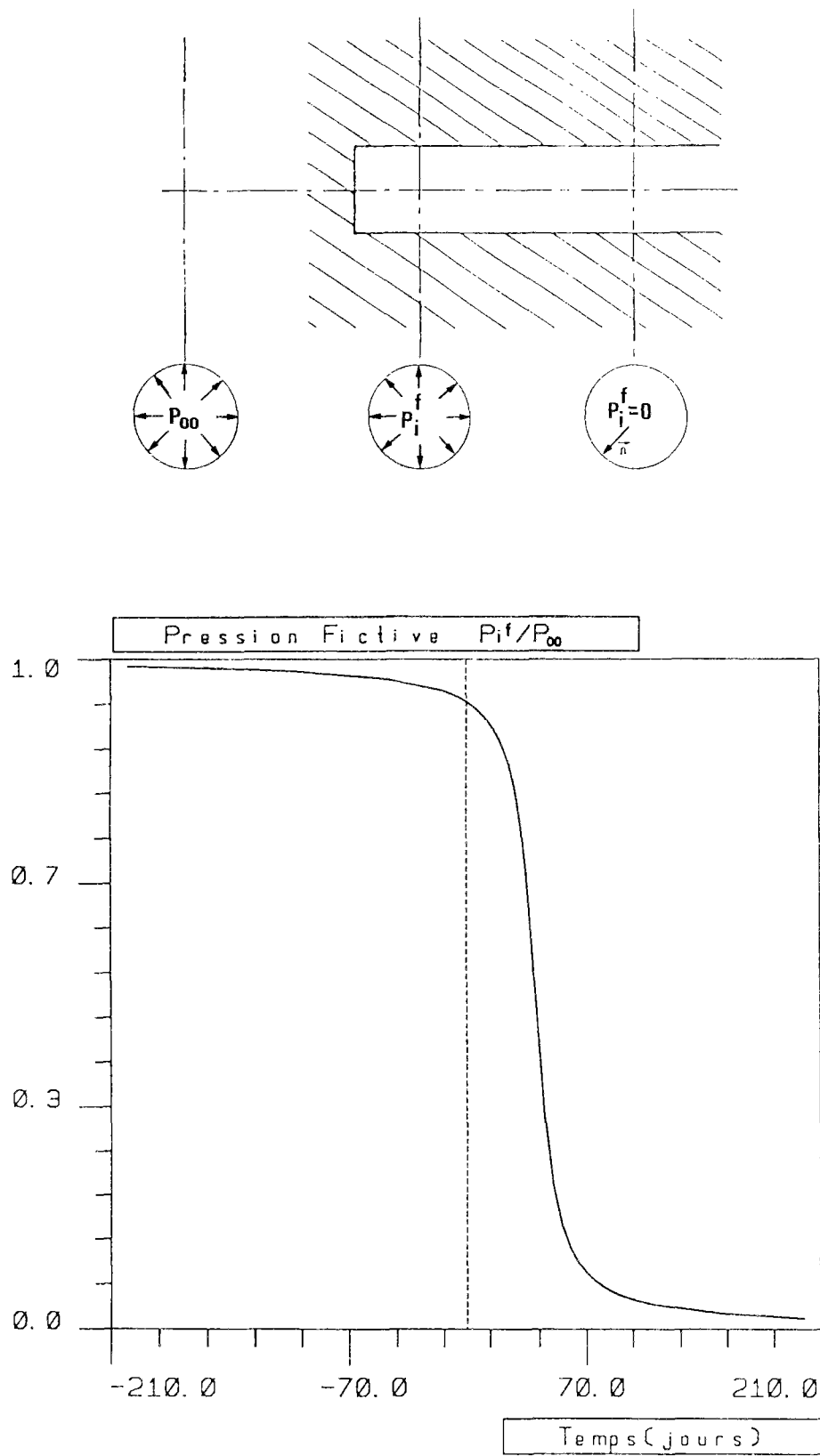


Figure 2 : Simulation du creusement de la galerie.

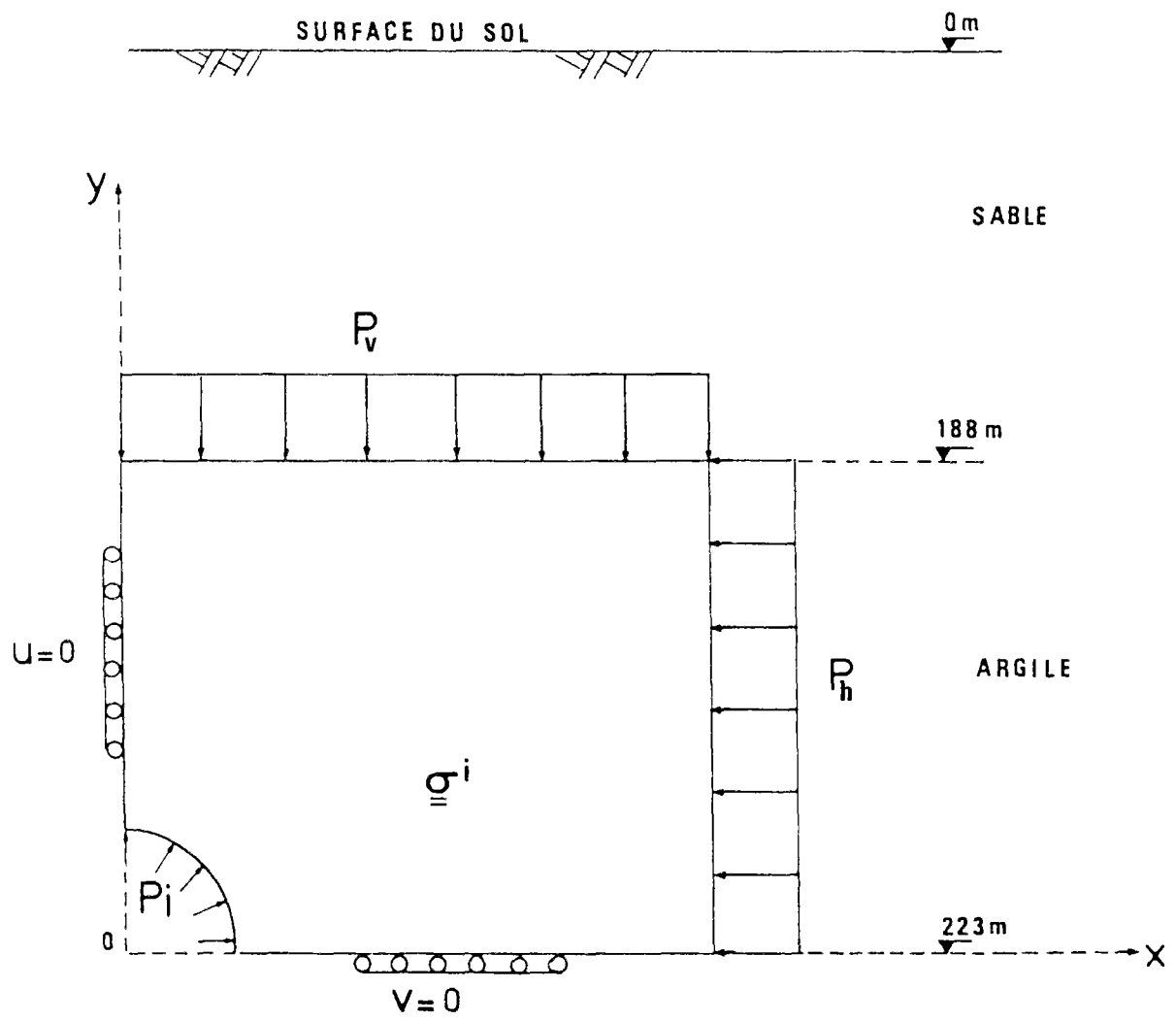


Figure 3 : Modèle et conditions aux limites.

### 5.3 - COMPORTEMENT MECANIQUE DES MATERIAUX EN PRESENCE DANS LA GALERIE CINTREE

*Nous détaillons ci-après les caractéristiques des comportements mécaniques des matériaux qui font partie de la galerie expérimentale : massif argileux et soutènement métallique.*

#### 5.3.1- Massif argileux

L'argile est considérée, dans notre étude, comme un matériau monophasique, les écoulements de l'eau interstitielle ne sont pas pris en compte.

A l'aide d'un grand nombre d'essais sur échantillon d'argile en condition non drainée, réalisés au Laboratoire de Mécanique des Solides, une loi de comportement mécanique a pu être déduite (G. Rousset, 1988).

Les essais triaxiaux ont mis en évidence une phase élastique presque inexistante, une phase plastique parfaite étendue (2 à 5%) et un radoucissement (perte de cohésion) de la roche avec dilatance pour des valeurs élevées de la déformation axiale (*figure 4*).

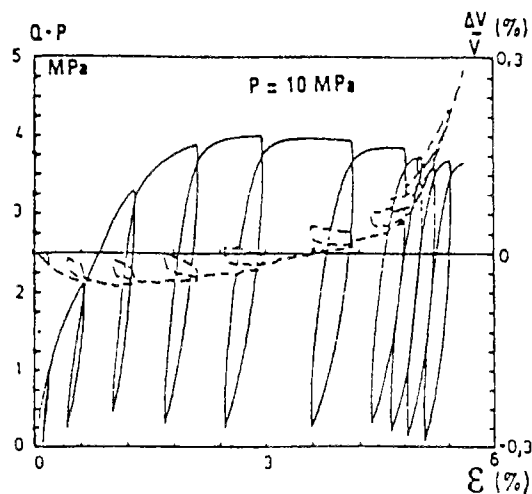
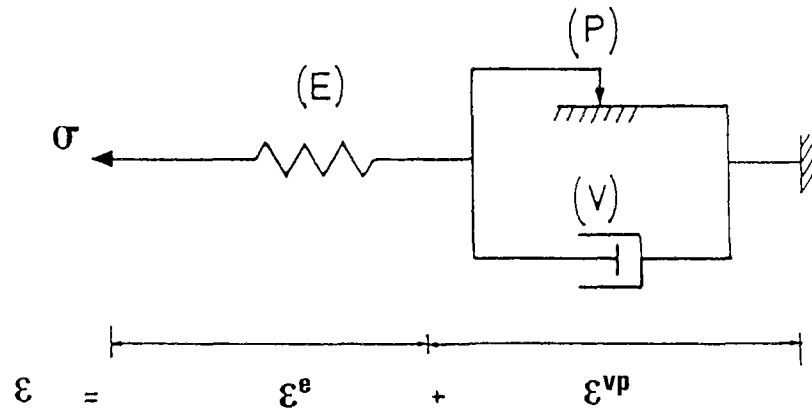


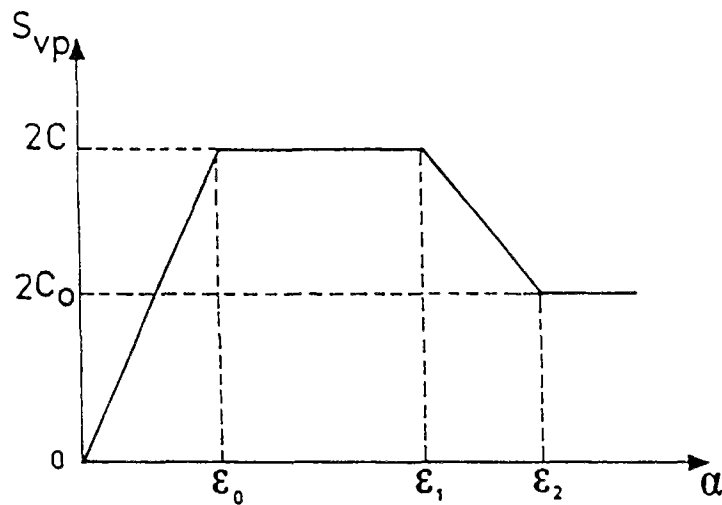
Figure 4 : Essai triaxial non drainé.

Le comportement à long terme est bien étudié par l'essai sur tube épais (Rousset G. et al., 1989).

La représentation unidimensionnelle du modèle viscoplastique mis au point est illustrée sur la *figure 5*.



*Figure 5* : Représentation unidimensionnelle du modèle élastoviscoplastique.



*Figure 6* : Variation du seuil viscoplastique en fonction du paramètre d'écrouissage.

Le seuil du patin viscoplastique (*figure 6*) présente quatre phases différentes, qui sont en accord avec les résultats expérimentaux. Ce seuil est une fonction de la déformation viscoplastique, choisie ici comme paramètre d'écrouissage  $\alpha$ .

- Dans la première phase ( $0 < \epsilon^{vp} < \epsilon_0$ ), le seuil  $S_{vp}$  initialement nul, évolue de façon croissante avec la déformation viscoplastique (écrouissage positif). Elle rend compte de la phase de fluage primaire du matériau.

- La deuxième ( $\epsilon_0 < \epsilon^{vp} < \epsilon_1$ ) est caractérisée par un seuil constant qui montre l'existence du fluage secondaire.

- La troisième ( $\epsilon_1 < \epsilon^{VP} < \epsilon_2$ ) est atteinte pour des valeurs élevées de la déformation viscoplastique. Le seuil  $S_{vp}$  décroît jusqu'à atteindre une valeur résiduelle, ce qui caractérise la perte de résistance du matériau (écrouissage négatif), et montre l'existence d'une phase de fluage tertiaire.

- Dans la quatrième phase ( $\epsilon^{VP} > \epsilon_2$ ), le seuil se maintient à sa valeur résiduelle.

La réponse de ce modèle unidimensionnel aux sollicitations à vitesse de déformation imposée ou de fluage, est tracée sur la *figure 7*.

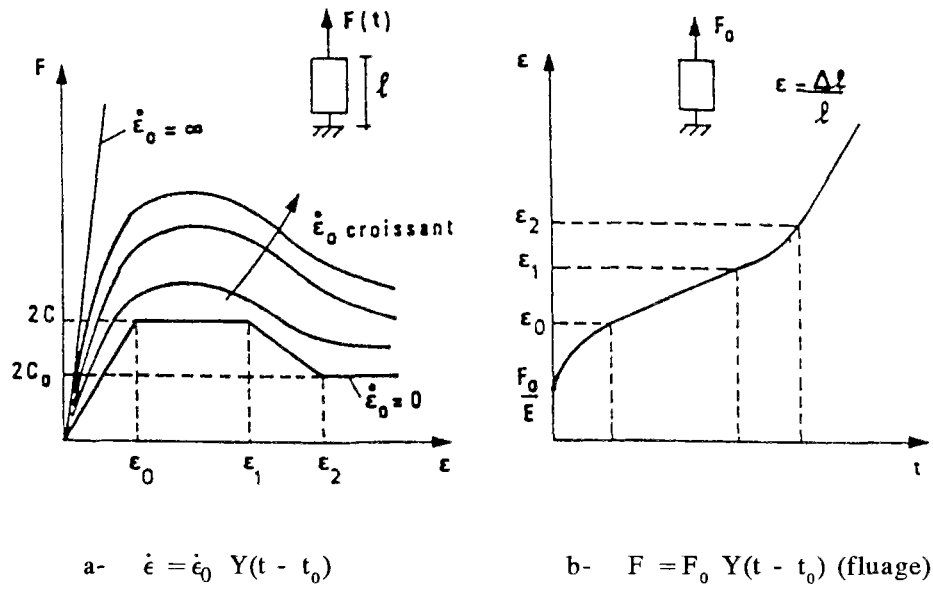


Figure 7 : Réponses du modèle aux sollicitations unidimensionnelles classiques.

La viscosité de l'amortisseur  $V$  est non linéaire ; sa réponse à une sollicitation  $\sigma$  est donnée par la loi de Norton :

$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{\eta} \sigma^n \quad (5.2)$$

En tridimensionnel, la loi de comportement viscoplastique est généralisée sous la forme d'une loi d'évolution du type de celle exposée dans le paragraphe 3.2 et que l'on rappelle ici :

$$\begin{cases} \dot{\underline{\epsilon}}^{VP} = \frac{1}{\eta} < \frac{F(\sigma, \alpha)}{F_0} >^n \frac{\partial G(\sigma)}{\partial \sigma} \\ \dot{\alpha} = || \dot{\underline{\epsilon}}^{VP} || \end{cases}$$

La vitesse de déformation totale en chaque point du matériau est donnée par la somme d'une partie élastique et d'une partie viscoplastique  $\dot{\underline{\epsilon}} = \dot{\underline{\epsilon}}^e + \dot{\underline{\epsilon}}^{vp}$ .

La frontière viscoplastique de l'argile doit être choisie de façon à tenir compte des caractéristiques de frottement interne et de dilatance du matériau.

Une bonne modélisation du comportement mécanique de l'argile de Boom consiste à utiliser le critère plastique de Mohr-Coulomb et le potentiel de Drucker-Prager (ce même type de loi de comportement a été utilisé dans la modélisation de la galerie pilote de Mol, G. Rousset et al., 1988).

Les vitesses de déformations viscoplastiques s'expriment alors de la façon suivante :

$$\dot{\underline{\epsilon}}^{vp} = \frac{1}{\eta} \left\langle \frac{k \sigma_1 - \sigma_3 - 2 C(\alpha) \sqrt{k}}{F_0} \right\rangle^n \left\{ \frac{\partial G}{\partial \sigma} \right\} \quad (5.3)$$

avec :

G : potentiel plastique de Drucker-Prager

$$\frac{\partial G}{\partial \sigma} = \begin{cases} \frac{\beta + 2}{\sqrt{6}} \frac{\sigma^D}{\|\sigma^D\|} + \frac{\beta - 1}{3} \underline{1} & \text{si } \|\sigma^D\| \neq 0 \\ \frac{\beta - 1}{3} \underline{1} & \text{si } \|\sigma^D\| = 0 \end{cases} \quad (5.4)$$

Le modèle ainsi développé est constitué de 11 paramètres :

- 2 pour décrire l'élasticité (E et  $\nu$ )
- 2 pour décrire la viscosité ( $\eta$  et n)
- 5 pour décrire le seuil viscoplastique ( $\epsilon_0$ ,  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ , C,  $C_0$ )
- l'angle de frottement  $\phi$
- le coefficient de dilatance  $\beta$

Pour l'argile de Boom, le calage de ces paramètres a été fait sur des essais réalisés au Laboratoire de Mécanique des Solides, avec des échantillons prélevés à 240m de profondeur dans la galerie de Mol en Belgique. Les valeurs des paramètres utilisés dans ce modèle élastoviscoplastique sont données ci-dessous :

$E = 1430 \text{ MPa}$	: module d'Young
$\nu = 0,4$	: coefficient de Poisson
$\beta = 1,075$	: coefficient de dilatance
$\eta = 100 \text{ (MPa)}^4 \text{ jour}$	: coefficient de viscosité
$\phi = 4^\circ$	: angle de frottement
$n = 4$	: exposant du critère
$C_0 = 0,21 \text{ MPa}$	: cohésion résiduelle
$C = 0,56 \text{ MPa}$	: cohésion maximale
$\epsilon_0 = 2,24 \%$	
$\epsilon_1 = 5,88 \%$	: paramètres d'écrouissage $\alpha$ (figure 6)
$\epsilon_2 = 7,70 \%$	

### 5.3.2- Soutènement par cintres

Le comportement mécanique du soutènement est du type élastoplastique avec écrouissage.

Rappelons que d'après les résultats de l'essai de soutènement à convergence contrôlée, le champ de contrainte géostatique est peu anisotrope et la déformée du cintre reste assez circulaire. Ceci conduit à des efforts dans le cintre qui sont essentiellement des efforts normaux de compression. Ainsi, nous avons utilisé les courbes expérimentales de confinement (effort normal en fonction du coulisement) dans la modélisation pour définir le comportement élastoplastique du soutènement. Toutefois, la flexion éventuelle est prise en compte dans la loi du comportement du cintre.

Les courbes expérimentales (figures 31.a-d, partie I) montrent que l'effort normal augmente avec le coulisement. Ce phénomène est pris en compte dans la loi du comportement du cintre en faisant varier le seuil de l'effort normal plastique  $N_p$  avec la déformation plastique  $\epsilon_N^P$  (écrouissage positif). Les valeurs caractéristiques de  $N_p$  et  $\epsilon_N^P$  sont calées à partir des courbes expérimentales de confinement.

L'écrouissage positif de l'effort normal ainsi défini est illustré sur la figure 8.

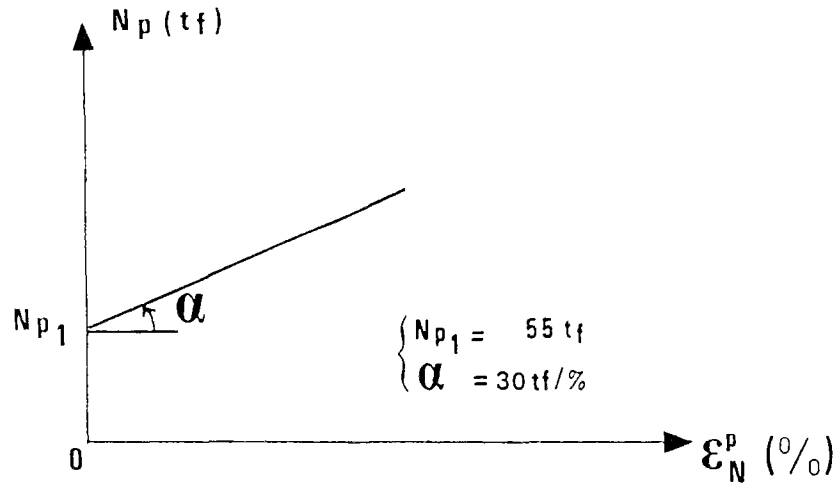


Figure 8 : Seuil d'effort normal plastique  $N_p$  en fonction de  $\epsilon_N^p$ .

Le seuil du moment fléchissant reste constant, il vaut  $M_p = 12 \text{ tfm}$ .

Les valeurs des caractéristiques géométriques et mécaniques du cintre, utilisées dans ce modèle, sont résumées ci-dessous.

$$\left\{ \begin{array}{l} E = 2,1 \times 10^5 \text{ MPa} \\ \nu = 0,3 \\ A = 56,41 \text{ cm}^2 \\ I = 1175 \text{ cm}^4 \\ \sigma_e = 520 \text{ MPa} \\ \text{nombre de cintres par mètre} = 3 \end{array} \right.$$

#### 5.4 - RESULTATS DE LA SIMULATION NUMERIQUE

On a effectué deux calculs correspondant à deux valeurs différentes du coefficient de poussée des terrains  $K_0$  (rapport entre la contrainte horizontale et la contrainte verticale initiale) : 0,9 et 1,0 (Bernaud, 1990). Les autres paramètres sont identiques.

On présente ici les résultats les plus significatifs de la simulation pour  $K_0 = 0,9$ , notamment les valeurs des contraintes, déplacements et déformations viscoplastiques équivalentes dans le massif et les valeurs des efforts généralisés dans le soutènement. Ils sont illustrés sous la forme de courbes d'évolution en des points précis de la galerie ainsi que sous la forme de graphiques d'isovaleurs.



#### 5.4.1- Résultats de la simulation numérique

Dans le cas étudié ( $K_0 = 0,9$ ), le champ des contraintes initiales est légèrement anisotrope, on observe une faible ovalisation de la section de la galerie. Les résultats de ce calcul montrent que :

##### - A $t = t_s$ (date de pose du soutènement)

- pression à la paroi de la galerie

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{en couronne : } P_i(t_s) = 1,42 \text{ MPa} \\ \text{en piédroit : } P_i(t_s) = 1,28 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

- convergence à la paroi de la galerie

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{en couronne : } U_i = 3,26 \% \\ \text{en piédroit : } U_i = 3,74 \% \end{array} \right.$$

##### - A $t_f = 1000$ jours (fin du calcul)

- pression à la paroi de la galerie

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{en couronne : } P_i(t_f) = 1,90 \text{ MPa} \\ \text{en piédroit : } P_i(t_f) = 1,59 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

- convergence à la paroi de la galerie

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{en couronne : } U_i = 5,51 \% \\ \text{en piédroit : } U_i = 5,92 \% \end{array} \right.$$

- convergence du soutènement

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{en couronne : } C_s = 2,25 \% \\ \text{en piédroit : } C_s = 2,18 \% \end{array} \right.$$

- effort normal dans le soutènement

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{en couronne : } N = 121\text{tf} \\ \text{en piédroit : } N = 116\text{tf} \end{array} \right.$$

- le moment fléchissant dans le soutènement est négligeable.

#### *a) Déplacements dans le massif*

Sur la *figure 9* sont tracées les convergences (variation relative des diamètres) de la paroi de la galerie en couronne et piédroit en fonction du temps. Sur ces courbes, on observe nettement l'effet du soutènement, dès l'instant de sa pose. Il limite l'évolution des convergences et l'étendue des zones viscoplastiques dans le massif.

La valeur de la convergence en piédroit est de l'ordre de 10% supérieure à celle en couronne : l'ovalisation de la galerie a donc un grand axe vertical, bien que la contrainte principale initiale majeure en valeur absolue soit la contrainte verticale, puisque  $K_0 < 1$ .

Ce phénomène mérite d'être expliqué en détail.

En élasticité, l'ovalisation a toujours l'orientation donnée par l'intuition (voir solution analytique par Kirsch, 1898) : si la contrainte verticale est la plus élevée en valeur absolue, la déformée a un grand axe horizontal.

En plasticité, ou viscoplasticité, par contre, le sens de l'ovalisation de la galerie dépend du niveau de plastification qu'elle a subi. Dans certains cas, la section déformée peut avoir son axe d'ovalisation inversé par rapport à la déformée initiale résultante d'un calcul élastique. Cela est dû au fait qu'une structure commence à plastifier là où le déviateur des contraintes est le plus élevé.

Ce comportement d'inversion du sens de l'ovalisation est observé, en général, dans des galeries fortement plastifiées. Dans le cas contraire, si la valeur de la déformation plastique n'est pas assez élevée, l'axe d'ovalisation reste dans le même sens de celui d'un calcul élastique.

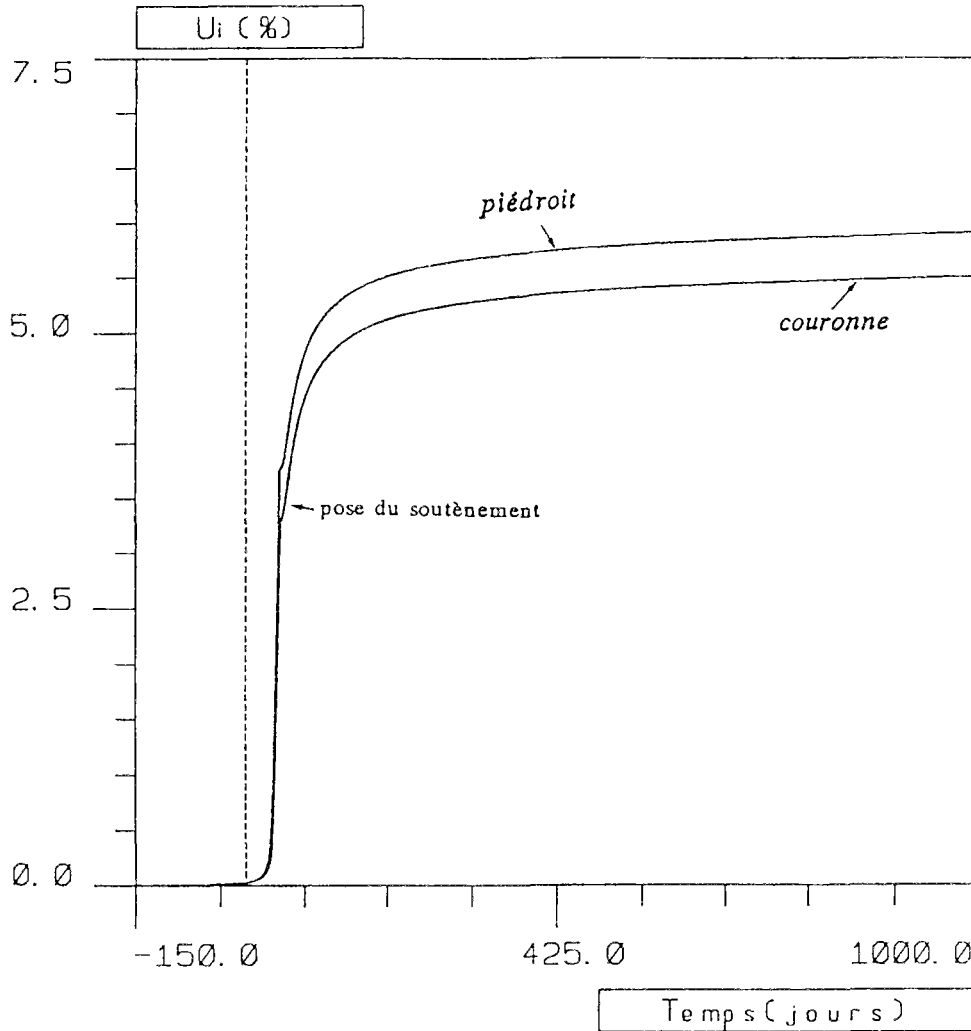


Figure 9 : Evolution des convergences en couronne  
et piédroit à la paroi de la galerie ( $K_0 = 0,9$ ).

Ce phénomène a été aussi observé par d'autres auteurs, notamment Detournay (1983) qui a étudié le cas d'un tunnel de section circulaire soumis à un chargement anisotrope (avec  $P_v > P_h$ ) dans un milieu élastoplastique.

La figure 10 illustre encore ce problème. On a tracé, le rapport  $U_v / U_h$  (rapport des convergences verticale  $U_v$  et horizontale  $U_h$ ) en fonction du rapport des pressions  $P_v / P_h$  (pression verticale  $P_v$  et pression horizontale  $P_h$ ) pour plusieurs valeurs de seuils de plasticité  $\sigma_s$ .

Chaque point de ces courbes est issu d'un calcul numérique en élastoplasticité parfaite (avec un critère de Mises) avec un  $P_v / P_h$  et  $\sigma_s$  donnés, la pression en paroi  $P_i$  étant nulle.

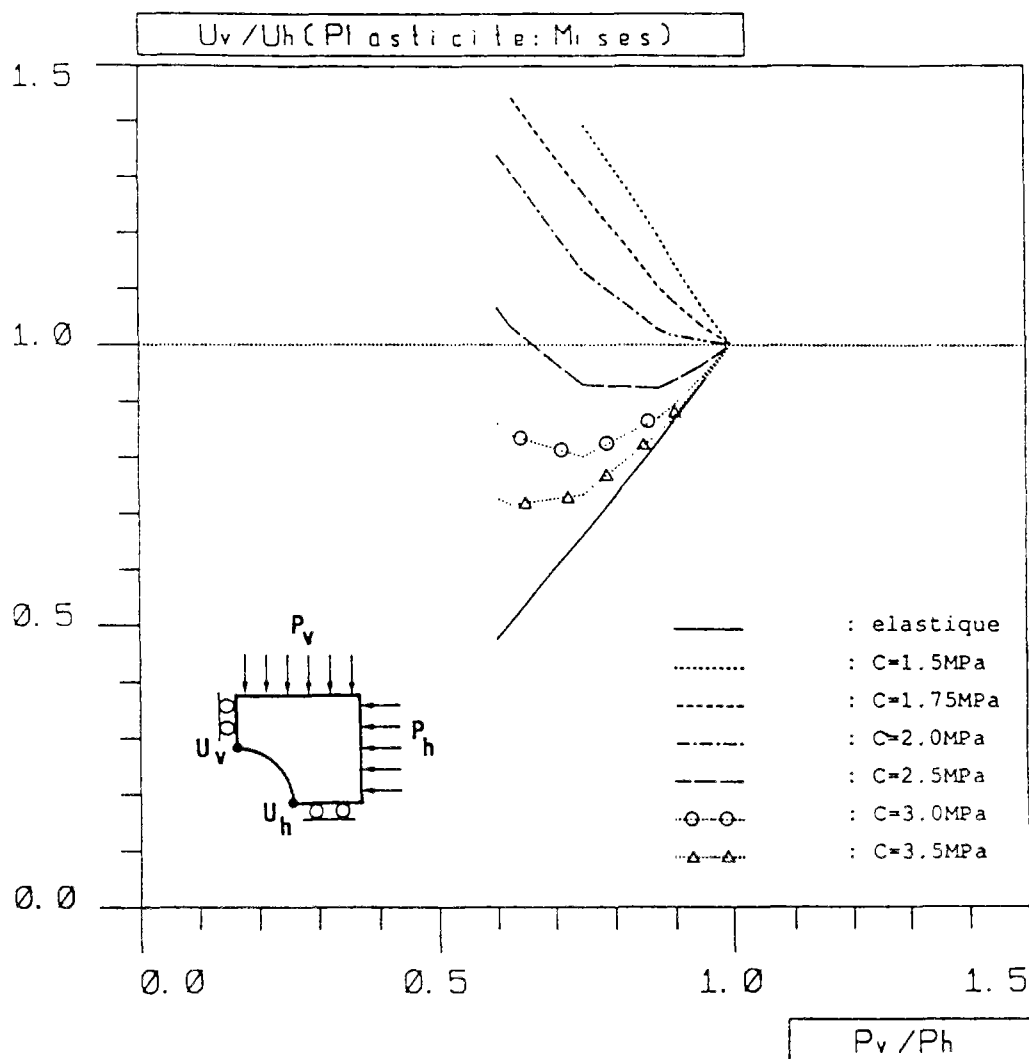


Figure 10 : Courbes  $U_v/U_h$  fonction du  $P_v/P_h$  pour plusieurs valeurs de seuils de plasticité  $\sigma_s$ .

On constate que pour un même rapport  $P_v/P_h$  (différent de 1), le sens de l'ovalisation  $U_v/U_h$  peut changer en fonction de la valeur du seuil de plasticité  $\sigma_s$  :

- Pour des seuils  $\sigma_s$  élevés, les déformations plastiques sont faibles et l'axe d'ovalisation garde le même sens que celui d'un calcul élastique ;
- Lorsque  $\sigma_s$  diminue, on voit bien sur les courbes de la figure 10 qu'à partir d'une valeur limite de  $\sigma_s$ , l'axe d'ovalisation s'inverse. Si  $\sigma_s$  décroît encore, cette ovalisation (inversée par rapport à un calcul élastique) s'accroît.

On observe ce comportement dans le cas de la galerie cintrée : à  $t = 10$  jours, le sens d'ovalisation change par rapport à la déformée initiale et reste ainsi jusqu'à la stabilisation finale des mouvements de la galerie ( $t = 1000$  jours). Ce résultat s'explique de la façon suivante : le déviateur des contraintes étant initialement supérieur en piédroit, c'est donc dans cette zone que la galerie commence à plastifier. Ensuite, au cours du temps, la zone viscoplastique s'étend jusqu'à rejoindre les points en couronne.

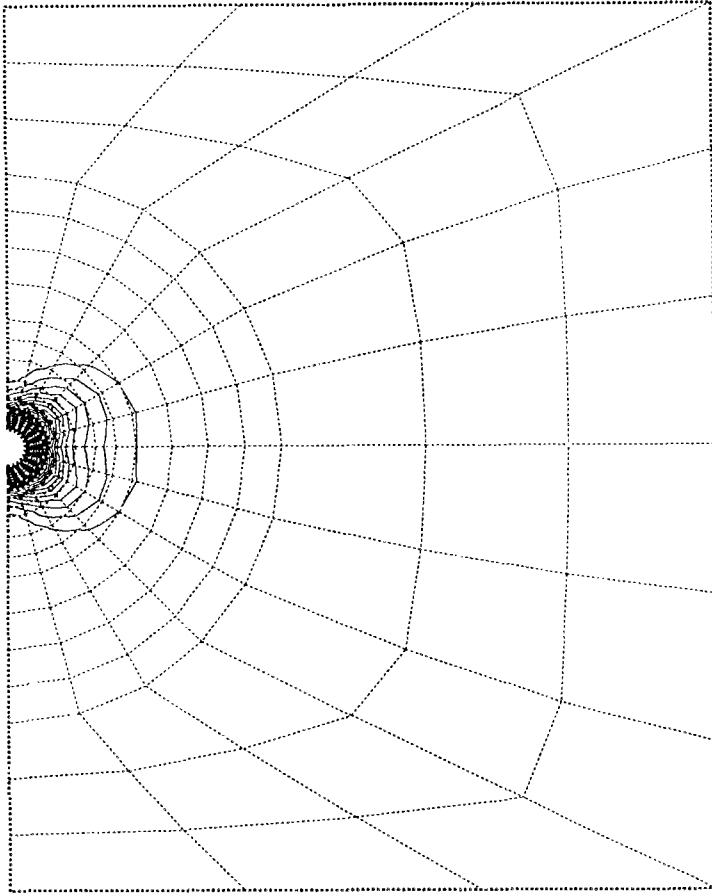
Toutefois, la zone viscoplastique est toujours plus étendue dans le plan médian de la galerie (piédroit), comme le montrent les *figures 11-12* où les graphiques d'isovaleurs de déformations viscoplastiques équivalentes sont tracées pour les dates de  $t = t_s$  (pose du soutènement) et  $t = 1000$  jours, respectivement.

La déformée de la section est dessinée, avec un facteur d'amplification de 10, sur les *figures 13-14* ( $t = t_s$  et  $t = 1000$  jours). On peut constater qu'après la pose du soutènement, la paroi de la galerie continue à converger, mais sans modification de la forme de la section.

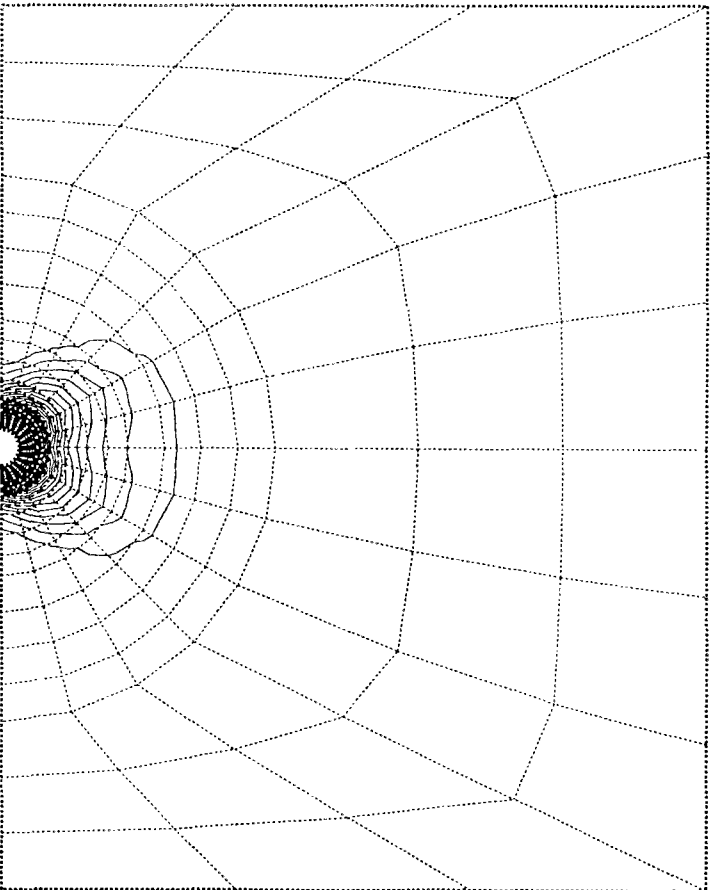
Sur les *figures 15-16* sont tracées les courbes d'isovaleurs des déplacements radiaux. Comme prévu, ces courbes ne présentent pas une forme circulaire comme dans le cas d'un chargement isotrope. On constate un pic de convergence en piédroit de la galerie, qui est compatible avec le sens d'ovalisation.

Rappelons qu'au moment de la pose du soutènement, la section de la galerie est déjà ovalisée avec un grand axe vertical, les déplacements en piédroit étant de l'ordre de 13% supérieurs à ceux en couronne. Ensuite, le soutènement agit de façon à empêcher que l'ovalisation de la section s'accroisse au cours du temps : la convergence augmente, mais l'ovalisation n'évolue presque plus.

L'effet du soutènement est toujours bien marqué sur les courbes des déplacements, puisqu'il stoppe l'évolution des zones viscoplastiques et stabilise finalement les mouvements de la galerie.



*Figure 11* : Isovaleurs des déformations viscoplastiques équivalentes à  $t = t_s$  ( $K_0 = 0,9$ ).



*Figure 12* : Isovaleurs des déformations viscoplastiques équivalentes à  $t = 1000$  jours ( $K_0 = 0,9$ ).

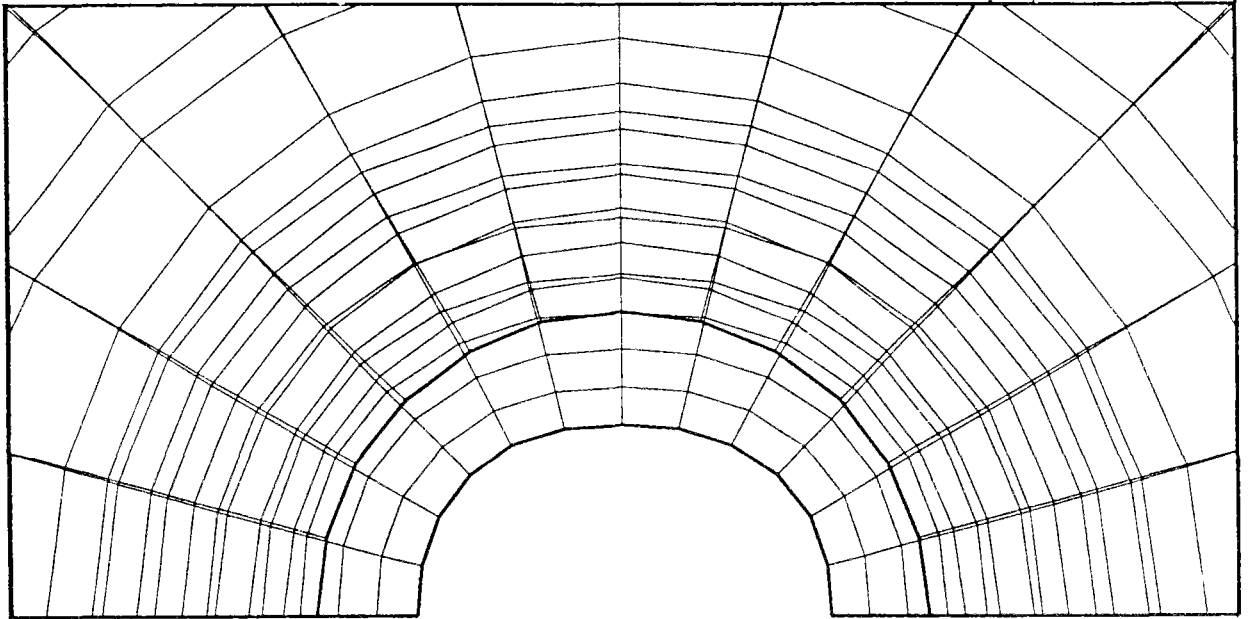


Figure 13 : Déformée (facteur d'amplification = 10) à  $t = t_s$  ( $K_0 = 0,9$ ).

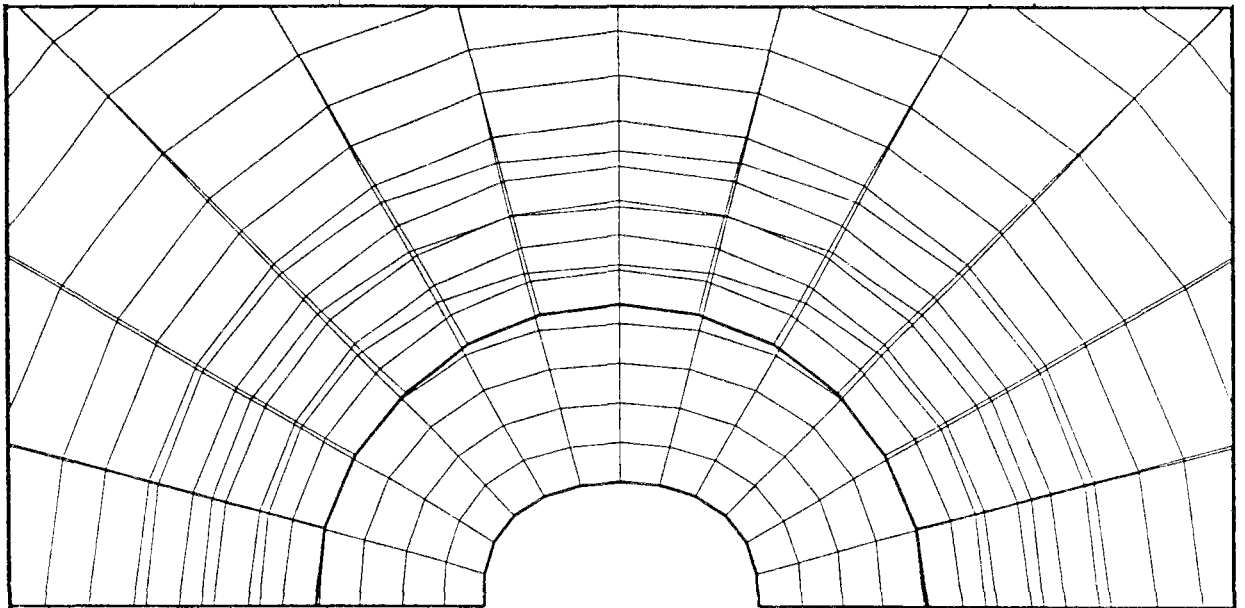


Figure 14 : Déformée (facteur d'amplification = 10) à  $t = 1000$  jours ( $K_0 = 0,9$ ).

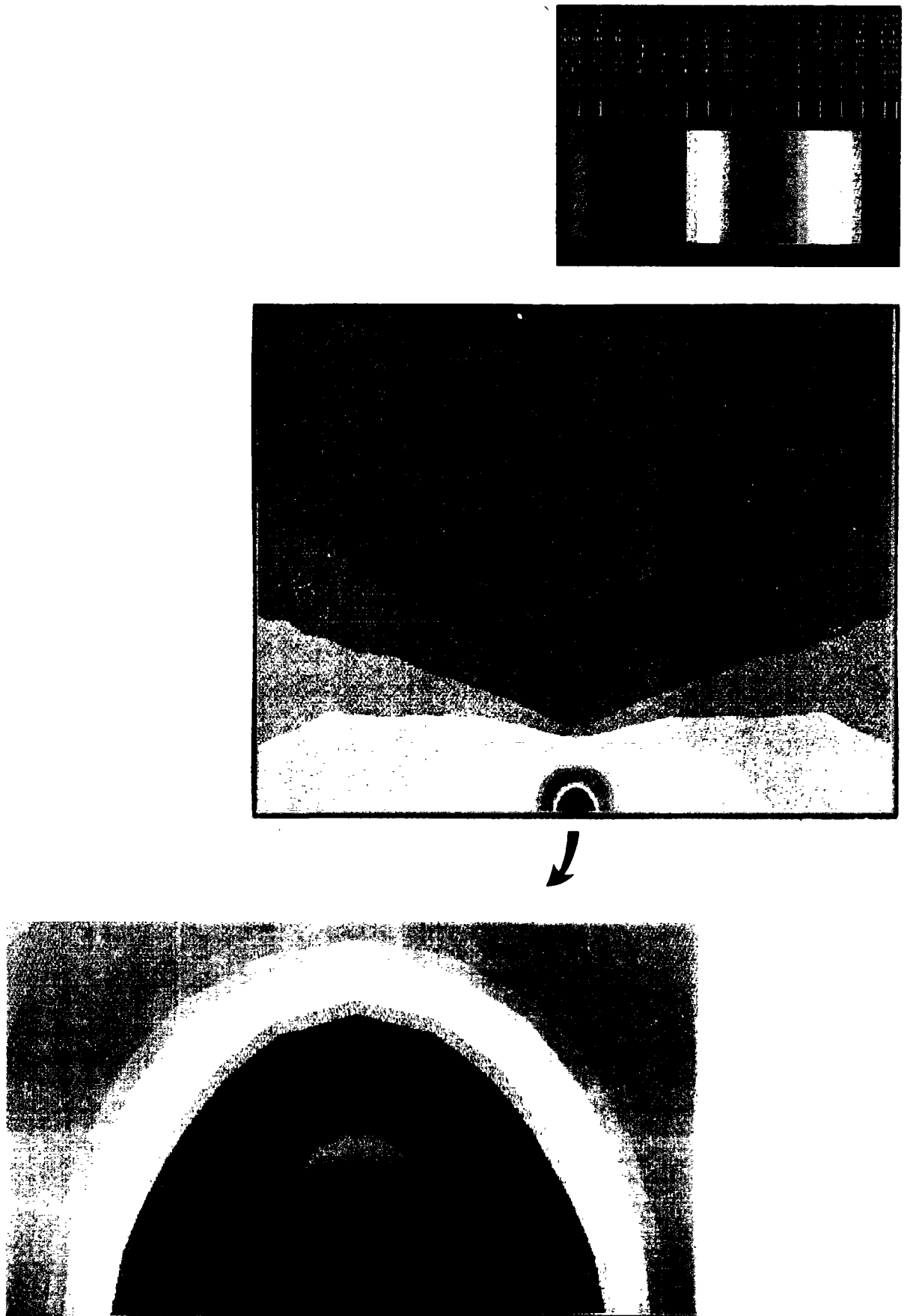


Figure 15 : Déplacements radiaux à  $t = t_s$  ( $K_0 = 0,9$ ).





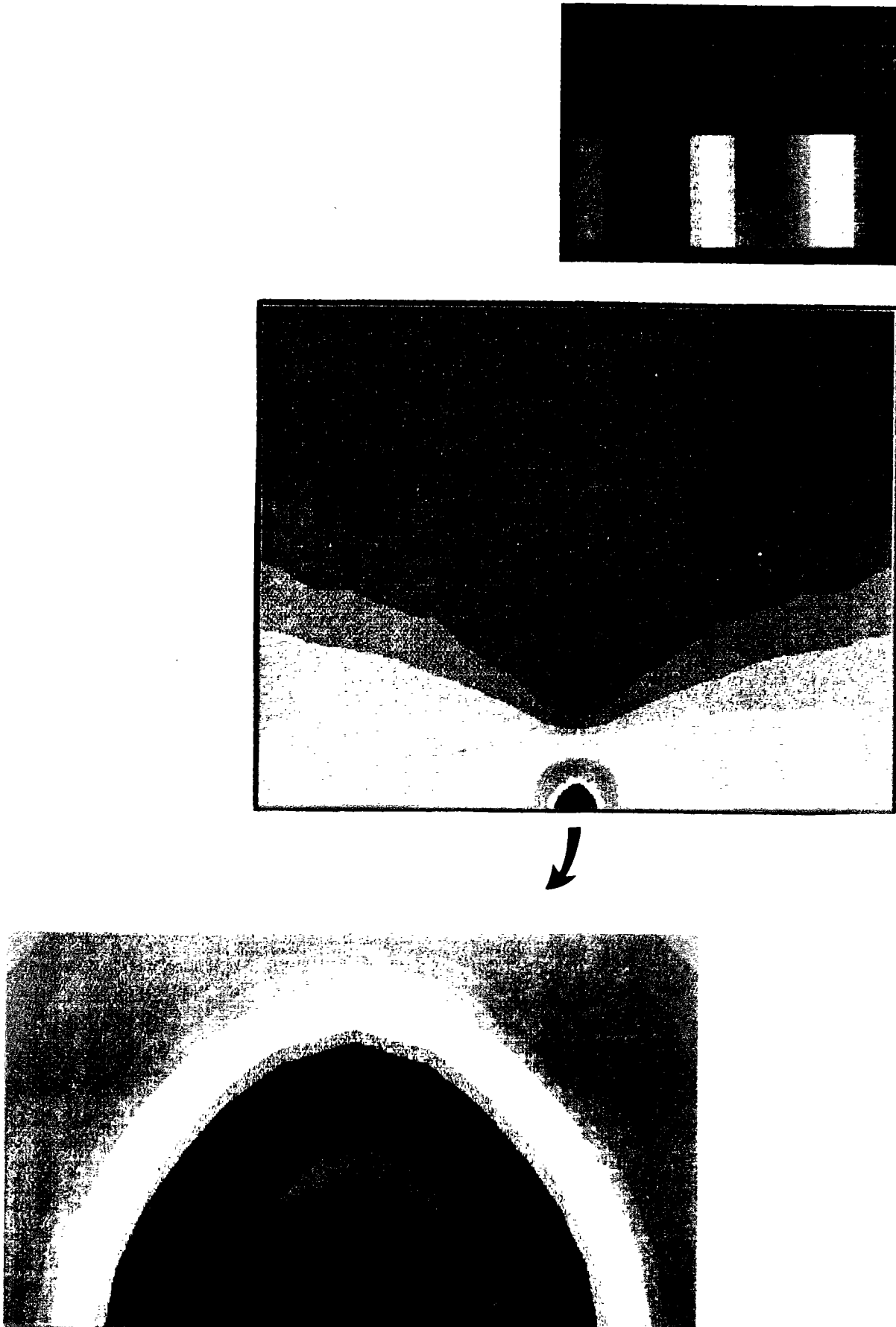


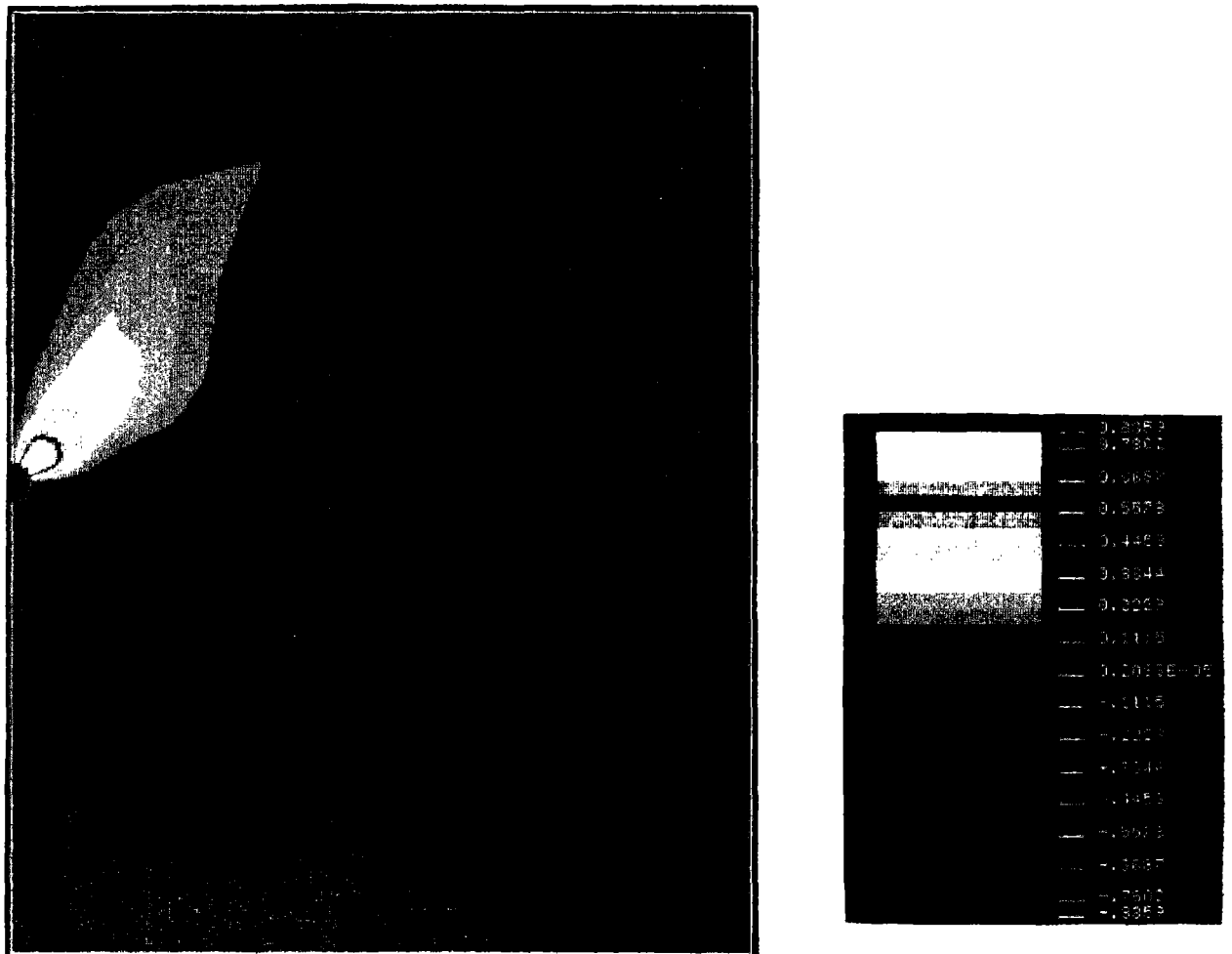
Figure 16 : Déplacements radiaux à  $t = 1000$  jours ( $K_0 = 0,9$ ).



**b) Contraintes dans le massif**

Le champ des contraintes dans le massif est illustré par les graphiques des isovaleurs de  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  et  $\sigma_{xy}$  à la date de  $t = 1000$  jours (*figures 17-19*). L'effet du chargement anisotrope ( $K_0 = 0,9$ ) peut être observé sur ces courbes, en particulier sur celle de contrainte tangentielle  $\sigma_{xy}$ , où les oreilles d'isovaleurs ne suivent plus un angle à  $45^\circ$  comme dans le cas d'un chargement isotrope.

Sur les *figures 18 et 19*, on retrouve la forme classique des isovaleurs des contraintes d'une galerie soutenu : les gradients des contraintes sont plus élevés en paroi de la galerie et diminuent au fur et à mesure qu'on s'éloigne de cette section.



*Figure 17 : Isovaleurs des contraintes  $\sigma_{xy}$  (MPa) à  $t = 1000$  jours ( $K_0 = 0,9$ ).*



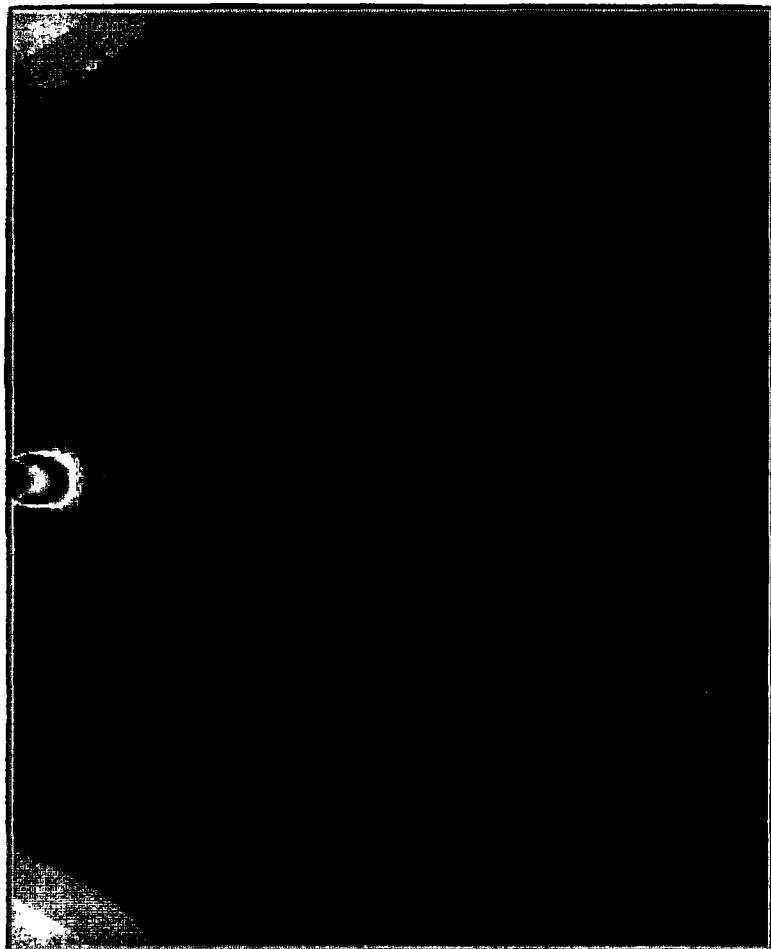


Figure 18 : Isovaleurs  
des contraintes  $\sigma_{xx}$  (MPa)  
à  $t = 1000$  jours ( $K_0 = 0,9$ ).

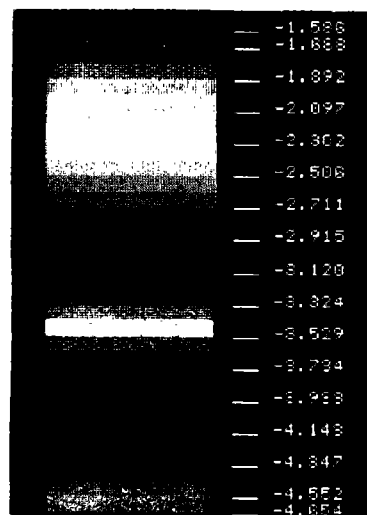
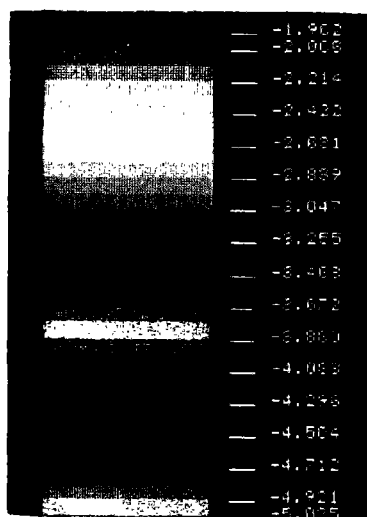
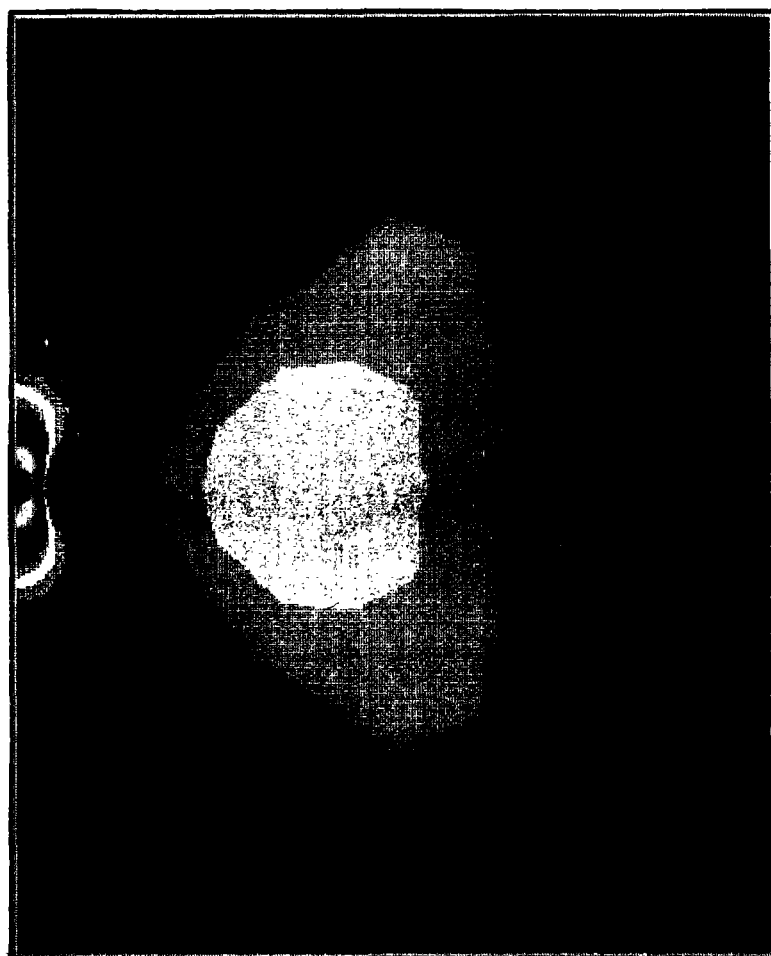


Figure 19 : Isovaleurs  
des contraintes  $\sigma_{yy}$  (MPa)  
à  $t = 1000$  jours ( $K_0 = 0,9$ ).





**c) Efforts et déplacements dans le soutènement**

La figure 20 donne l'évolution des efforts normaux en couronne et piédroit du soutènement. L'effort normal est légèrement supérieur en couronne, conformément aux résultats expérimentaux.

D'autre part, ces efforts ne varient pas beaucoup en fonction de l'abscisse curviligne  $s$  : sur la figure 21 on donne les efforts normaux dans le cintre en fonction de l'abscisse curviligne  $s$ , à la date  $t = 1000$  jours.

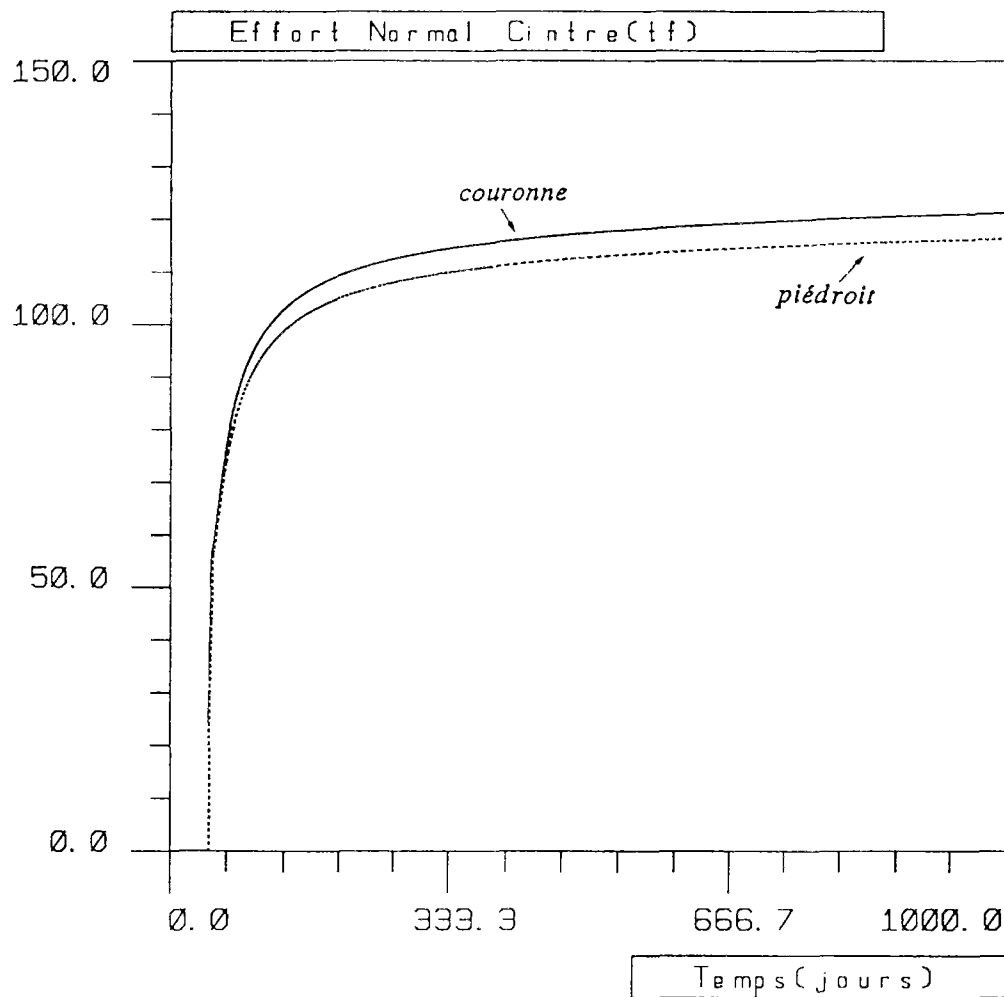


Figure 20 : Evolutions des efforts normaux en couronne et piédroit  
( $K_0 = 0,9$ ) du soutènement.



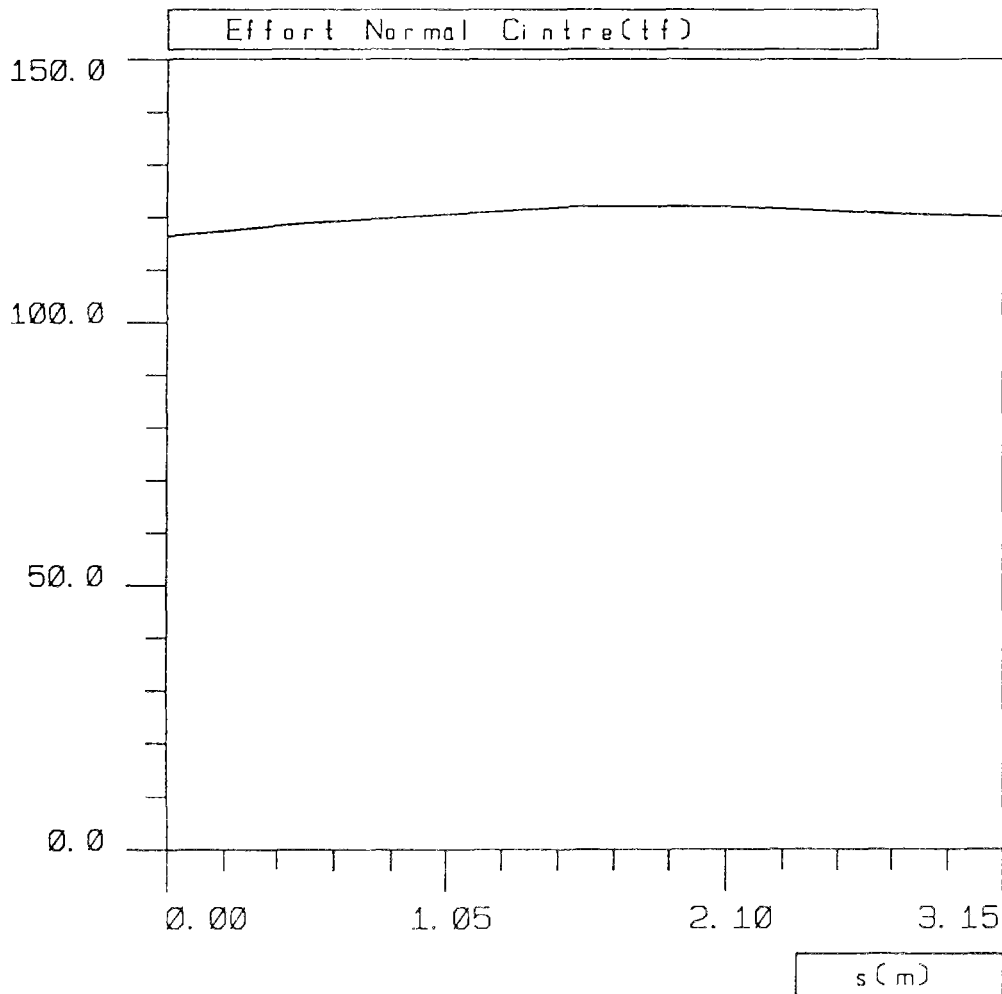


Figure 21 : Effort normal dans le cintre en fonction de l'abscisse curviligne  $s$  ( $K_0 = 0,9$ ).

Le soutènement par cintres coulissants est mis en pression rapidement, dès l'instant de sa pose. L'effort normal augmente initialement à convergence nulle, jusqu'à atteindre la valeur seuil de coulissement, qui vaut 55  $tf$ . Ensuite, il continue à croître avec l'augmentation de la convergence (ou coulissement), caractérisant ainsi un comportement à écrouissage positif. Ce résultat peut être observé sur la *figure 22* qui montre la courbe de l'effort normal fonction de la convergence du soutènement (courbe de confinement du soutènement). Rappelons que cette courbe, calculée à partir des résultats expérimentaux, est considérée ici comme une donnée de calcul.

## 5.5 - COMPARAISON DES RESULTATS DE LA MODELISATION NUMERIQUE ET DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

Le modèle numérique développé interprète de façon tout à fait satisfaisante le comportement mécanique de la galerie cintrée. Il rend compte convenablement des effets différés à court et long terme du massif viscoplastique aussi bien que du coulisement du soutènement. La comparaison entre les résultats numériques et les résultats de l'expérimentation est excellente.

Les résultats les plus significatifs sont les suivants :

- La convergence (coulissement) du soutènement à  $t = 1000$  jours obtenue par le calcul est de l'ordre de 2,2%.

Le coulisement moyen des 36 cintres mesurés in situ, deux ans après la fin du chantier, vaut 2,04%.

Cet accord entre les résultats peut être observé sur la *figure 23*, où on a tracé le coulisement des 4 cintres de mesures et celui donné par le calcul numérique.

- La valeur de l'effort normal calculé est légèrement plus élevée en couronne, de l'ordre de 5% supérieure à celle en piédroit, alors que les résultats de mesures de déformations sur cintre donnent des efforts en couronne d'environ 10% supérieurs à ceux en piédroits.

L'effort normal maximal à  $t = 1000$  jours vaut 119tf, ce qui conduit à une pression isotrope moyenne ( $N = pbr$  ;  $b = 33\text{cm}$  ;  $r = 200\text{cm}$ ) de 1,8 MPa. Ces valeurs sont cohérentes avec celles mesurées in situ (la moyenne est de 1,6 MPa).

Sur la *figure 24*, on peut constater la bonne concordance entre les courbes d'évolution des efforts normaux mesurés in situ et ceux issus du calcul.

- Les résultats des mesures montrent que l'ovalisation de la galerie, bien que faible, a un grand axe vertical (de l'ordre de 10%, d'après les mesures). Notre modélisation présente le même sens d'ovalisation que celles données par les mesures. D'après nos calculs, cette ovalisation est acquise avant la pose du soutènement et garde le même sens jusqu'à la stabilisation finale des mouvements (à cet instant, l'axe vertical est de l'ordre de 7% supérieur à l'axe horizontal, d'après les calculs).

Le soutènement a eu pour effet non seulement de limiter l'évolution des convergences de la galerie, mais aussi d'atténuer l'évolution de l'ovalisation en paroi.

Toutefois, l'ouvrage est très souple en flexion et la déformée reste assez circulaire. Il apparaît donc que le champ des contraintes géostatiques est peu anisotrope.

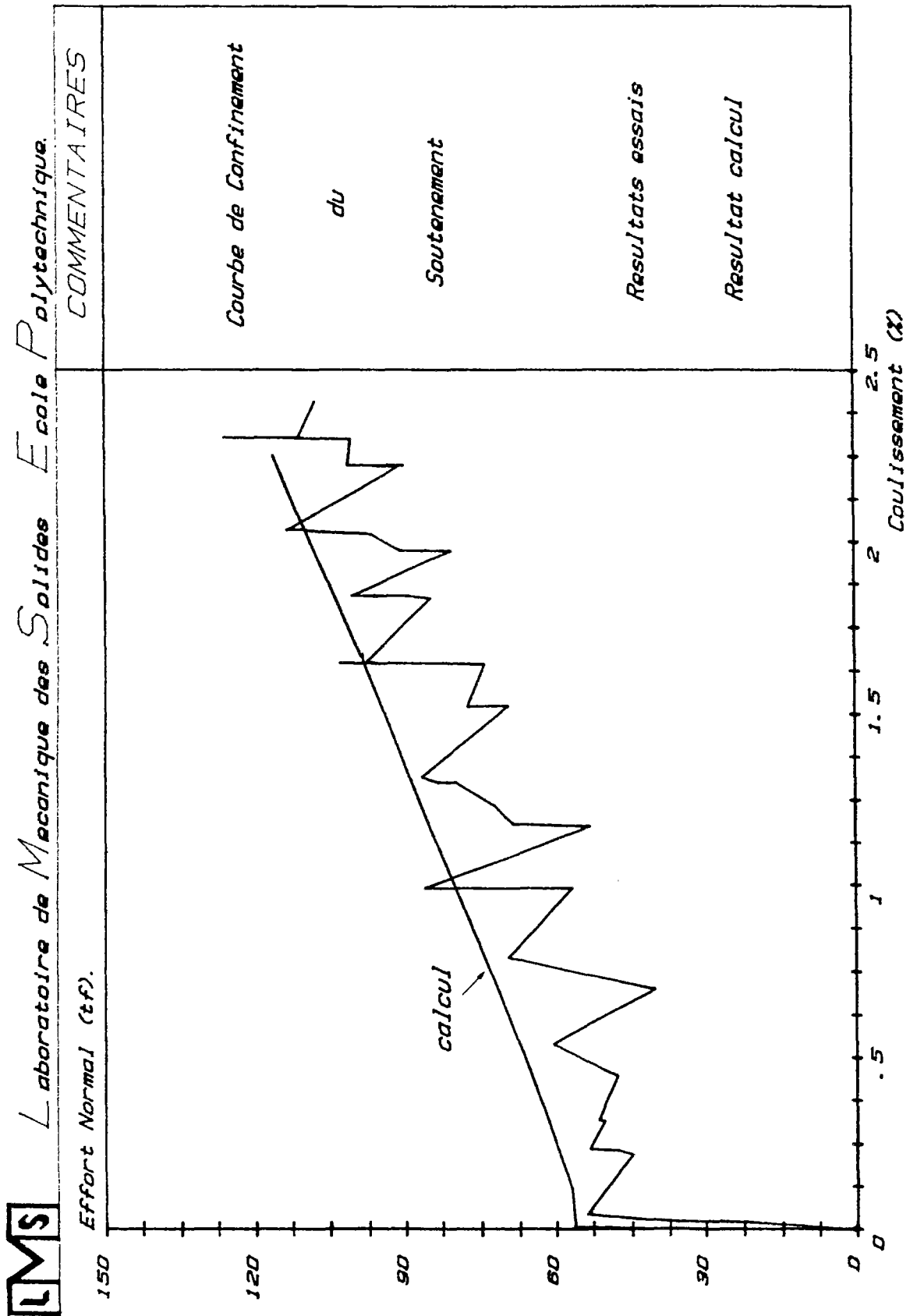


Figure 22 : Courbe de confinement du soutènement.

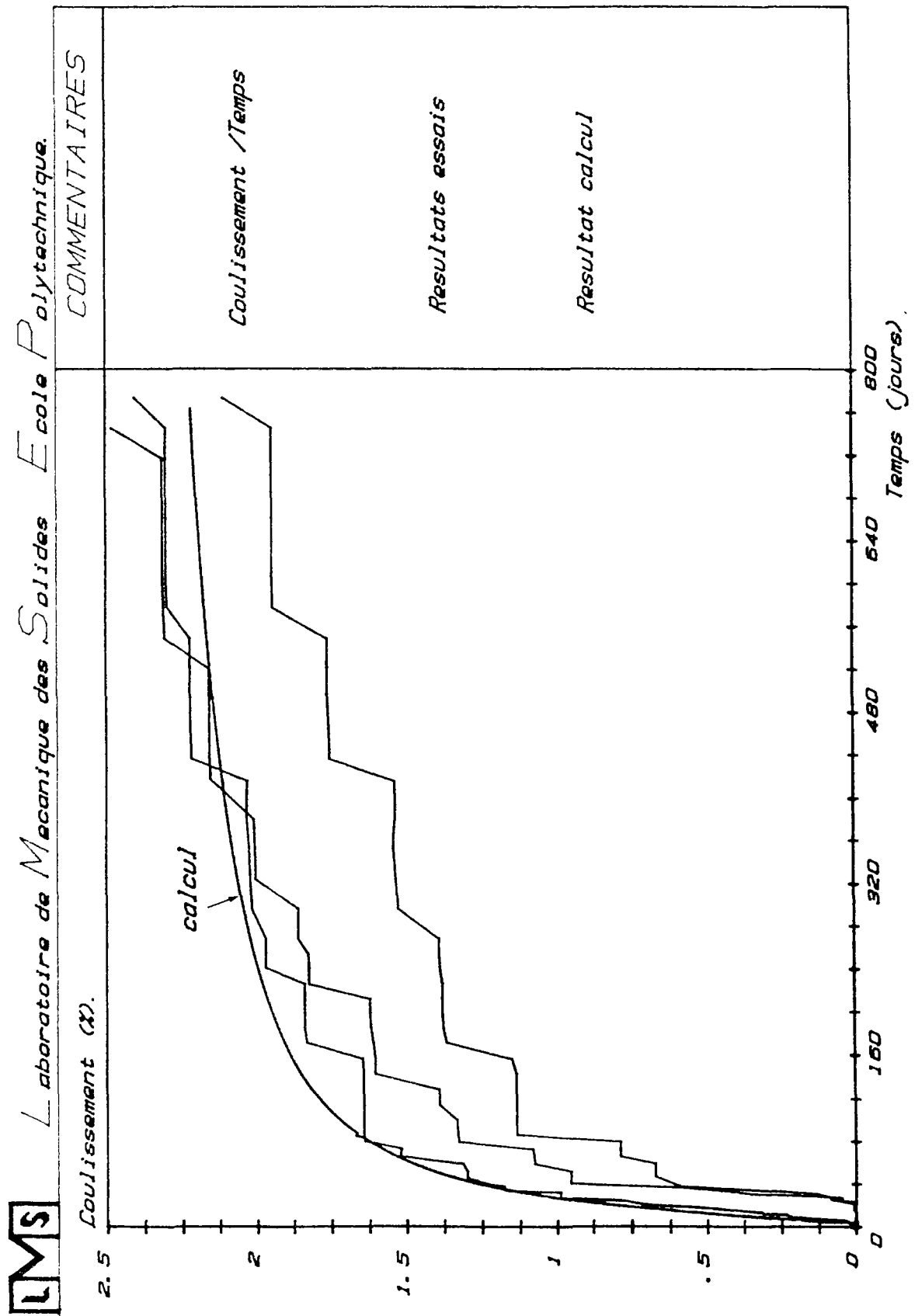


Figure 23 : Convergence du soutènement en fonction du temps.

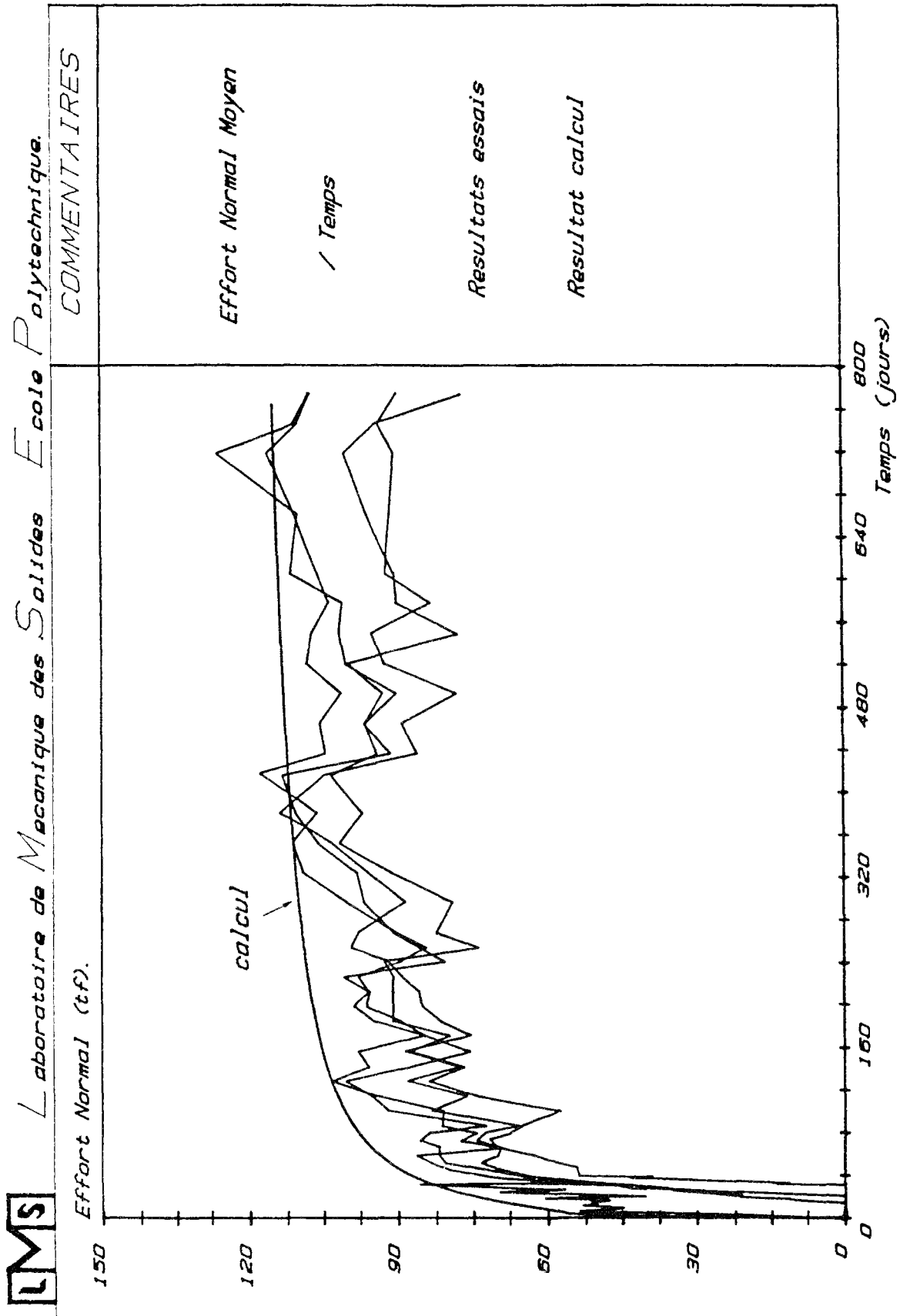


Figure 24 : Effort normal en fonction du temps.

## CONCLUSIONS SUR LA MODELISATION NUMERIQUE DE LA GALERIE CINTREE

L'algorithme numérique d'interaction massif viscoplastique-soutènement plastique, que nous avons mis au point dans cette partie (construit à partir des algorithmes classiques en viscoplasticité et plasticité), a permis une modélisation correcte du comportement mécanique de l'interaction massif-soutènement de la galerie cintrée.

Les résultats de la simulation numérique ont montré une excellente concordance avec les résultats mesurés in situ.

Le modèle de comportement de l'argile, de type élastoviscoplastique non linéaire avec écrouissage, construit à partir des résultats d'essais de laboratoire, rend convenablement compte des effets différés de la roche à court et long terme.

Le modèle élastoplastique avec écrouissage positif a bien interprété le comportement du coulisement du soutènement par cintres métalliques.

L'outil numérique développé permet d'envisager, dans le futur, une étude paramétrique du comportement global des galeries revêtues dans des milieux viscoplastiques, argiles profondes en particulier.

En vue d'une application plus "industrielle", il est maintenant possible d'étudier avec détail (grâce au code numérique) l'influence des paramètres identifiés comme essentiels sur le comportement de tels ouvrages, à savoir :

- le nombre de cintres par mètre de galerie ;
- le découvert ;
- la vitesse d'avancement du front de taille (machines à attaque ponctuelle ou tunneliers) ;
- loi de comportement du soutènement (programme de resserrage des boulons des étriers, par exemple).

Une telle étude permettrait d'aboutir, pour un site et un matériau donnés, à un soutènement optimal du point de vue du coût et de la sûreté de l'ouvrage.

Rappelons, toutefois, que la modélisation numérique réalisée dans cette étape du travail est du type *2D en déformations planes*, elle utilise donc l'artifice de la pression fictive (méthode convergence-confinement) pour modéliser le creusement de l'ouvrage.

Cette approximation est justifiée dans le cas de la galerie cintrée de Mol, car nous avons pu vérifier que la forme de la courbe  $P_1^f(x)$  choisie donnait une valeur correcte de la convergence  $U_0$  de la paroi au moment de la pose du soutènement (valeur connue expérimentalement par ailleurs).

Nous allons voir dans la suite que l'estimation précise de la valeur de  $U_0$  est en effet nécessaire pour une application convaincante de la méthode convergence-confinement.

Par la suite, nous allons donc nous intéresser à la prise en compte de l'aspect tridimensionnel *3D* du problème du creusement des tunnels dans des milieux viscoplastique (partie III) et plastique (partie IV), à l'aide des algorithmes numériques exposés dans le chapitre 3.

PARTIE III

A P P R O C H E N U M E R I Q U E :

PRISE EN COMPTE DU CARACTERE 3D  
DU CREUSEMENT DES TUNNELS  
DANS DES MILIEUX VISCOPLASTIQUES

INTRODUCTION

CHAPITRE 6 - POSITION DU PROBLEME ET METHODES DE RESOLUTION

CHAPITRE 7 - ETUDE DE L'INFLUENCE DE LA VITESSE DE CREUSEMENT  
DANS DES MILIEUX ELASTOVISCOPLASTIQUES

CONCLUSIONS SUR LA MODELISATION DU CREUSEMENT DES TUNNELS DANS  
DES MILIEUX VISCOPLASTIQUES





### INTRODUCTION A LA PARTIE III

Le but de cette partie est d'approfondir notre connaissance sur le comportement des tunnels creusés dans des milieux viscoplastiques en s'intéressant en particulier à la *prise en compte de l'aspect tridimensionnel* de ce problème. Rappelons que tel n'était pas le cas lors de la modélisation numérique de la partie précédente dans laquelle on a adopté le principe de découplage du problème d'interaction massif/soutènement basé sur la méthode convergence - confinement.

Dans cet esprit nous avons développé dans notre code un module de calcul traitant du creusement des tunnels profonds par la méthode numérique d'*activation/ désactivation* des éléments en axisymétrie.

Cette partie comporte deux chapitres :

- Dans le premier chapitre, après une brève synthèse des méthodes numériques existant, nous exposons la méthode d'activation / désactivation des éléments.

- Le deuxième chapitre est consacré à l'application de cette méthode à une étude paramétrique des tunnels creusés dans des milieux viscoplastiques et revêtus par des soutènements élastiques. Cette étude porte sur les paramètres essentiels du problème : *vitesse de creusement, rigidité du soutènement* ainsi que la *distance de pose* au front de taille.

En particulier nous allons mettre en évidence l'influence de la vitesse de construction sur l'équilibre final de tels ouvrages.



C H A P I T R E   6   :

POSITION DU PROBLEME

ET

METHODES DE RESOLUTION



## 6.1 - POSITION DU PROBLEME

### 6.1.1 - Intérêt de l'étude :

L'état des connaissances actuel sur le comportement mécanique des tunnels dans des roches profondes montre qu'en général ces ouvrages présentent des effets différés (augmentation de la convergence et/ou de la pression sur le soutènement au cours du temps).

Plusieurs cas sont cités dans la littérature (Egger, 1989), notamment le tunnel ferroviaire du Mont Cenis (cent ans après le creusement, les contraintes mesurées dans le soutènement sont supérieures à celles qui avaient été mesurées à la fin des travaux ; Panet, 1979), le tunnel du Fréjus (voir l'influence de l'arrêt de l'avancement sur la figure 2), le Kielder Experimental Tunnel (*figure 1*), la petite galerie du site de Mol (Rousset, 1988), la galerie cintrée de Mol (Partie I).

D'après ces exemples, nous pouvons constater que l'effet du temps est dû à deux principaux facteurs différents : le comportement rhéologique de la roche d'une part, et l'histoire du creusement de l'ouvrage d'autre part. Par ailleurs, l'état de contraintes et de déformations autour d'une section d'un tunnel revêtu dépend de plusieurs facteurs, dont les plus importants sont :

- Les caractéristiques géométriques et mécaniques du massif rocheux et du soutènement, notamment leurs lois de comportement ;
- Les conditions de creusement, comme la vitesse d'excavation et plus généralement le phasage de construction ;
- Les conditions de mise en place du soutènement, notamment la distance de pose au front de taille.

Dans la littérature, on trouve plusieurs méthodes de simulation de construction des tunnels qui tiennent compte, plus ou moins correctement, des aspects cités ci-dessus.

Le but du travail présenté dans ce chapitre s'inscrit dans cette problématique. Il consiste à étudier le comportement d'un tunnel soutenu, dans des roches présentant des effets différés, à l'aide d'une méthode qui tient compte de l'aspect 3D du problème et modélise donc, de manière exacte, les phases de construction de cet ouvrage.

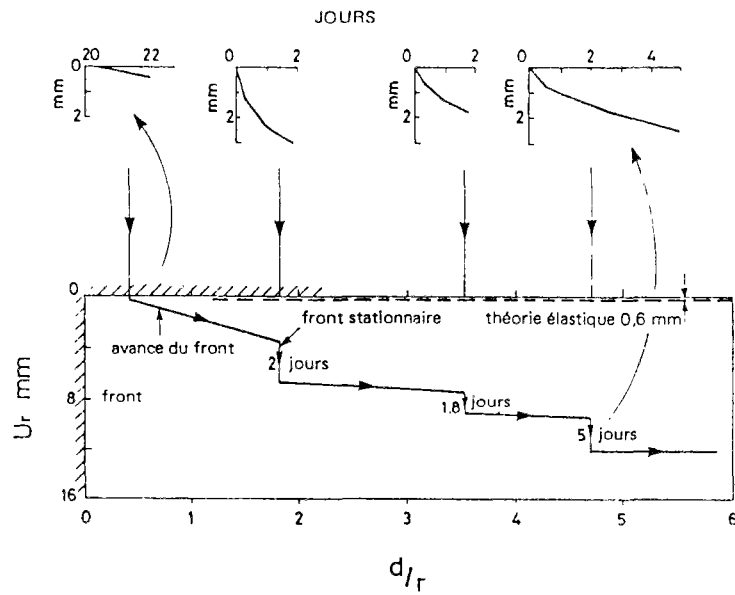


Figure 1 : Kielder Experimental Tunnel.  
Evolution des convergences derrière le front de taille (d'après Ward, Panet 1979).

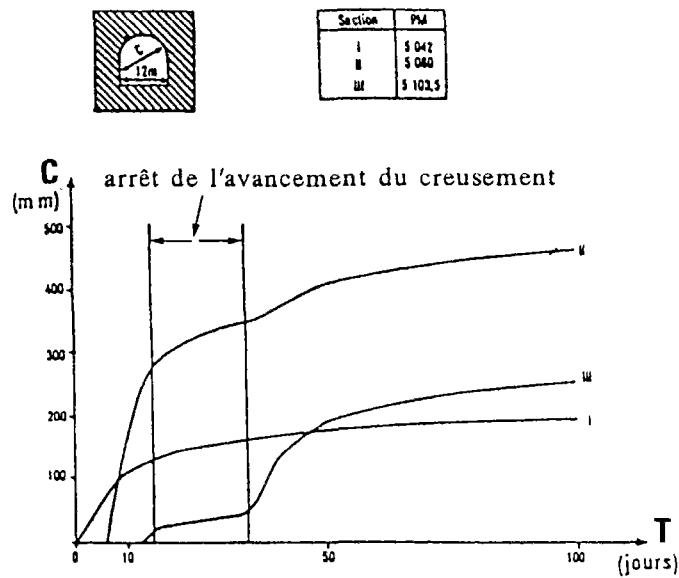


Figure 2 : Tunnel du Fréjus : Influence de l'arrêt de l'avancement du creusement sur l'évolution des convergences de trois sections de mesures successives, d'après Panet (1979).

En particulier, on s'intéresse à mettre en évidence l'influence des effets différés sur le comportement de l'ouvrage, pendant les phases d'excavation et de pose de revêtement.

On traite donc le problème du tunnel soutenu dans un milieu viscoplastique, en s'intéressant notamment à l'influence de *la vitesse de creusement*, de *la distance de pose* et de *la rigidité du soutènement* sur *l'état d'équilibre final de l'ouvrage*. On verra notamment que cet équilibre dépend effectivement, dans une large mesure, de l'histoire du chargement.

#### 6.1.2 - Géométrie et chargement

La construction d'un tunnel avec ses phases de creusement et pose de revêtement est un problème tridimensionnel. Toutefois, dans certains cas, comme on l'a déjà noté, on peut le simplifier grâce à un traitement à deux dimensions (Panet et al., 1974), ce qui est souhaitable compte tenu de la taille d'un calcul numérique en 3D.

Les calculs bidimensionnels des tunnels sont de deux types :

- **Déformations planes** : dans ce cas on admet que l'effet du passage du front est équivalent à une pression fictive en paroi du tunnel, qui varie de la valeur  $P_\infty$  (pression géostatique) jusqu'à zéro. La section du tunnel peut être quelconque. C'est le principe de la méthode convergence-confinement, comme on l'a vu dans la modélisation de la galerie cintrée (chapitre 5).
- **Axisymétrique** : quand le tunnel possède une géométrie circulaire et que les propriétés mécaniques du matériau sont telles que les grandeurs du problème ne dépendent pas de la coordonnée angulaire  $\theta$ . C'est le cas, par exemple, d'un tunnel profond de section circulaire dans un milieu isotrope et homogène (*figure 3*), pour lequel la contrainte initiale dans le massif est également homogène et isotrope.

Le problème avec contraintes initiales non isotropes nécessite une analyse vraiment tridimensionnelle (Hanafy et Emery, 1982 ; Pan et Hudson, 1989 ; Descoeurdes, 1974).

Dans l'étude qui suit, on se restreint au cas du tunnel profond de section circulaire dans un massif initialement précontraint par une contrainte isotrope et homogène. Ce problème sera modélisé en géométrie axisymétrique dans le plan Orz (*figure 3*).



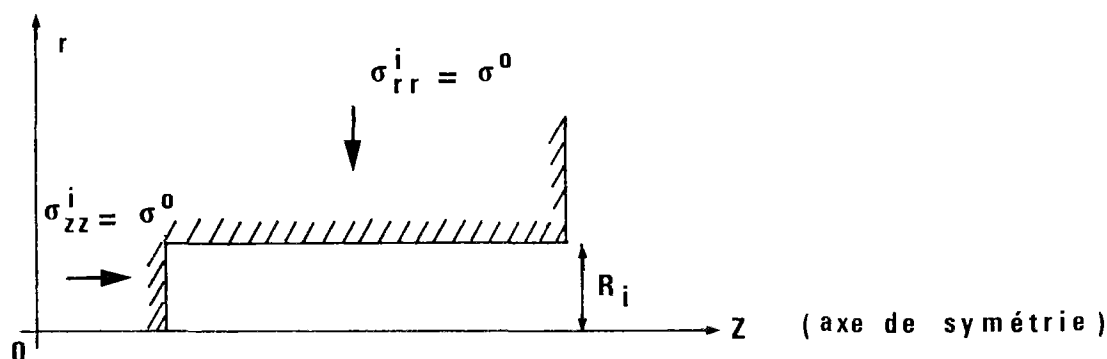


Figure 3 : Tunnel axisymétrique.

## 6.2 - METHODE NUMERIQUE DE CREUSEMENT D'UN TUNNEL

### 6.2.1 - Méthodes décrites dans la littérature

Les anciennes méthodes de calculs des tunnels, telles que la méthode des réactions hyperstatiques et la méthode du solide composite, ne sont pas adaptées à la prise en compte de l'effet d'avancement du front de taille.

La première assimile l'action mécanique du massif à un chargement extérieur et celui de soutènement à un ensemble de poutres ; les réactions hyperstatiques sont déterminées en égalisant les déplacements du massif à ceux du revêtement.

La deuxième méthode évoquée consiste à étudier le comportement d'un anneau circulaire dans un milieu élastique, où le soutènement reprend l'intégrité de la pression géostatique. La solution du problème donne les valeurs de l'effort normal et du moment fléchissant dans le soutènement ainsi que la convergence du tunnel.

La méthode convergence-confinement (voir le paragraphe 8.2 pour une analyse complète de cette méthode), introduit un concept nouveau : la pression intérieure fictive, destinée à rendre compte de l'avancement du front de tunnel. Elle permet de montrer que seulement une partie de la pression géostatique est reprise par le soutènement.

Les méthodes numériques par éléments finis permettent une modélisation plus fine et plus proche du phénomène réel de phasage du creusement.

Celles du type **2D** en déformations planes, conformément à la méthode convergence-confinement, simulent l'avancement du front par la pression fictive en paroi du tunnel (*figure 4*). Dans ce cas, le chargement anisotrope ( $P_v \neq P_H$ ) peut être traité ; la géométrie et le comportement sont quelconques.

Certains auteurs (Ranken et Ghaboussi, 1975 ; Ohnishi et al, 1982) ont traité l'aspect tridimensionnel du problème en rajoutant des éléments finis spéciaux, du type joints, entre les éléments du revêtement et ceux du massif dans le maillage **2D** du problème en déformations planes.

Toutefois, les méthodes numériques du type **2D** axisymétrique ou **3D** sont celles qui simulent le creusement et la pose du soutènement de la façon la plus réaliste. On peut les classer en trois catégories :

#### ***1 - Méthode d'activation/ désactivation des éléments en axisymétrie***

Dans ce cas, les séquences d'excavation et de pose du soutènement sont modélisées par le changement de la rigidité des éléments affectés à chaque phase de construction (*figure 5*).

Pan et Hudson (1989) ont appliqué cette méthode à un modèle **3D** (*figure 6*). Ils ont étudié des problèmes en géométrie cylindrique avec chargements anisotropes ( $P_v \neq P_H$ ) et des lois de comportement du type élastoplastique.

Hanafy et Emery (1982) ont utilisé aussi un modèle **3D** et l'ont étendu à l'étude à des lois de comportement viscoplastiques.

Lorsque le problème admet la symétrie cylindrique et le chargement est isotrope, le modèle axisymétrique **2D** est équivalent à un modèle **3D**. L'étude des tunnels soutenus en axisymétrie **2D** a été traitée en élastoplasticité par Ranken et Ghaboussi (1975). Ce type de modélisation sera aussi utilisé dans notre étude, en plasticité et en viscoplasticité.

**2 - Méthode de régime stationnaire avec activation différée pour le soutènement**  
(Corbetta, 1990) :

Dans le cas où le creusement du tunnel est fait à vitesse constante, on peut utiliser la méthode stationnaire qui permet d'effectuer un calcul seulement (Nguyen Q.S et Rahimian, 1981 ; Maitournam, 1989). Le tunnel de géométrie cylindrique peut être traité en plasticité ou viscoplasticité.

**3 - Méthode de creusement en une seule excavation en axisymétrie 2D** (Panet et al, 1982) **et 3D** (Descoedres, 1974) :

Ces méthodes sont utilisées surtout pour calculer les courbes de convergence en fonction de la distance au front des tunnels non soutenus. On peut en effet montrer que dans les cas où il n'y a pas de décharge élastique en aucun point du massif au cours du chargement (ce qui est généralement le cas quand il n'y a pas de soutènement), la courbe de convergence à l'équilibre ne dépend pas de l'histoire du chargement.

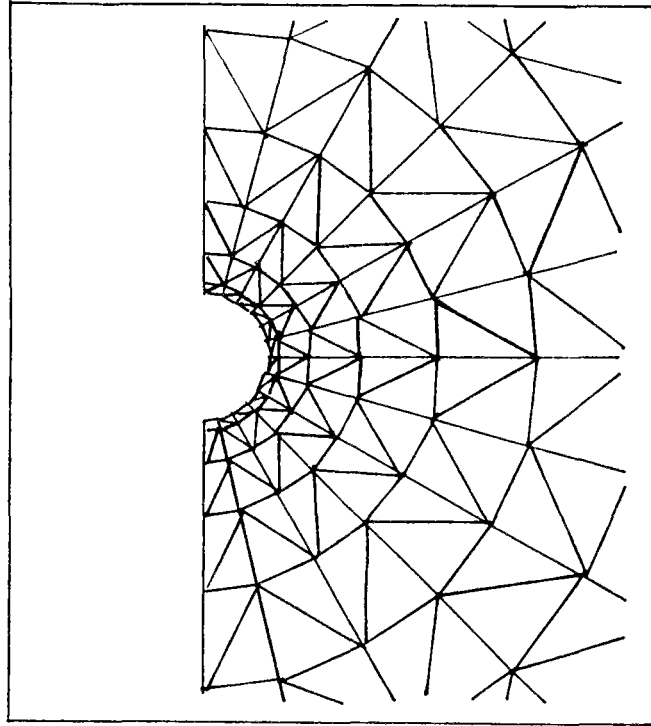


Figure 4 : Modèle numérique 2D plan.

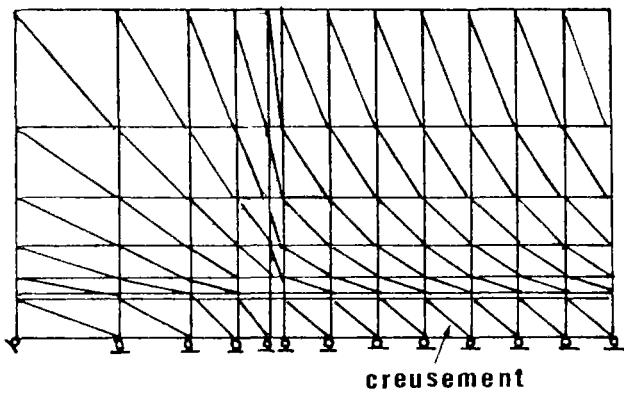


Figure 5 : Modèle numérique 2D axisymétrique.

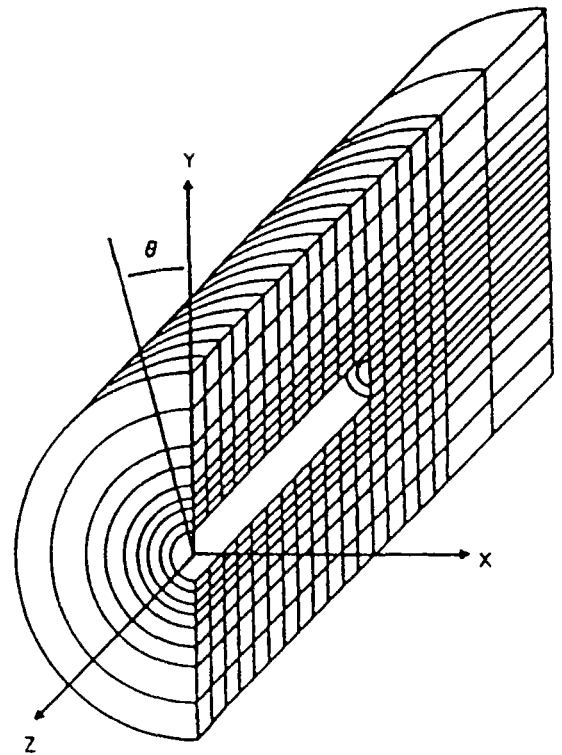


Figure 6 : Modèle numérique 3D.

### 6.2.2 - Présentation de la méthode numérique d'activation/désactivation des éléments en axisymétrie

La méthode d'activation/désactivation des éléments utilise une technique incrémentale qui modélise les séquences d'excavation et de pose du soutènement d'un **tunnel en axisymétrie**.

La simulation du creusement est faite par l'enlèvement progressif des tranches de terrain à l'intérieur du profil du tunnel. D'autre part, si un soutènement est prévu, il est posé tout de suite après une étape de creusement, en rajoutant une tranche de matière à la paroi du tunnel et à une distance  $d_0$  du front de taille.

L'enlèvement de matière est modélisé numériquement par une réduction du module d'Young de l'ordre de  $10^{-8}$  des éléments à creuser(\*). De façon inverse, la pose d'un revêtement consiste à affecter les caractéristiques mécaniques du soutènement ( $E, \nu$ ) dans les éléments considérés. A l'instant de la pose, ces éléments sont libres de contraintes et ont une déformation nulle.

Les principaux paramètres de la méthode de construction d'un tunnel avec activation et désactivation des éléments en axisymétrie sont illustrés sur la *figure 7*.

Le problème est traité numériquement par la méthode des éléments finis. Pour cela, un nouveau module de calcul, appelé "CRESOU" (creusement par la méthode d'activation/désactivation) a été développé et implanté dans le code "GEOMECH 91".

Le maillage du modèle étant construit en une seule fois, le pourtour de la zone à excaver ainsi que celui correspondant au revêtement doivent être prévus (*figure 8*).

La longueur du maillage doit être supérieure à la distance d'influence du front de taille, de façon à s'affranchir des effets de bord (typiquement la longueur du maillage doit être de l'ordre de dix fois le rayon du tunnel).

Une discrétisation assez fine autour du front doit être envisagée, puisque c'est dans cette zone que les gradients de contrainte et de déplacement sont les plus élevés.

(\*) *Remarque :*

Une autre solution serait de refaire entièrement le maillage à chaque modification due à l'excavation ou à la pose du revêtement. Ceci étant une technique numérique extrêmement lourde, la méthode d'activation/désactivation des éléments la remplace avec succès.

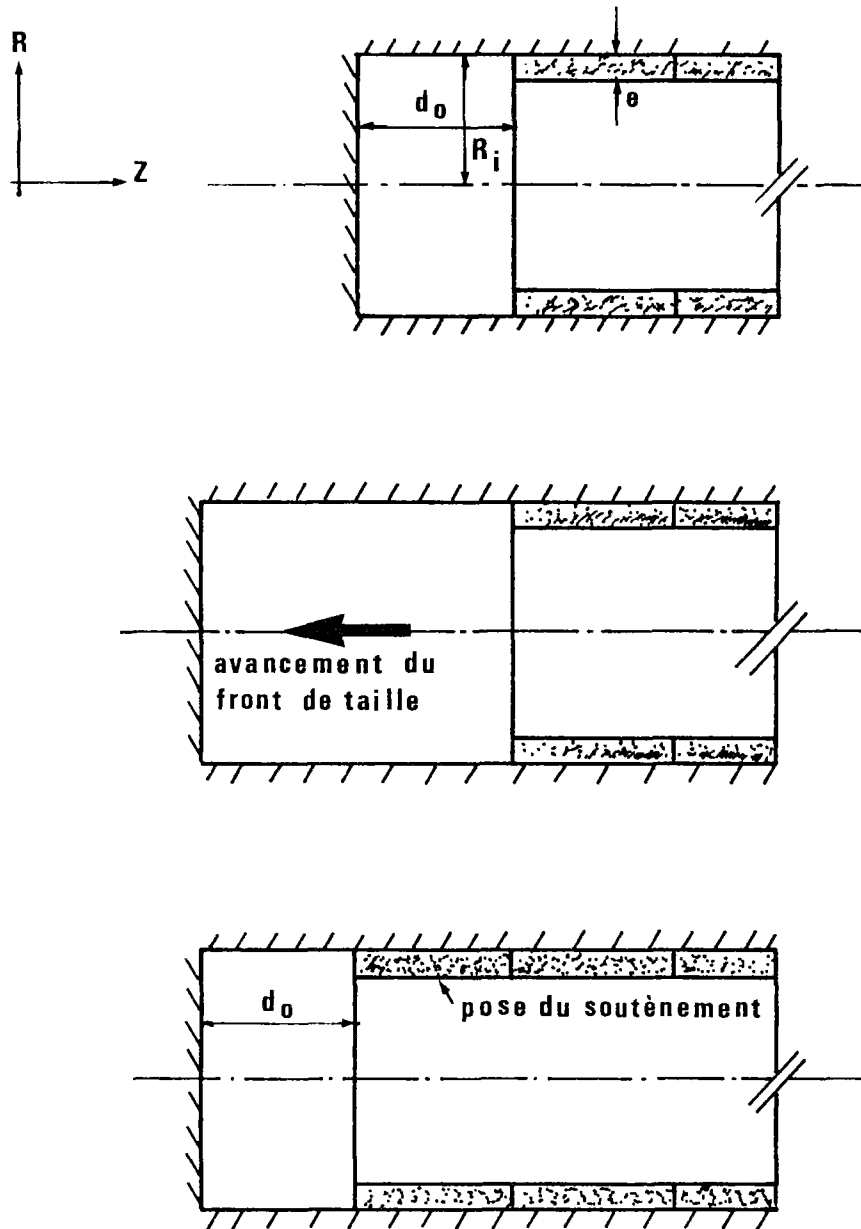


Figure 7 : Principe de la méthode d'activation/désactivation des éléments.

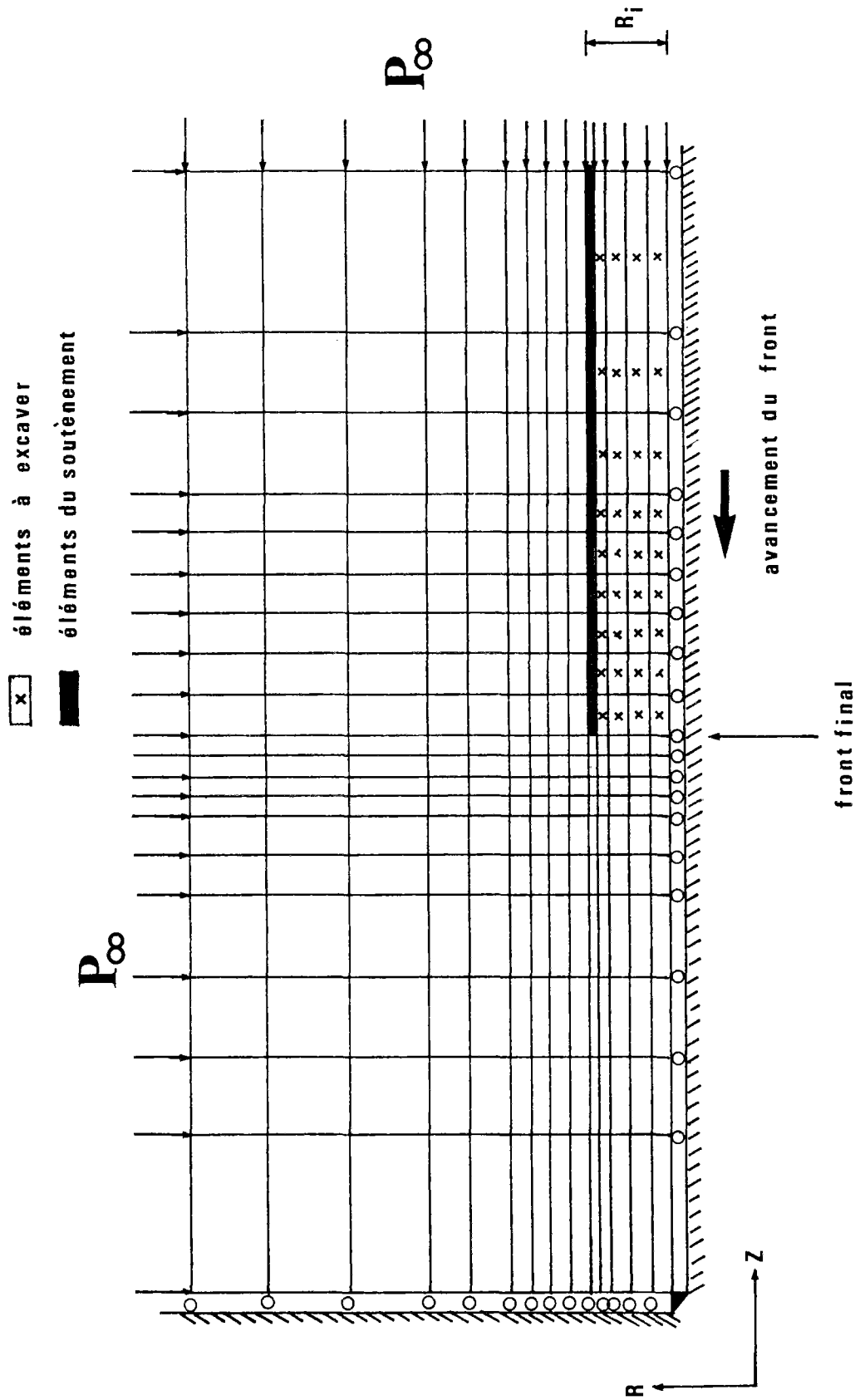


Figure 8 : Maillage type du modèle.  
Méthode d'activation et désactivation des éléments en axisymétrie.

L'état initial du calcul est celui qui correspond à l'état du massif avant le creusement ; les déplacements sont nuls partout et les contraintes sont égales aux contraintes géostatiques.

Le premier creusement correspond au premier changement de la matrice de rigidité, qui est ensuite actualisée à chaque phase de creusement ou de pose de revêtement, compte tenu du changement des caractéristiques mécaniques de certaines mailles. De façon schématique, un pas de calcul de la méthode d'activation/désactivation des éléments se déroule en deux phases, et de la manière suivante :

**\* Phase de creusement (1)**

- Dans les mailles à excaver on pose :

$$E \times 10^{-8} \quad ; \quad \nu = 0 \quad ; \quad \underline{\underline{\sigma}} = 0 \quad ; \quad \underline{\underline{\epsilon}} = 0 \quad ; \quad \underline{\underline{u}} = 0$$

- Calcul de la nouvelle matrice de rigidité  $\underline{\underline{K}}$

- Calcul élastique :  $\underline{\underline{K}} \cdot \Delta \underline{\underline{u}} = \underline{\underline{F}}^e - \underline{\underline{F}}^i$

avec :  $\left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{F}}^e : \text{vecteur force dû au chargement extérieur, constant pendant tout le calcul,} \\ \underline{\underline{F}}^i : \text{vecteur force dû aux contraintes initiales,} \\ \underline{\underline{F}}^i = \int_{\Omega} \underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{\sigma}}^i d\Omega ; \underline{\underline{\sigma}}^i \text{ étant l'état des contraintes du pas de calcul précédent.} \end{array} \right.$

**\* Phase de pose du soutènement (2)**

- Dans les mailles à revêtir, on remplace les caractéristiques mécaniques initiales par celles du soutènement.

- Calcul la matrice de rigidité  $\underline{\underline{K}}$  actualisée.

- Calcul élastoviscoplastique par la méthode de résolution numérique des déformations initiales (paragraphe 3.2), pour lequel l'état initial du calcul est celui de la phase 1. L'intégration dans le temps se fait jusqu'à une valeur précise du temps  $t$  définie par la vitesse de creusement (pour  $t = \infty$ , la vitesse devient nulle et on obtient la solution élastoplastique du problème).



Les pas de calcul (phase 1 et 2) sont répétés jusqu'à la construction totale du tunnel.

Le module de calcul "CRESOU" peut être utilisé pour étudier des conditions de réalisation des tunnels très différentes, en plasticité ou viscoplasticité, notamment :

- Creusement en une seule étape ou pas à pas (en plasticité ou viscoplasticité). Le calcul plastique correspond à un calcul viscoplastique pour lequel le régime stationnaire ( $\dot{\epsilon}^v = 0$  ;  $F = 0$ ) est atteint à chaque phase de creusement.

- Pose du soutènement à une distance  $d_0$  du front de taille.

- En viscoplasticité, dans le cas d'un creusement pas à pas, on peut étudier l'influence de la durée entre un creusement et la pose de l'élément du soutènement correspondant.

- En viscoplasticité, l'influence de la vitesse de creusement peut être constante ou non. Par ailleurs, l'effet des arrêts et des reprises d'excavation peut être modélisé.

- Le pas de creusement peut être variable.

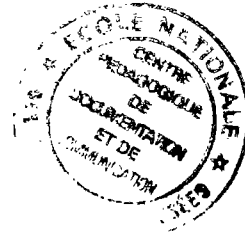
- Le choix sur les lois de comportement (standard ou non) est étendu.

La validation de la méthode d'activation/désactivation des éléments en axisymétrie est bien illustrée dans l'Annexe 4, où nous avons examiné le cas des tunnels non soutenus, dans des milieux élastoplastiques, à l'aide de méthodes numériques de creusement en une seule ou plusieurs étapes de creusement. Cette étude a permis de valider notre modélisation grâce à des solutions analytiques (calcul 1D en déformations planes d'une section très éloignée du front) ou à des résultats numériques présentés par d'autres auteurs (Corbetta et al., 1990 ; Panet et al., 1982).

CHAPITRE 7 :

ETUDE DE L'INFLUENCE DE LA VITESSE DE CREUSEMENT  
DANS DES MILIEUX ELASTOVISCOPLASTIQUES





## 7.1 - OBJECTIF DE L'ETUDE

Dans les milieux présentant des effets différés, les déplacements et les contraintes à l'équilibre dans le massif dépendent de l'histoire complète du chargement.

Comme nous l'avons exposé dans le chapitre précédent, (*figures 1 et 2 - Chapitre 6*), ce phénomène peut être aussi bien illustré dans le cas d'un arrêt d'excavation du tunnel. Lors d'un arrêt, si le massif est élastoplastique, la convergence n'évolue plus. Cette situation n'est pas le cas dans les milieux viscoplastiques, puisque la convergence continue à évoluer pendant les phases d'arrêt (*figure 1*).

L'importance d'une étude qui puisse tenir compte des phases réelles de creusement ainsi que de celles de pose du revêtement est donc évidente.

Afin d'avoir une vision globale du problème, nous avons choisi de faire une étude paramétrique portant sur certaines variables adimensionnelles essentielles.

Nous étudions un tunnel creusé à une grande profondeur dans un milieu isotrope, homogène, incompressible, soumis initialement à un champ de contraintes isotropes, dont la loi de comportement est du type élastoviscoplastique parfaite standard avec un critère de Mises.

Le soutènement a un comportement élastique et il est mis en place tout de suite après la réponse élastique du massif, qui fait suite à une phase d'excavation. On élimine ainsi un paramètre du problème, qui serait la durée entre la fin d'une étape de creusement et la pose d'un élément de soutènement.

L'étude paramétrique porte sur les trois paramètres suivants : la **vitesse de creusement**, la **distance de pose du soutènement** ainsi que sa **rigidité**. Cette étude a été réalisée grâce au module numérique "CRESOU" décrit précédemment.

Par ailleurs, ce chapitre a été écrit avec le souci d'un emploi aisé des résultats par un utilisateur intéressé par un prédimensionnement d'un ouvrage réel. Dans ce but, une série d'abaques est tracée dans le paragraphe 7.4.

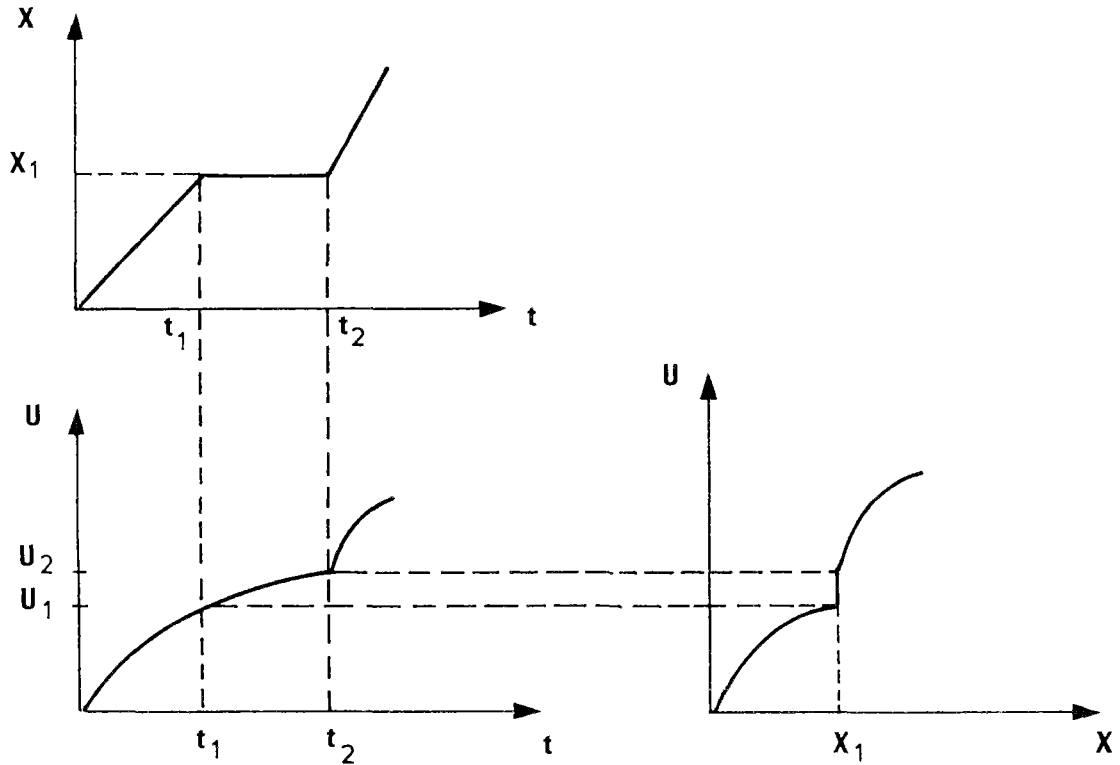


Figure 1 : Influence d'un arrêt d'excavation sur le profil de convergence.

## 7.2 - EQUATIONS DU PROBLEME ADIMENSIONNEL

On détermine ci-dessous les variables réduites, sans dimension, du problème de creusement d'un tunnel dans le cadre des hypothèses précisées précédemment.

On décompose de façon classique le tenseur de vitesse de déformation en une partie élastique et une partie viscoplastique, soit :

$$\underline{\dot{\epsilon}} = \underline{\dot{\epsilon}}^e + \underline{\dot{\epsilon}}^v \quad (7.1)$$

La partie élastique de  $\underline{\dot{\epsilon}}$  est donnée par la loi de Hooke et l'équation (7.1) devient alors :

$$\underline{\dot{\epsilon}} = \frac{(1+\nu)}{E} \underline{\dot{\sigma}} - \frac{\nu}{E} (\text{tr } \underline{\dot{\sigma}}) \underline{1} + \underline{\dot{\epsilon}}^v \quad (7.2)$$

Rappelons que la vitesse de déformation viscoplastique pour un matériau standard de Mises s'écrit :

$$\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^{\text{vp}} = \frac{1}{\eta} \left( \|\underline{\underline{\sigma}}^{\text{D}}\| - 2C \right) > \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (7.3)$$

avec  $F = \|\underline{\underline{\sigma}}^{\text{D}}\| - 2C$  ;  $C$  la cohésion du matériau,  $\eta$  sa viscosité et  $b = \sqrt{3/2}$ .

L'équation (7.2) s'écrit maintenant :

$$\dot{\underline{\underline{\epsilon}}} = \frac{(1+\nu)}{E} \dot{\underline{\underline{\sigma}}} - \frac{\nu}{E} (\text{tr } \dot{\underline{\underline{\sigma}}}) \underline{\underline{1}} + \frac{1}{\eta} \left( \|\underline{\underline{\sigma}}^{\text{D}}\| - 2C \right) > \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (7.4)$$

De façon naturelle, on choisit de normer les contraintes par la cohésion :

$$\underline{\underline{\sigma}}^* = \frac{1}{C} \underline{\underline{\sigma}} \quad (7.5)$$

D'autre part, on écrit la dérivée par rapport au temps d'une fonction  $f$  de façon adimensionnelle, soit :

$$\dot{f} = \frac{df}{dt} = \frac{1}{\tau} \frac{df}{d\left(\frac{t}{\tau}\right)} = \frac{1}{\tau} \frac{df}{dt^*} \quad (7.6)$$

avec :

$$t^* = \frac{t}{\tau} \quad (7.7)$$

où  $\tau$  reste un paramètre à choisir.

Finalement, en utilisant (7.6), l'équation (7.4) s'exprime de façon entièrement adimensionnelle :

$$\frac{d\underline{\underline{\epsilon}}}{dt^*} = \frac{C}{E} \left[ (1+\nu) \frac{d\underline{\underline{\sigma}}^*}{dt^*} - \nu \text{tr} \left[ \frac{d\underline{\underline{\sigma}}^*}{dt^*} \right] \underline{\underline{1}} \right] + \frac{\tau C}{\eta} \left( \|\underline{\underline{\sigma}}^{\text{D}*}\| - 2 \right) > \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (7.8)$$

Cette expression fait apparaître le terme sans dimension  $\frac{\tau C}{\eta}$ , que l'on prend égal à 1, ce qui fixe la valeur de  $\tau$ .

$$\tau = \frac{\eta}{C} \quad (7.9)$$

D'autre part, les variables qui représentent les longueurs sont normées par rapport au rayon intérieur  $R_i$  du tunnel.

On en déduit aisément le paramètre adimensionnel correspondant aux vitesses :

$$v^* = \frac{\eta}{R_i C} V \quad (7.10)$$

Où  $V$  est la vitesse réelle du creusement.

Les paramètres adimensionnels du problème du creusement d'un tunnel dans un milieu élastoviscoplastique sont résumés ci-dessous.

- Contraintes (MPa) :

$$E^* = \frac{E}{C} \quad : \text{Module d'Young réduit.}$$

$$P^* = \frac{P_\infty}{C} \quad : \text{Pression réduite régnant avant l'excavation du tunnel } (P_\infty = \gamma H).$$

$$K_s^* = \frac{K_s}{C} \quad : \text{Rigidité réduite du soutènement.}$$

- Longueurs (m) :

$$X^* = \frac{X}{R_i} \quad : \text{Distance au front réduite.}$$

$$R^* = \frac{R}{R_i} \quad : \text{Coordonnée radiale réduite.}$$

$$d_0^* = \frac{d_0}{R_i} \quad : \text{Distance réduite de pose du soutènement.}$$

- Temps (s) :

$$t^* = \frac{t C}{\eta} \quad : \text{Temps réduit.}$$

- Vitesses (m/s) :

$$v^* = \frac{\eta}{R_i C} V \quad : \text{Vitesse de creusement réduite.}$$

On constate qu'il n'y a que *cinq paramètres indépendants* à se donner : deux caractérisant le massif ( $E^*$  et  $P^*$ ), un le soutènement ( $K_s^*$ ) et deux le chargement ( $d_0^*$  et  $v^*$ ).

Pour une application pratique, il suffit de se donner en plus trois paramètres  $R_i$ ,  $C$  et  $\eta$ , afin d'obtenir la solution d'un problème particulier.

### 7.3 - SIMULATION NUMERIQUE D'UN TUNNEL REVETU DANS UN MILIEU VISCOPLASTIQUE

*Les caractéristiques mécaniques et géométriques de l'étude paramétrique exposées dans ce paragraphe, ont été choisies de manière à représenter un certain nombre de cas réels. Elles sont résumées dans ce qui suit.*

#### 7.3.1 - Caractéristiques mécaniques et géométriques :

On étudie un tunnel de section circulaire, excavé à une grande profondeur dans un massif rocheux viscoplastique.

Les conditions aux limites en déplacements du modèle (*figure 3*) sont :

- déplacement  $u_y$  nul sur l'axe de symétrie Oz ;
- déplacement  $u_z$  nul sur le segment  $z = 20 R_i$  .

Les dimensions du modèle étant petites vis-à-vis de la profondeur de la galerie, il n'est pas nécessaire de prendre en compte l'effet de la pesanteur. Ainsi, le massif est précontraint avec une contrainte isotrope de  $P^* = 4$ , qui est aussi la valeur de la contrainte normale imposée sur le contour extérieur du maillage. Cette pression est, par exemple, du même ordre de grandeur que celle de la pression géostatique à une profondeur de 230m dans l'argile de Boom ( $P_\infty = 4$  MPa,  $C = 1$  MPa).

L'étude paramétrique ne porte pas sur les caractéristiques mécaniques du massif. Ainsi, pour tous les calculs, on a choisi une roche avec  $E^* = 500$ . Par exemple, les valeurs  $E = 500$  MPa et  $C = 1$  MPa correspondent à une argile assez plastique, du type de celle de l'argile de Boom ou de Gournay (d'après Giraud (1989), le module d'Young de l'argile de Gournay varie entre 300 MPa et 700 MPa pour une profondeur de l'ordre de 350m).

Les caractéristiques du modèle utilisé dans cette simulation sont données sur la *figure 2*.

Le maillage du modèle (*figure 3*) est constitué de 650 éléments isoparamétriques à neuf noeuds, qui sont du même type dans le massif et dans le revêtement.



Dans cette étude, le creusement du tunnel est réalisé par une succession d'étapes identiques (ou, par abus de langage, "à vitesse constante"). Pour tous les cas traités, les creusements sont réalisés avec des pas réguliers de  $1 R_i$  et à une vitesse donnée, jusqu'à atteindre la longueur finale excavée de quinze fois le rayon.

Les valeurs des vitesses adimensionnelles  $v^*$  sont choisies de façon à représenter les cas les plus significatifs entre une vitesse nulle (plasticité) et une vitesse infinie (élasticité) de chaque exemple.

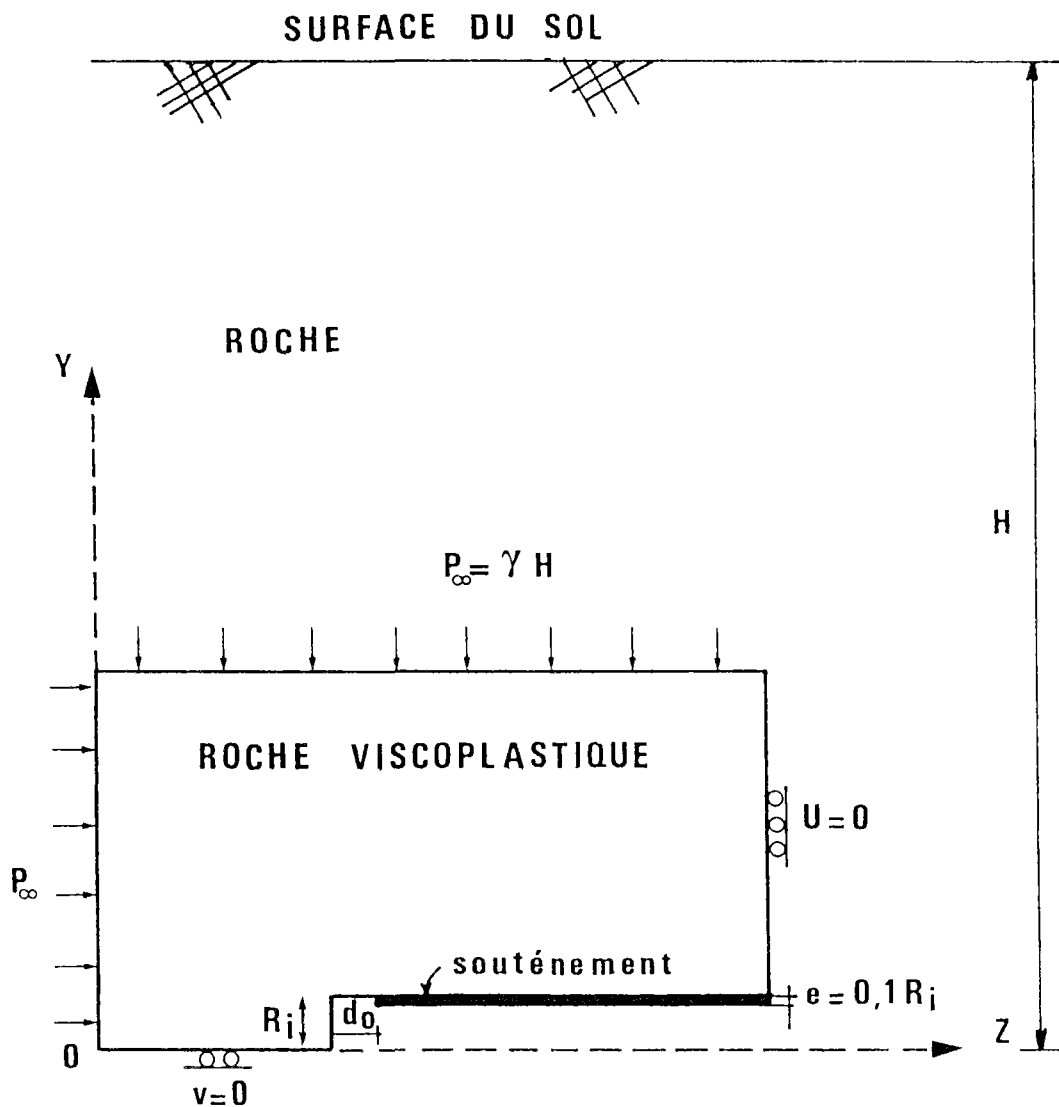


Figure 2 : Modèle et conditions aux limites.

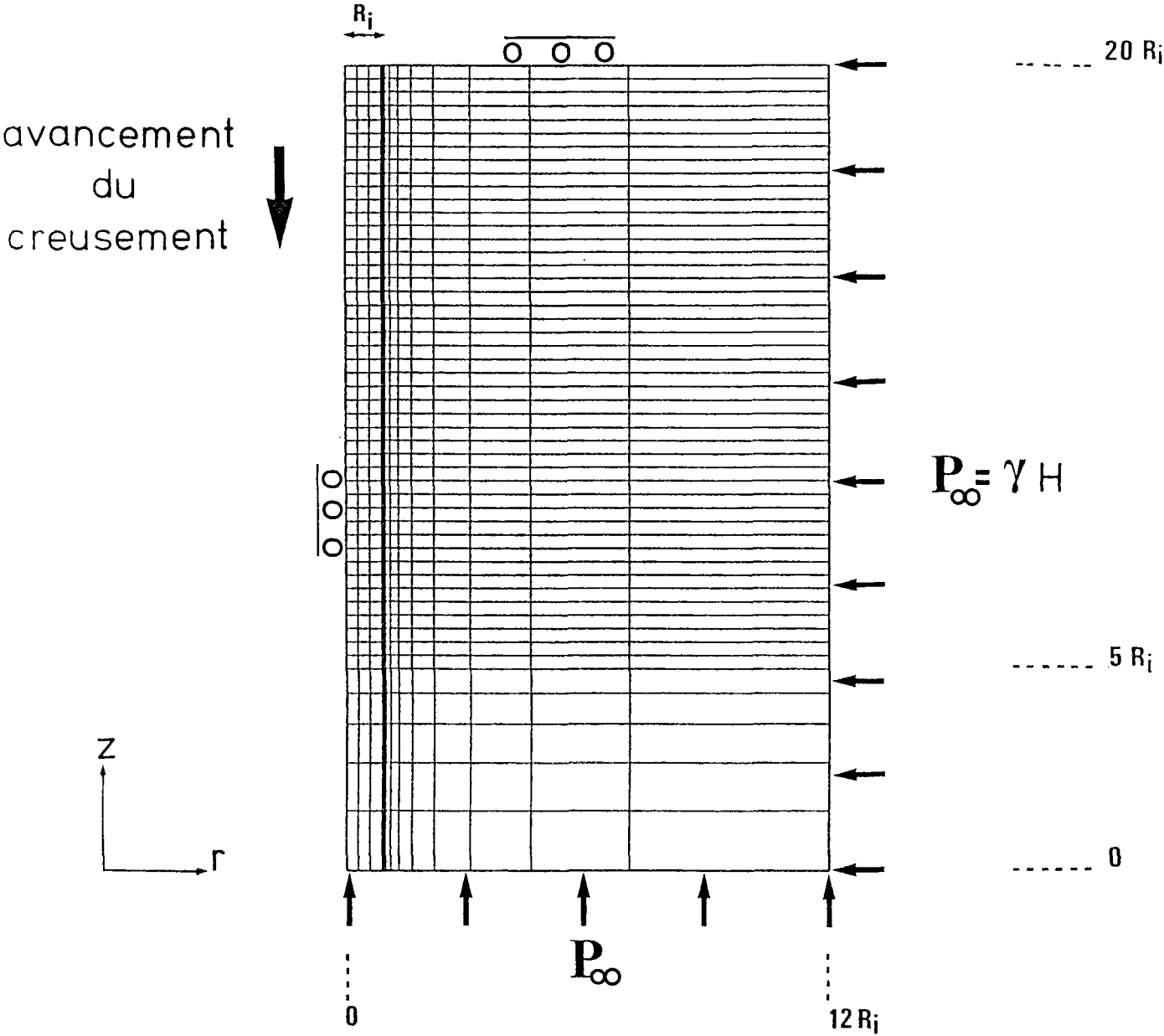


Figure 3 : Maillage du modèle de creusement pas à pas.

Pour ce qui concerne le soutènement, on retient la définition de la rigidité équivalente  $k$  (F. Corbetta et al., 1990), sans dimension :

$$k = \frac{3 K_s}{2 E_{\text{massif}}}$$

Pour les soutènements courants,  $k$  varie de 0,05 à 2 quand on passe du simple boulonnage à l'anneau en béton très raide dans un massif de module d'Young de 1500 MPa (Hoek, Brown, 1980).

Notre soutènement a une épaisseur de  $e^* = 0,1$  et deux cas sont étudiés.

Selon la terminologie précédente, le premier cas traité dans cette étude correspond à un revêtement mou avec  $E_s^* = 300$  et  $\nu_s = 0,3$  ( $K_s^* = 36$ ,  $k = 0,11$ ) ; le second correspond à un revêtement de rigidité moyenne avec  $E_s^* = 3000$  et  $\nu_s = 0,3$  ( $K_s^* = 360$ ,  $k = 1,1$ ).

Les valeurs testées de distances  $d_0^*$  de pose de ces soutènements sont au nombre de trois :  $d_0^* = 0$ ,  $2/3$  et  $2$ .

Les caractéristiques mécaniques des calculs sont résumées dans le tableau 1.

MASSIF	SOUTENEMENT		
	$K_s^*$	$d_0^*$	$\nu^*$
$P^* = 4$ $E^* = 500$ $\nu = 0,498$	36	0	25, 250, Infinie
		2/3	25, 250, 1000, 2500, Infinie
		2	10, 100, 250, 1000, 2500, Infinie
	360	0	25, Infinie
		2/3	25, 250, 500, 2500, Infinie
		2	10, 25, 100, 250, 1000, 2500, Infinie

Tableau 1 : Caractéristiques mécaniques des calculs de l'étude paramétrique.

Par ailleurs, pour les vitesses extrêmes ( $v^* \simeq 0$  et  $v^* \simeq \infty$ ) seulement, nous avons aussi réalisé des calculs pour d'autres valeurs de rigidités  $K_s^*$  variant entre 0 et 400 (pour  $d_0^* = 0$  ;  $2/3$  ; 2).

Dans tous ce qui suit, nous utiliserons les notations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} U_{eq} = \frac{-u(x=\infty)}{R_i} & : \text{convergence à l'équilibre,} \\ U_0 = \frac{-u(x=d_0)}{R_i} & : \text{convergence au moment de la pose du soutènement,} \\ & \text{à une distance } d_0 \text{ du front de taille,} \\ P_{eq}^* = K_s^* (U_{eq} - U_0) & : \text{pression de soutènement à l'équilibre réduite,} \end{array} \right.$$

où  $u(x)$  représente le déplacement radial en paroi d'une section située à une distance  $x$  du front de taille.

Le dimensionnement des tunnels passe essentiellement par la détermination des valeurs de  $P_{eq}^*$  et  $U_{eq}$ , solution du problème lorsque les mouvements sont stabilisés ( $t = \infty$ ).

Dans notre modèle, la longueur du maillage étant limitée par la taille d'un calcul en éléments finis, la fin de la construction complète du tunnel ne correspond pas forcément à la stabilisation finale des mouvements.

L'approche pour modéliser cette stabilisation et obtenir les valeurs de  $(P_{eq}^*, U_{eq})$ , sans avoir à réaliser un tunnel de trop grande longueur, est de laisser les déformations différées se développer après la construction entière du tunnel et jusqu'à atteindre l'équilibre final recherché. On vérifie a posteriori que, puisque la longueur du tunnel est grande devant son rayon, la valeur du couple  $(P_{eq}^*, U_{eq})$  obtenu ne dépend pas de cette longueur et correspond donc bien à la solution cherchée.

### 7.3.2 - Résultats de l'étude paramétrique :

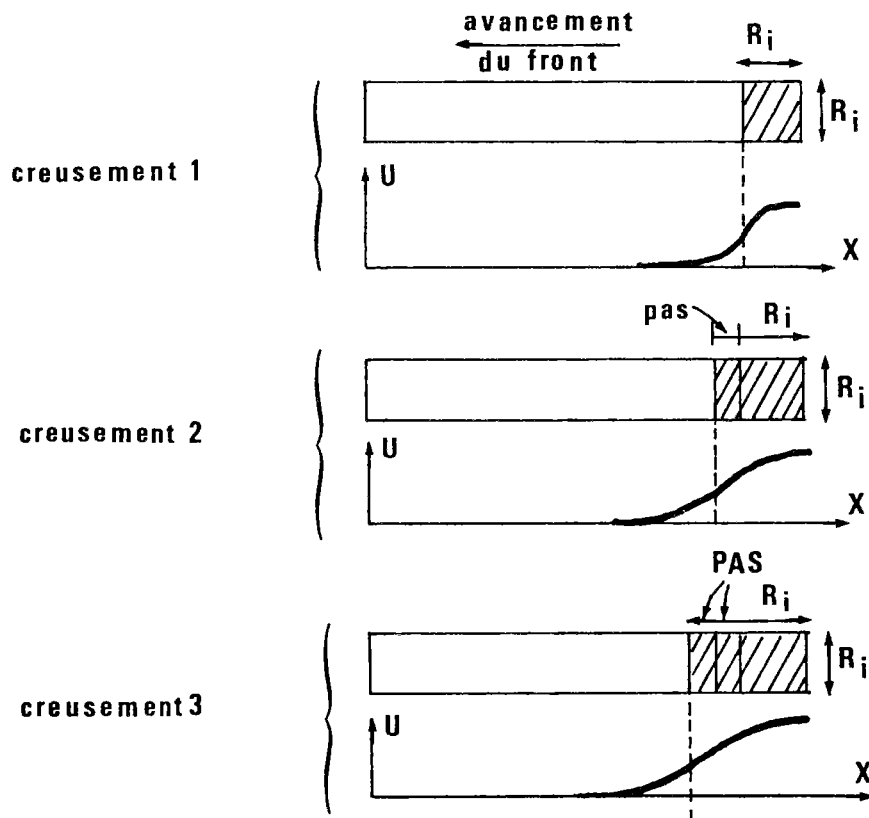
Les résultats les plus significatifs de cette étude concernent les valeurs des contraintes et déplacements dans le massif, ainsi que les pressions dans le soutènement. Ils sont illustrés sous les formes suivantes :

- Courbes de déplacement radial en paroi du tunnel (ou convergence) en fonction de la distance au front ou du temps.
- Courbes de pression de soutènement en fonction de la distance au front ou du temps.

- Graphiques des isovaleurs des déplacements et contraintes.
- Abaques (paragraphe 7.4) de convergence et pression à l'équilibre pour plusieurs distances de pose de soutènement, de rigidité et de vitesses de creusement, qui résument ainsi les résultats les plus intéressants de cette simulation numérique.

**a) Illustration des phases de construction d'un tunnel**

La construction réelle d'un tunnel est constituée d'étapes de creusement suivies par celles de pose du soutènement. Le schéma de la *figure 4* illustre les profils de convergence des premières séquences d'excavation d'un calcul pas à pas.



*Figure 4 : Profils de convergence des premières séquences d'excavation (trois creusements).*

L'objectif ici est d'illustrer ces phases à l'aide de deux simulations numériques, dont les caractéristiques diffèrent uniquement par la vitesse de creusement.

Pour le tunnel, avec un soutènement moyen ( $K_s^* = 360$ ) posé à une distance du front  $d_0^* = 2$ , on étudie les cas d'une vitesse très faible ( $v^* = 100$ ) et une autre très élevée ( $v^* = 2500$ ).

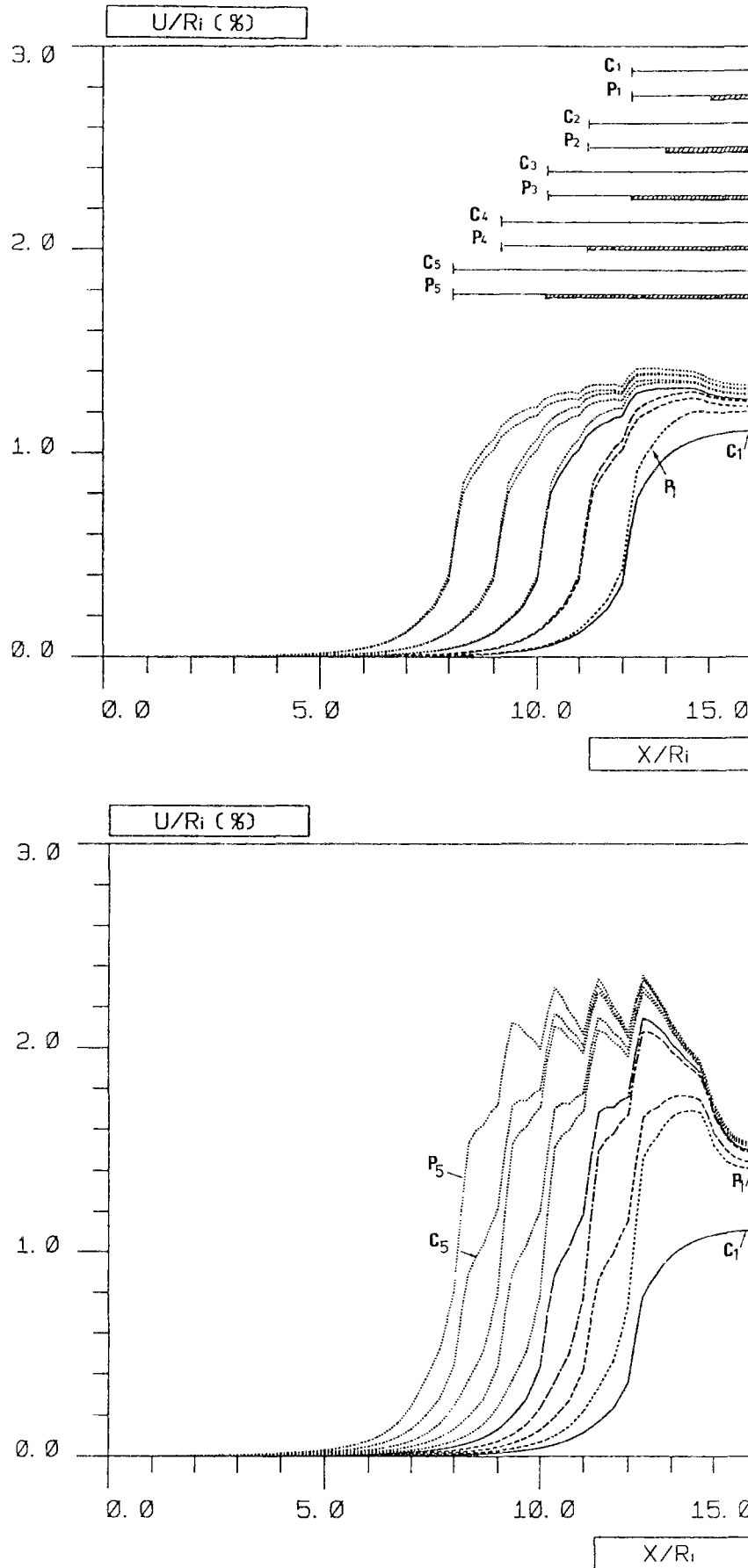
Sur les *figures 5(a et b)* on a tracé les courbes de convergence en fonction de la distance au front. Sur chacune sont dessinés cinq couples de courbes qui correspondent aux cinq premières phases de construction. Chaque couple de courbes représente :

- Première courbe : La réponse élastique à la suite d'une étape d'excavation.
- Deuxième courbe : La réponse viscoplastique, après la pose d'un segment du soutènement, à un temps  $\Delta t^*$  défini par la vitesse d'avancement  $v^*$ . Rappelons que  $\Delta t^* = \text{pas}^* / v^*$ .

On peut observer, pour un cas donné, que la différence des convergences entre la première et la seconde courbe, qui représentent respectivement le début et la fin d'une phase de construction, est d'autant plus élevée que la vitesse d'avancement est faible.

De même, les pics de convergence sont plus importants lorsque la vitesse est plus faible. Dans ce cas, en effet, les déformations différées se développent davantage pendant une phase de creusement et un maximum de convergence apparaît sur la longueur du tunnel non soutenu, comprise entre le front de taille et le dernier élément de soutènement posé.

Le schéma de la *figure 6* illustre ce phénomène.



Figures 5 (a-b) : Profils des convergences en fonction de la distance au front pour les cinq premiers creusements : (a)  $K_s^* = 360$ ,  $d_0^* = 2$ ,  $v^* = 2500$  ; (b)  $K_s^* = 360$ ,  $d_0^* = 2$ ,  $v^* = 100$ .

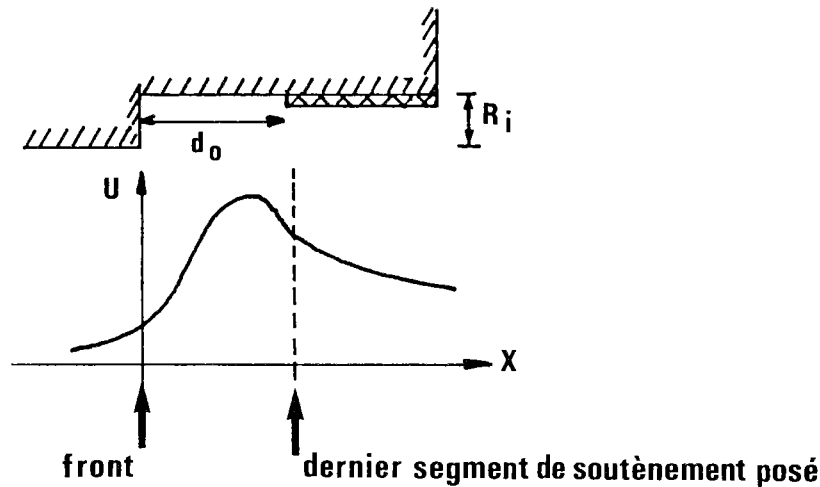


Figure 6 : Schéma de la convergence en paroi d'un segment de tunnel.

Ainsi, on constate que les convergences obtenues avec la vitesse  $v^* = 100$  sont supérieures à celles calculées avec la vitesse plus élevée de  $v^* = 2500$ .

Les effets de bord, dus à la phase initiale de creusement (extrémité droite des courbes), peuvent être observés sur les courbes des figures 5(a et b). Ils sont dûs en partie au fait que le creusement initial a une longueur de  $3 R_i$  et qu'ensuite l'excavation avance avec des pas réguliers de  $1 R_i$ .

Les graphiques d'isovaleurs des contraintes radiales  $\sigma_{rr}^*$  et des valeurs du critère de plasticité  $F^*$  sont donnés sur les figures 7 à 12. Chaque ligne d'isovaleurs est tracée à partir des valeurs moyennes des grandeurs  $\sigma_{rr}^*$  et  $F^*$  de chaque maille. Ces graphiques sont donnés pour les deuxième et cinquième creusements des deux simulations ( $v^* = 100$  et  $v^* = 2500$ ), et pour le dernier creusement du calcul avec  $v^* = 2500$ .

Comme prévu, les gradients des contraintes (figures 7 et 8) sont plus importants près du profil intérieur du tunnel. Ils sont d'autant plus élevés que la vitesse  $v^*$  est faible. L'avancement du front ne modifie pas la forme des zones d'isovaleurs, mais il augmente leurs étendues.

Pour ce qui concerne les valeurs des critères  $F^*$ , les isovaleurs de la cinquième phase de creusement sont illustrées sur les figures 9 et 10.

Les valeurs maximales de  $F^*$  ne se distribuent pas de la même façon pour les deux vitesses étudiées :



(i) Pour le premier cas ( $v^* = 2500$ ), les valeurs maximales du critère sont réparties le long d'une tranche parallèle au profil du tunnel (*figure 9*). Au fur et à mesure que le front de taille avance, les sections les plus éloignées du front s'approchent d'un état stable de déplacements et contraintes (*figures 11 et 12*). Par conséquent, les valeurs de  $F^*$  dans ces sections sont inférieures à celles des sections plus proches du front.

(ii) Dans le cas d'une vitesse faible ( $v^* = 100$ ), les valeurs maximales du critère (*figure 10*) sont concentrées dans une petite zone proche du front. Ceci est dû au fait que pour de faibles vitesses, le massif subit des déformations différées plus importantes pendant une phase de creusement que dans le cas d'une vitesse élevée.

A la fin du dernier creusement, les isovaleurs des contraintes  $\sigma_{rr}^*$  et du critère de plasticité  $F^*$  ont les formes données sur les *figures 11 et 12*, pour le problème avec  $v^* = 2500$ . Sur ces graphiques (*figures 11 et 12*), on peut encore faire deux remarques :

(i) L'influence des conditions aux limites à l'extrémité du début du tunnel est effectivement négligeable lorsque l'on s'éloigne de cette extrémité ; les lignes d'isovaleurs sont bien parallèles à l'axe du tunnel dans une zone centrale assez large.

(ii) Tout au long du processus, en chaque point, il n'y a jamais de décharge élastique (dès qu'en un point le critère  $F$  est atteint, il le reste jusqu'à l'instant infini). Rappelons que ce résultat permet d'affirmer que le point d'équilibre final ( $P_{eq}^*, U_{eq}$ ) est bien un point de la courbe de convergence du massif<sup>(\*)</sup>.

(\*) *Remarque :*

On trouvera, dans la partie IV, une définition précise de la "courbe de convergence" d'un massif. Comme nous l'avons déjà vu dans le chapitre 3, cette courbe, tracée dans le diagramme  $(P_i, U_i)$ , donne la réponse globale  $(U_i)$  d'une galerie infinie, traitée en déformation plane et en axisymétrie, en fonction du chargement  $P_i$ . Cette courbe se calcule point par point en faisant décroître  $P_i$  de sa valeur initiale  $P_\infty$  à 0 (ce chargement est alors monotone).



Figure 7 (a-b) : Isovaleurs des contraintes  $\sigma_{rr}$  du cas avec  $K_s^* = 360$ ,  $d_0^* = 2$  et  $v^* = 100$ . (a) Deuxième creusement ; (b) Cinquième creusement.

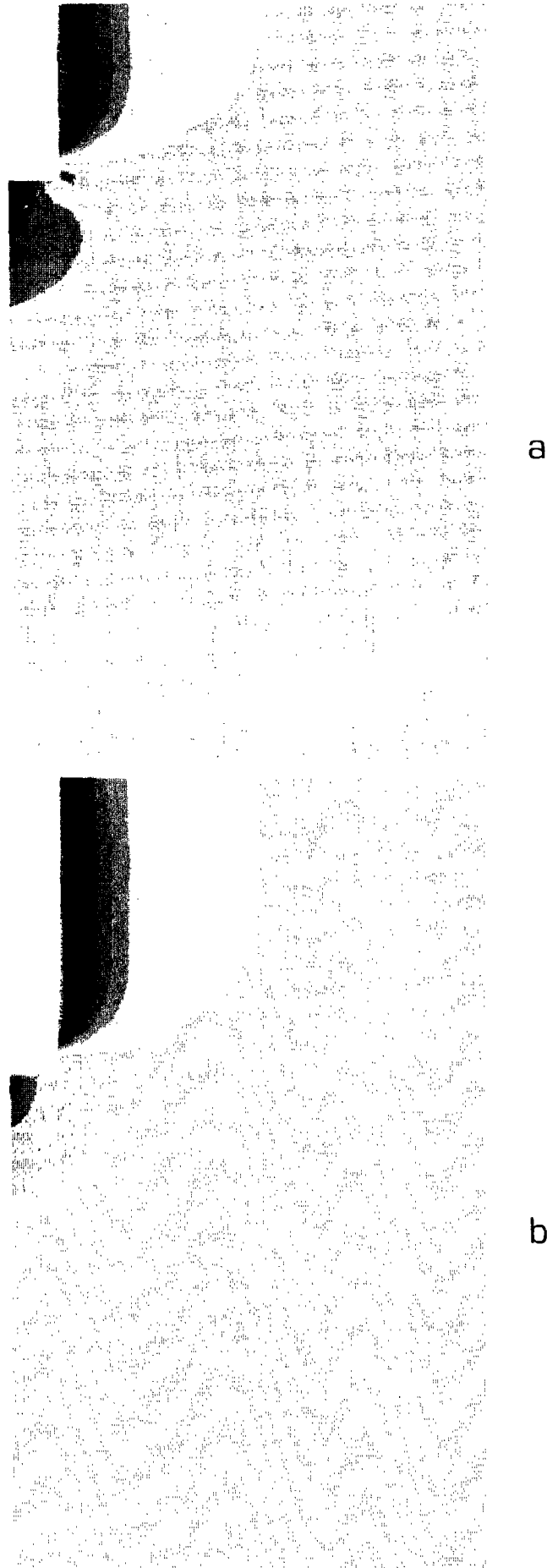


Figure 8 (a-b) : Isovaleurs des contraintes  $\sigma_{rr}$  du cas avec  $K_s^* = 360$ ,  $d_0^* = 2$  et  $v^* = 2500$ . (a) Deuxième creusement ; (b) Cinquième creusement.





Figure 9 : Isovaleurs de critère  $F^*$  pour le cas avec  $K_s^* = 360$ ,  $d_0^* = 2$ ,  $v^* = 2500$  : Cinquième creusement.

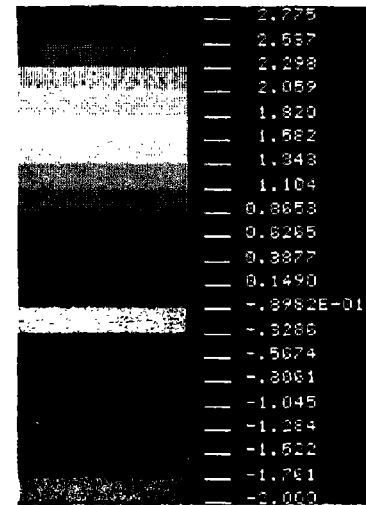
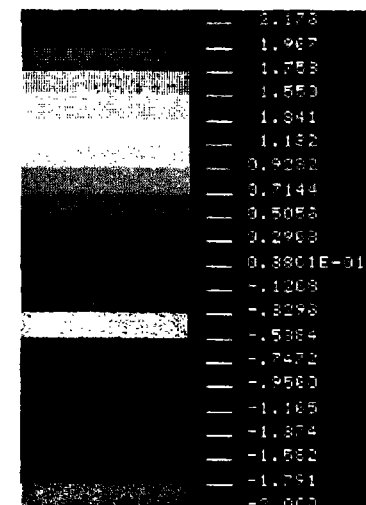


Figure 10 : Isovaleurs de critère  $F^*$  pour le cas avec  $K_s^* = 360$ ,  $d_0^* = 2$ ,  $v^* = 100$  : Cinquième creusement.





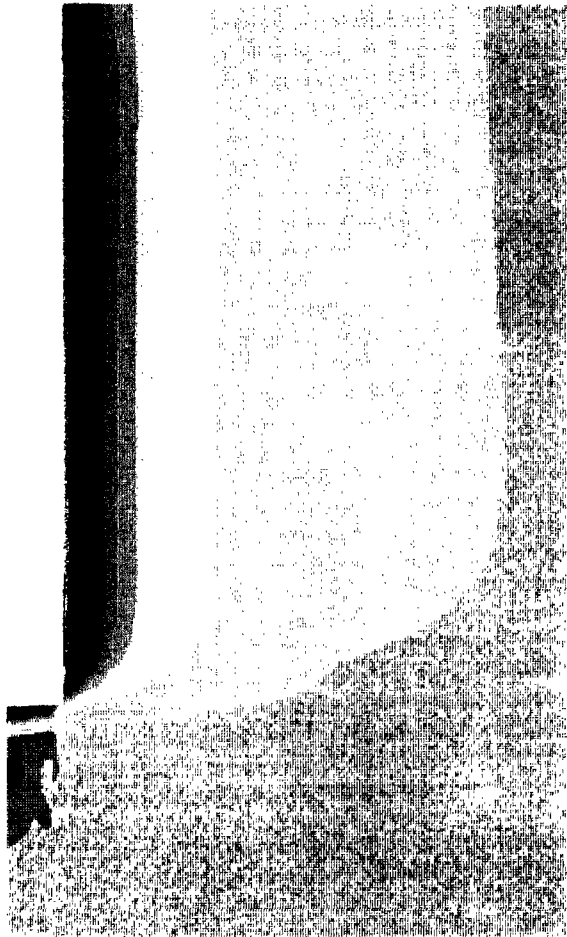


Figure 11 : Isovaleurs des contraintes  $\sigma_{rr}^*$  pour le cas avec  $K_s^* = 360$ ,  $d_0^* = 2$ ,  $v^* = 2500$  : Creusement final.

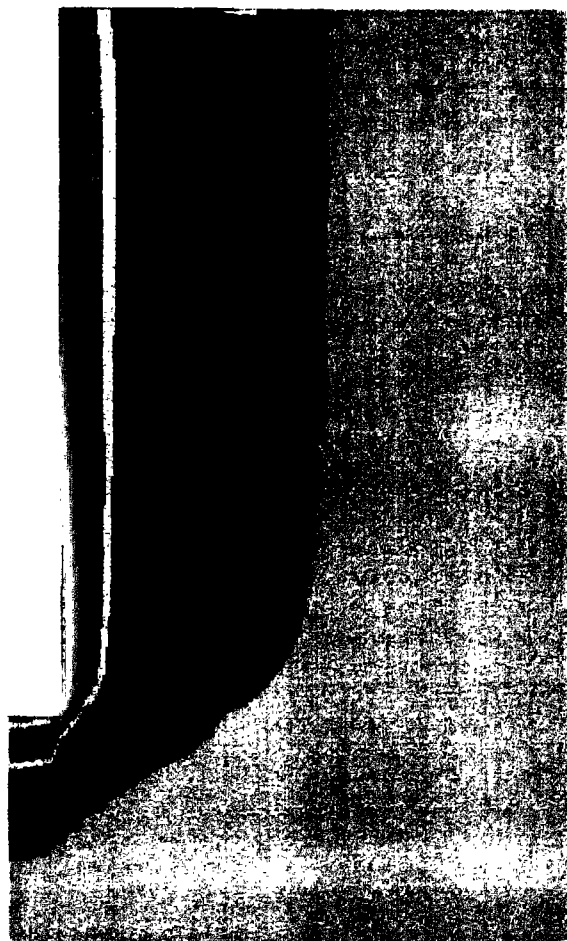
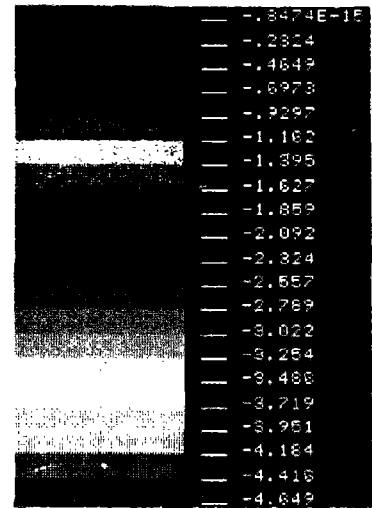
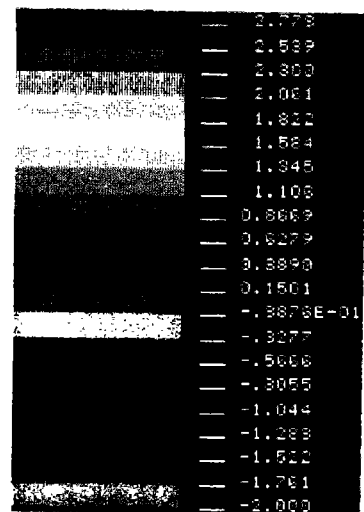


Figure 12 : Isovaleurs de critère  $F^*$  pour le cas avec  $K_s^* = 360$ ,  $d_0^* = 2$ ,  $v^* = 2500$  : Creusement final.



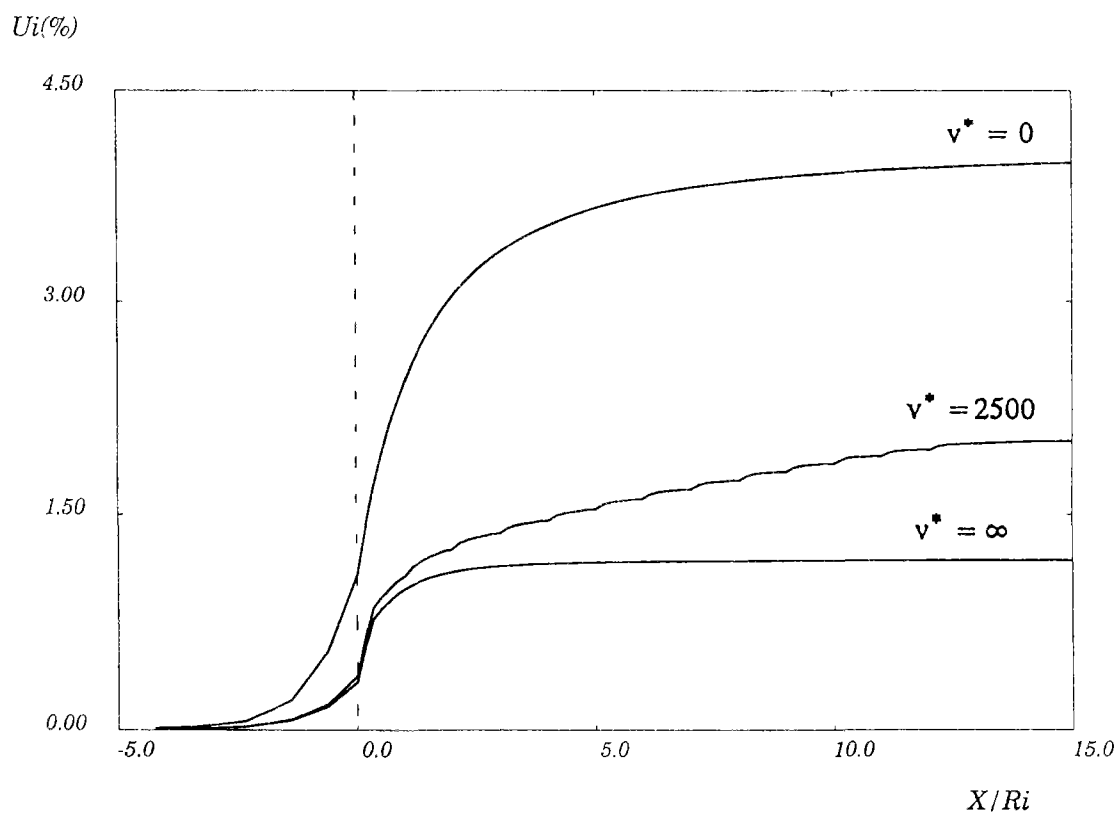






### b) Convergences du tunnel

L'influence de la vitesse du creusement sur la convergence d'un tunnel non soutenu est illustrée sur la *figure 13*, où les courbes de convergences en paroi en fonction de la distance au front sont tracées à l'instant de la fin du creusement total.



*Figure 13* : Profils des convergences du tunnel non soutenu pour les vitesses  $v^* = 0, 2500$  et  $\infty$ .

Comme prévu, les profils à une vitesse  $v^*$  donnée se trouvent entre la courbe élastique ( $v^* = \infty$ ) et la courbe plastique ( $v^* = 0$ ) ; la différence entre les trois courbes est considérable.

Toutefois, l'étude de l'influence de la vitesse d'avancement sur les tunnels non soutenus n'a pas un grand intérêt parce que, lorsque la stabilisation finale des mouvements sera atteinte, toutes les courbes de convergence issues des calculs à vitesses différentes seront identiques à celle d'un calcul plastique.

Par la suite, on s'intéresse donc aux profils de convergence des tunnels soutenus.

Les figures 14 à 19 donnent les profils de convergence pour plusieurs valeurs de la vitesse  $v^*$  à deux instants :

- le premier (figure a) correspond à la fin de la construction du tunnel,
- le second (figure b) à la stabilisation finale des mouvements.

La vitesse minimale ( $v^* = 10$  ou  $25$ ) de chaque problème simule en fait un calcul en plasticité où à chaque phase de pose du soutènement la stabilité est atteinte ( $F^* = 0$  et  $\dot{\epsilon}^{VP} = 0$ ). De façon opposée, la vitesse maximale ( $v^* = 5000 \approx \text{infinie}$ ) représente un calcul où les phases de creusement et de pose sont réalisées en élasticité ( $\dot{\epsilon}^{VP} = 0$ ). Dans ce dernier cas, le massif commence à développer des déformations viscoplastiques uniquement après la construction entière du tunnel soutenu.

**L'importance de l'influence de la vitesse de creusement** sur les convergences en paroi du tunnel est bien illustrée sur ces courbes (figures 14 à 19).

Tout d'abord, on peut observer que si cette vitesse est élevée, l'évolution des convergences dans le massif est considérablement freinée lorsque survient la pose des éléments du soutènement.

Ces convergences sont d'autant plus faibles que la rigidité  $K_s^*$  est élevée. Sur ce sujet, on peut comparer les courbes des figures 15-b et 18-b, où l'on constate que pour une vitesse  $v^*$  et une distance de pose  $d_0^*$  données, la convergence finale est supérieure de 70 % environ dans le cas du soutènement mou ( $K_s^* = 36$ ).

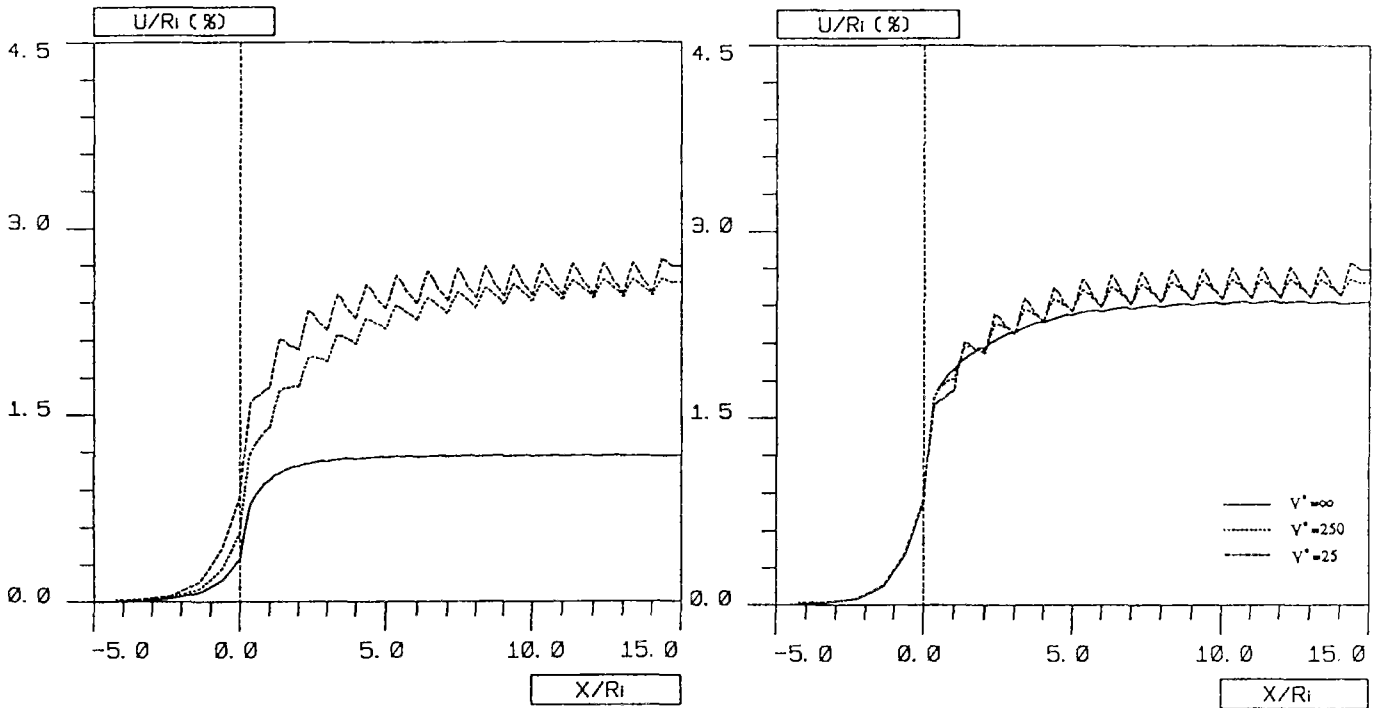
Pour un soutènement et une vitesse donnés, la convergence augmente avec la distance  $d_0^*$ . Ce résultat est bien illustré sur les figures 18-b et 19-b : pour  $v^* = 250$  et  $d_0^* = 2/3$ , la convergence en paroi d'une section éloignée du front vaut 1,65 %, tandis que pour  $d_0^* = 2$  (figure 18-b) elle vaut 2,1 %.

Ces observations sont valables pour les courbes stabilisées (figure (b)) ou non (figure (a)).

La différence des convergences entre ces deux instants (fin de construction et temps infini) dépend de la valeur du deuxième invariant  $J_2$  du tenseur déviateur des contraintes dans le massif à la fin de la construction entière du tunnel. Plus le tunnel est creusé lentement, plus ces deux courbes sont proches, comme le montrent les deux groupes de courbes des figures 14-19(a) et 14-19(b).

(a)

(b)

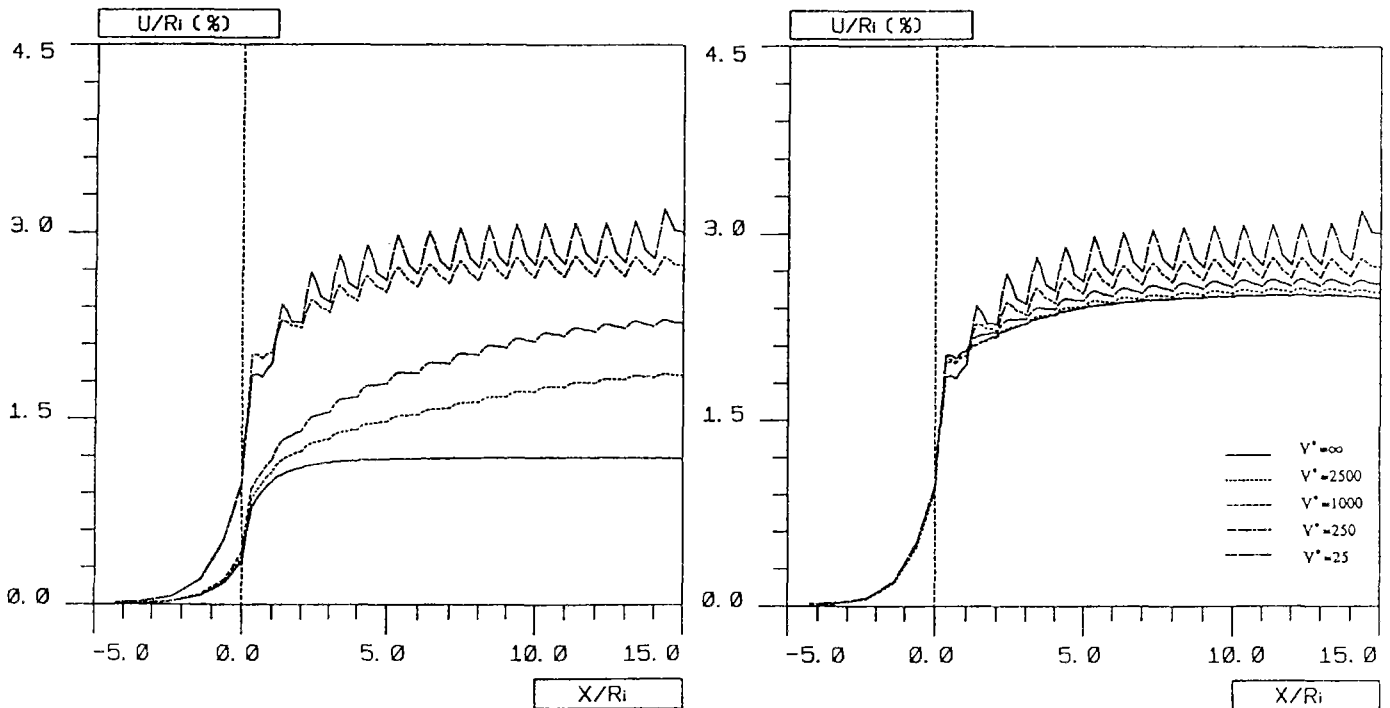


Figures 14 (a-b) :

Convergences en fonction de la distance au front pour plusieurs vitesses  $v^*$  :

(a) Fin de la construction ; (b) Stabilisation finale du tunnel.

Cas avec  $K_s^* = 36$  ;  $d_0^* = 0$ .

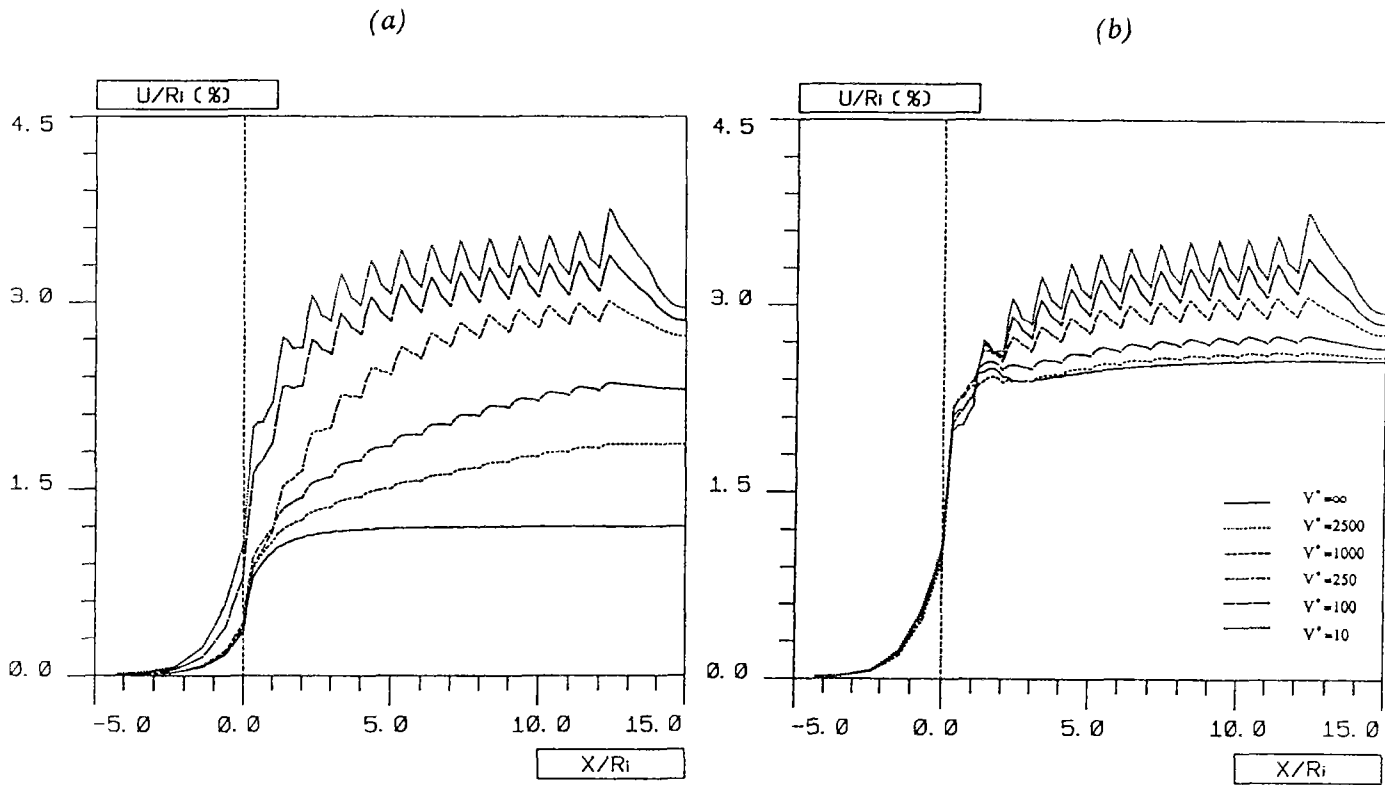


Figures 15 (a-b) :

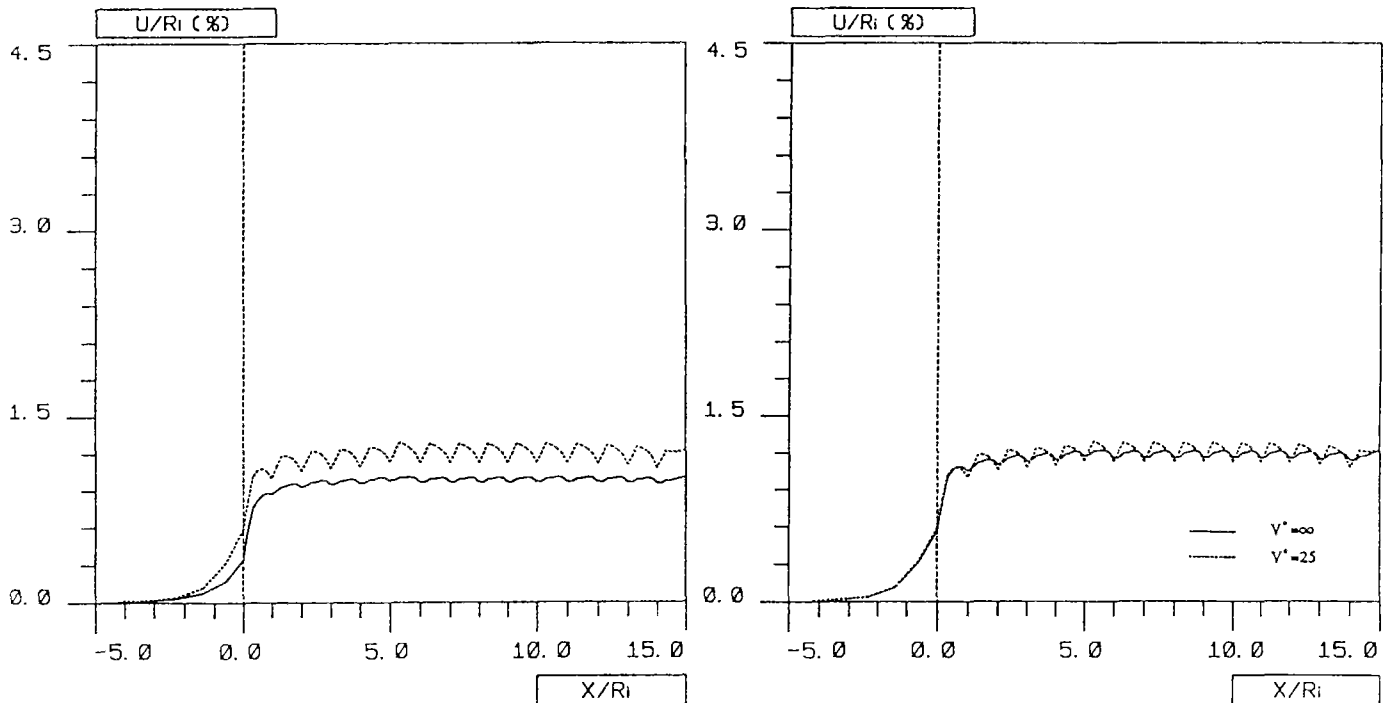
Convergences en fonction de la distance au front pour plusieurs vitesses  $v^*$  :

(a)- Fin de la construction ; (b) Stabilisation finale du tunnel.

Cas avec  $K_s^* = 36$  ;  $d_0^* = 2/3$ .



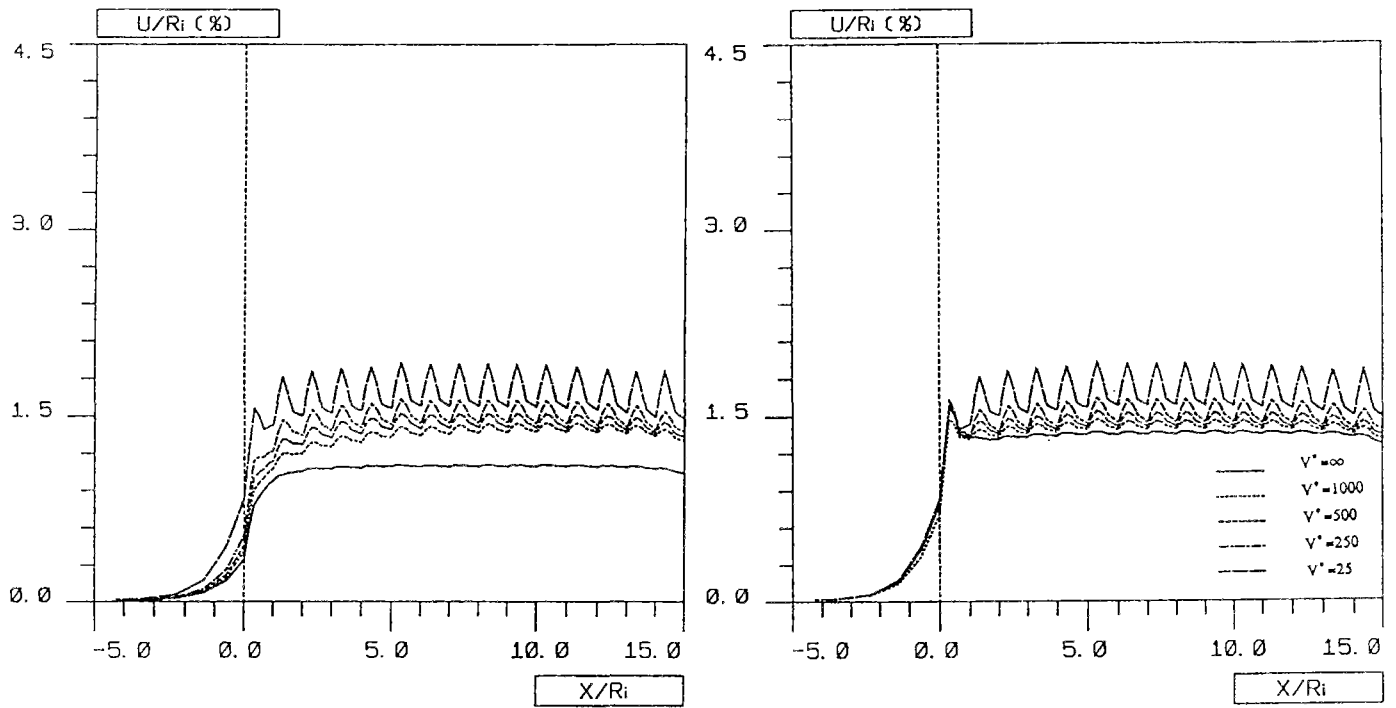
**Figures 16 (a-b) :**  
 Convergences en fonction de la distance au front pour plusieurs vitesses  $v^*$  :  
 (a) Fin de la construction - (b) Stabilisation finale du tunnel.  
 Cas avec  $K_s^* = 36$  ;  $d_0^* = 2$ .



**Figures 17 (a-b) :**  
 Convergences en fonction de la distance au front pour plusieurs vitesses  $v^*$  :  
 (a) Fin de la construction - (b) Stabilisation finale du tunnel.  
 Cas avec  $K_s^* = 360$  ;  $d_0^* = 0$ .

(a)

(b)

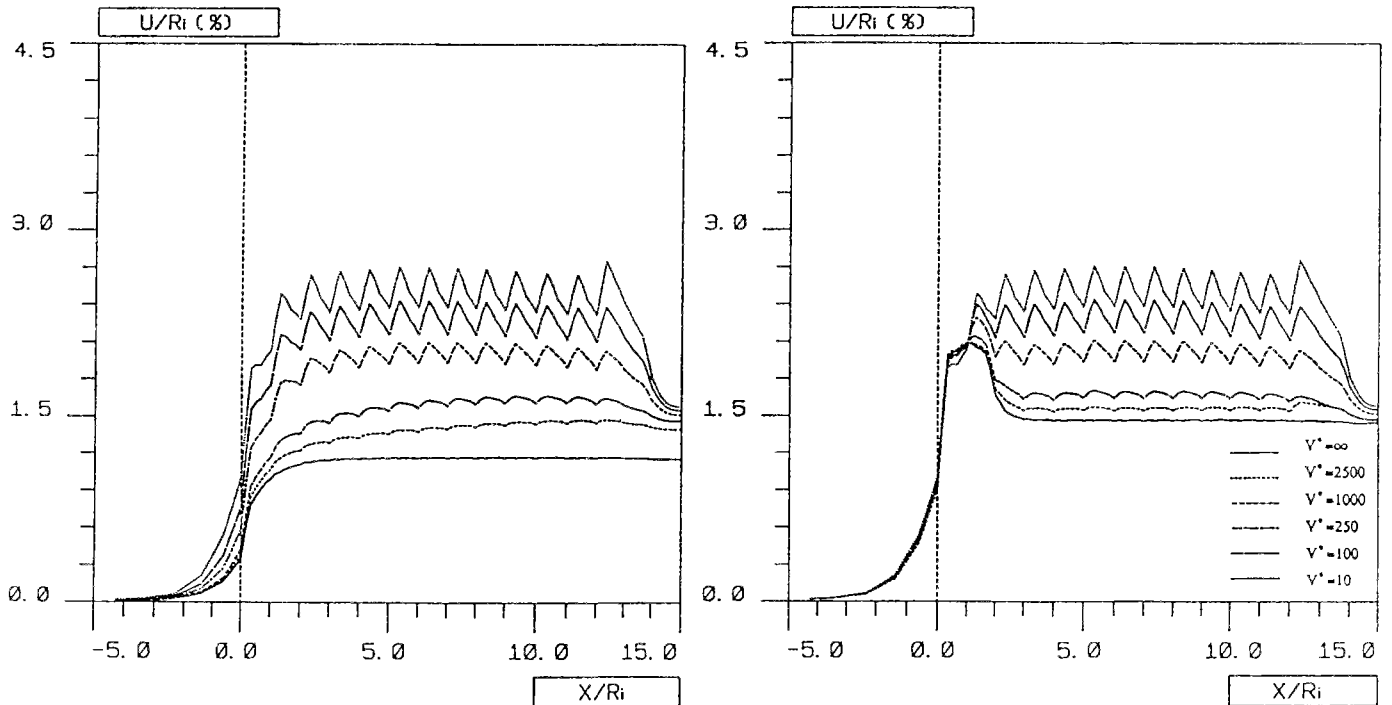


Figures 18 (a-b) :

Convergences en fonction de la distance au front pour plusieurs vitesses  $v^*$  :

(a) Fin de la construction - (b) Stabilisation finale du tunnel.

Cas avec  $K_s^* = 360$  ;  $d_0^* = 2/3$ .



Figures 19 (a-b) :

Convergences en fonction de la distance au front pour plusieurs vitesses  $v^*$  :

(a) Fin de la construction - (b) Stabilisation finale du tunnel.

Cas avec  $K_s^* = 360$  ;  $d_0^* = 2$ .

Notre méthode permet de connaître par ailleurs les déplacements à proximité du front lorsque le tunnel est entièrement stabilisé. Par exemple, si on compare les courbes de convergence issues d'un calcul avec  $v^* = 2500$ ,  $d_0^* = 2$  et  $K_s^* = 360$  (*figures 19 a-b*), on peut observer sur la seconde courbe (*19-b*) un pic de convergence sur la longueur non excavée ( $2 R_i$ ) qui n'existait pas sur la courbe non stabilisée (*figure 19-a*).

Dans notre modèle, les pics de convergence sont de deux types :

(i) Le premier type correspond au supplément de convergence entre le dernier élément de revêtement posé et le front de taille (pour  $d_0^* > 0$ ), à l'équilibre. Ce phénomène est d'autant plus marqué que la vitesse de creusement est élevée.

Par contre, si la vitesse de creusement est lente, les convergences en paroi loin du front sont plus élevées et l'ampleur de ce type de pic est donc réduite. Le pic disparaît lorsque le régime stationnaire est atteint à chaque phase de construction ( $v^* = 10$  ou  $25$  dans nos calculs).

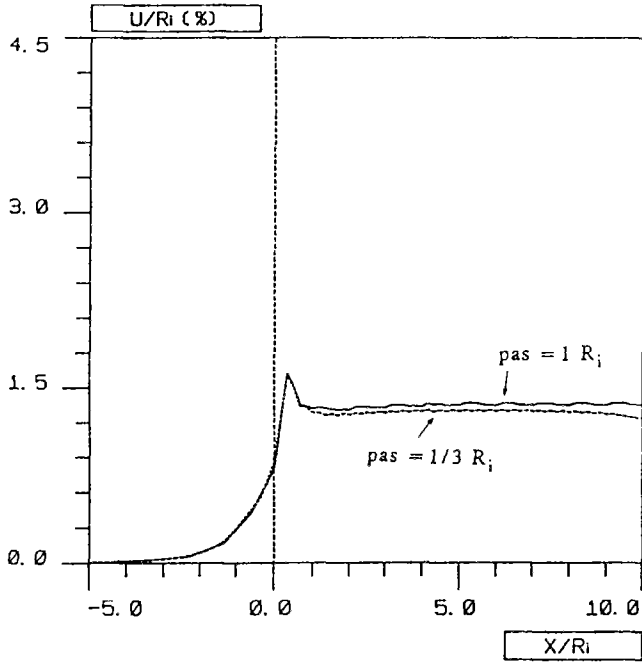
(ii) Le second type de maximum de convergence observé sur les courbes est celui qui est dû au phasage de creusement et qui a donc une périodicité égale au pas de creusement, à chaque instant. Son amplitude est constante à chaque phase de construction, et elle est d'autant plus élevée que la vitesse de creusement est faible et que le soutènement est posé loin du front.

Ce deuxième type de pic dépend directement du pas de creusement ( $1 R_i$  dans nos calculs), et l'ampleur relative de ces pics est fortement réduite avec la diminution du pas de creusement.

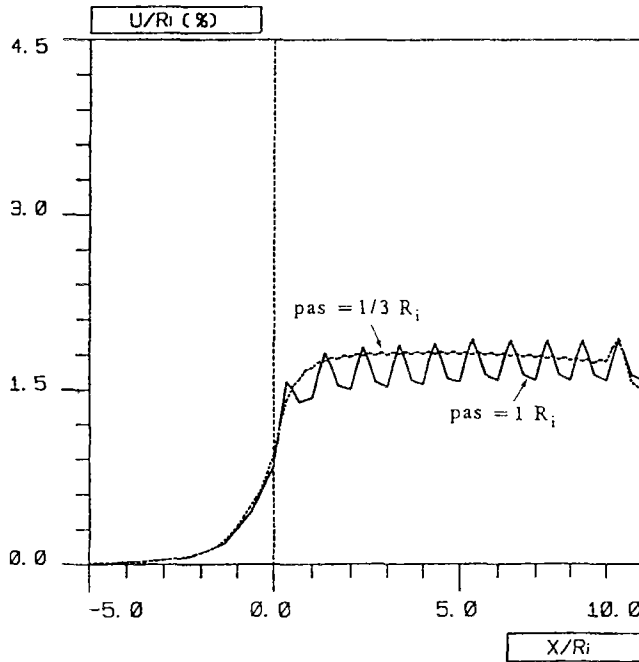
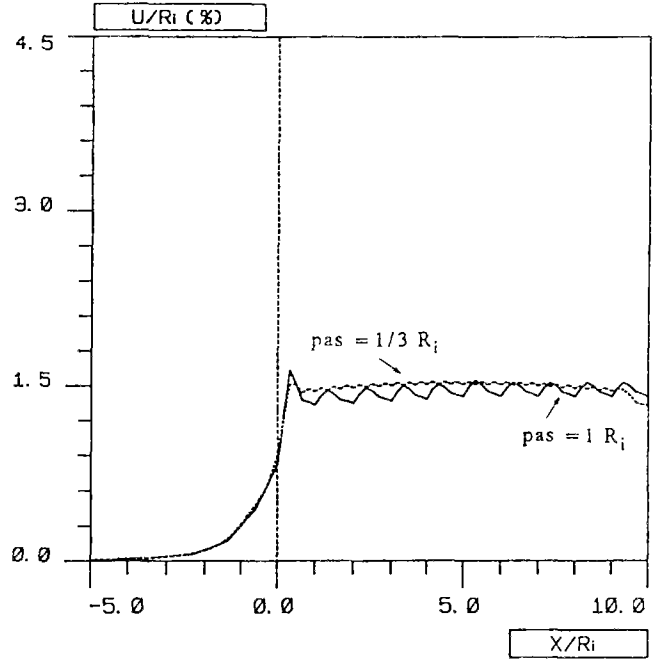
Afin d'analyser finement l'influence du pas de creusement sur les profils de convergences en paroi, un des exemples traités précédemment a été aussi modélisé avec un pas plus petit de  $1/3 R_i$  (longueur de tunnel de  $10 R_i$ ). Il s'agit du problème avec  $K_s^* = 360$  et  $d_0^* = 2/3$  pour lequel les vitesses de  $v^* = 25$  ;  $250$  et  $\infty$  ont été étudiées.

Sur les *figures 20(a-c)* sont tracés les profils des convergences à la stabilisation pour les calculs correspondant aux pas de creusement de  $1 R_i$  et  $1/3 R_i$ , et ceci pour chacune des trois vitesses.

(a)



(b)



(c)

Figures 20 (a-c) :

Profils des convergences en fonction de la distance au front pour deux pas de creusement :

a)  $v^* = \infty$  ; b)  $v^* = 500$  ; c)  $v^* = 25$ .

Les courbes issues des calculs avec un pas de  $1/3 R_i$  présentent une forme plus régulière et les pics de convergence sont presque inexistantes. Les valeurs des convergences loin du front sont à peu près les mêmes que celles correspondant aux pics des courbes issues des calculs avec un pas de  $1 R_i$ .

Ce résultat est intéressant du point de vue de la validation des calculs pour les deux pas de creusement. Lorsque l'on aura à modéliser le creusement d'un tunnel à vitesse régulière ou avec des pas de creusement plus petits, on pourra se contenter de choisir un pas plus grand, de l'ordre de grandeur du rayon du tunnel, à condition de considérer les maximums de convergence comme les plus représentatifs du modèle initial. Cette technique est évidemment intéressante car elle permet d'alléger le calcul numérique.

Sur les *figures 21 (a-d)* sont tracées les isovaleurs des déplacements radiaux dans le massif à la stabilisation finale pour certains problèmes traités dans cette étude. On peut retrouver les idées commentées ci-dessus sur ces graphiques d'isovaleurs.

Un autre paramètre important du problème concerne la valeur de la convergence  $U_0$  acquise en paroi à l'instant de la pose du soutènement. Cette valeur peut être déterminée à partir des profils de convergence de chaque phase de creusement. Sur chaque courbe,  $U_0$  correspond en effet à la convergence d'un point localisé à une distance  $d_0$  du front.

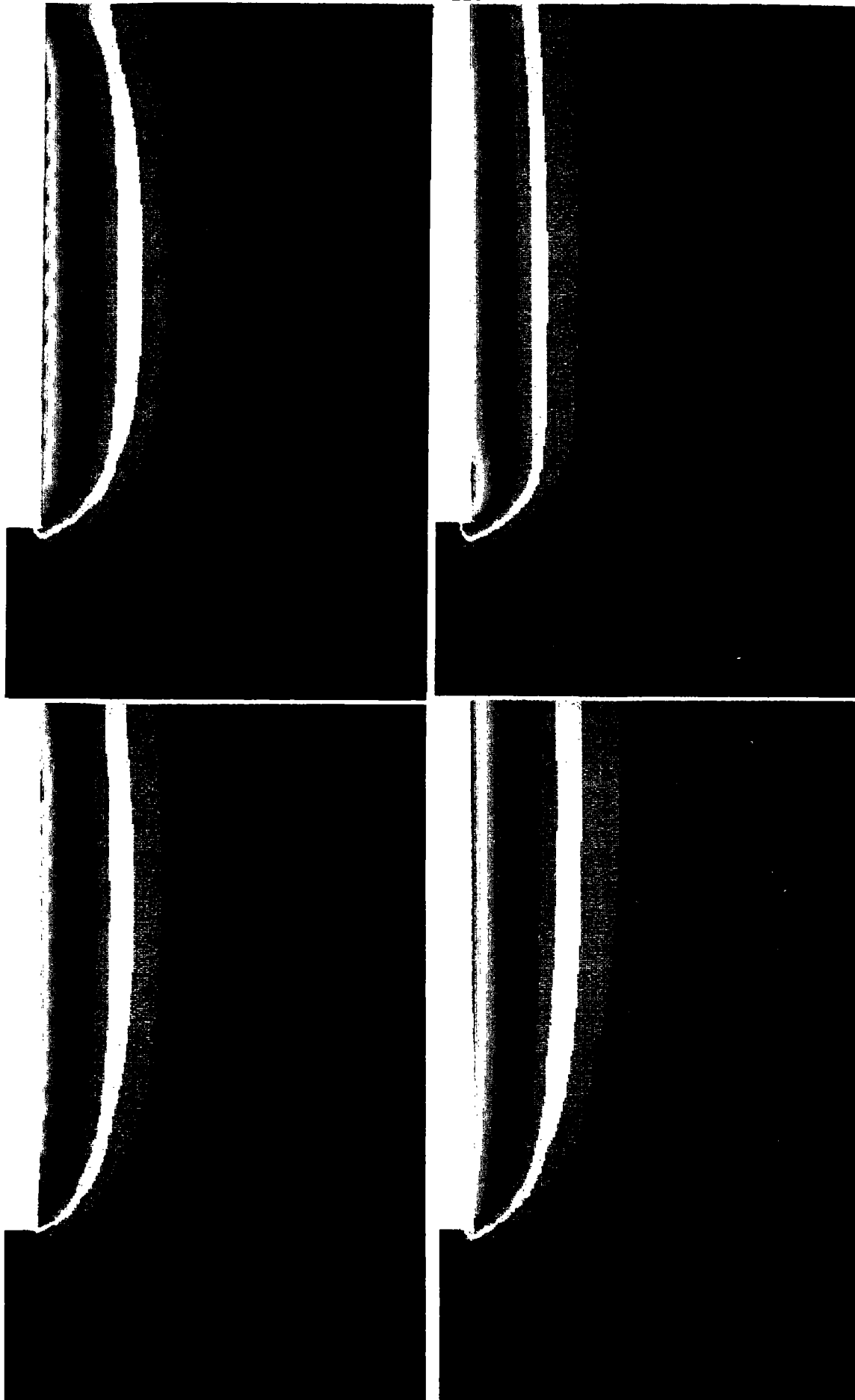
La *figure 22* montre ces profils de convergence pour quelques problèmes traités. Sur ces courbes, on constate que la valeur de  $U_0$  est la même pour chaque phase de creusement, à l'exception de la première où l'effet de bord est important.

Par ailleurs, on retrouve sur ces courbes quelques résultats classiques de ce problème, à savoir la diminution des convergences avec l'augmentation de la vitesse, ou avec l'augmentation de la distance de pose.

On a aussi pu constater que le pas de creusement a une certaine influence sur la valeur de  $U_0$ . Ainsi, si on retient la valeur de  $U_0$  issue d'un calcul avec un pas petit ( $1/3 R_i$ ) et, par conséquent, plus proche d'une vitesse constante, la valeur correspondante de  $U_0$  pour les calculs avec le pas de  $1 R_i$  est celle prise un peu plus loin, à une distance de  $d_0 + \text{pas}/3$ . La valeur de la convergence  $U_0$  ainsi déterminée, vérifie exactement la relation  $P_{eq}^* = K_s^* (U_{eq} - U_0)$  pour tous les calculs réalisés (voir tableau 2).





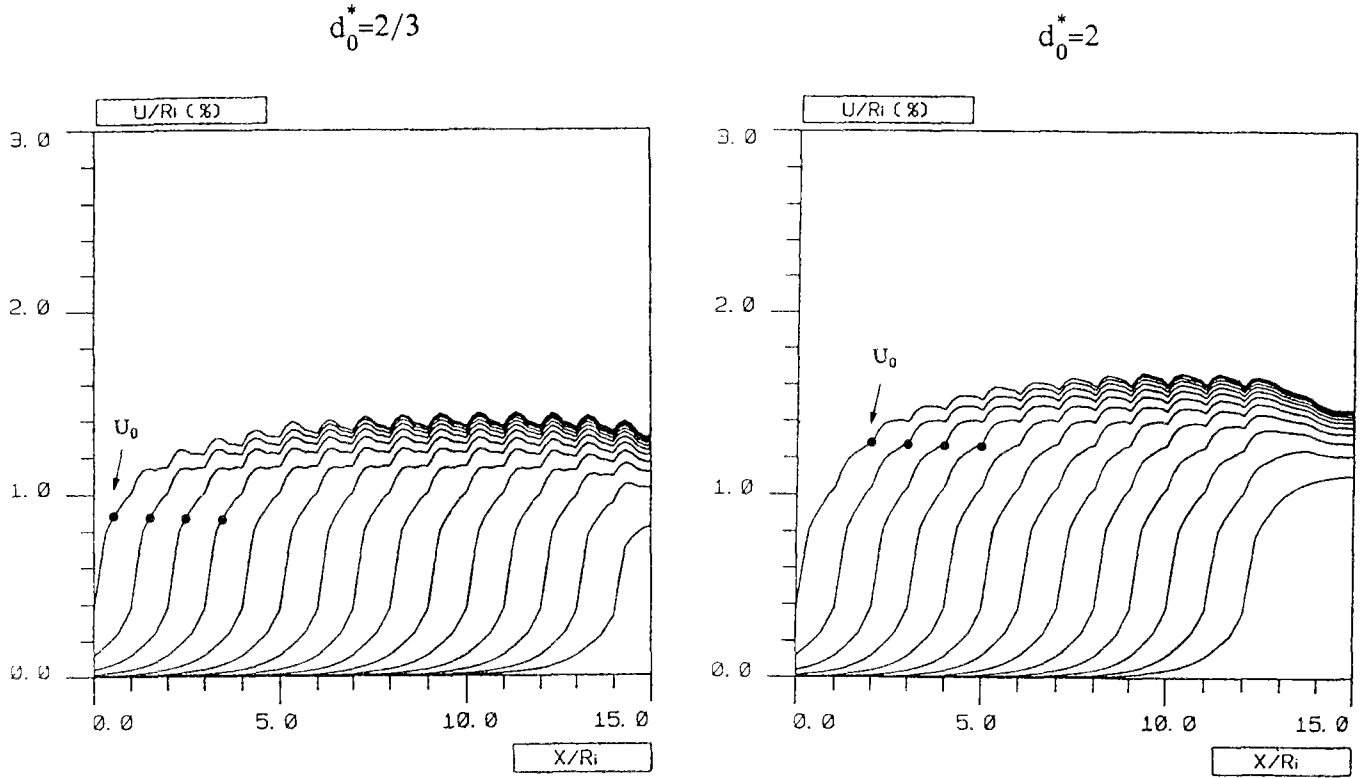


Figures 21(a-d) : Isovaleurs des déplacements  $u_r^*$  à la stabilisation pour :

a)  $K_s^* = 360$ ,  $d_0^* = 2$ ,  $v^* = 10$  - b)  $K_s^* = 360$ ,  $d_0^* = 2$ ,  $v^* = 1000$

c)  $K_s^* = 36$ ,  $d_0^* = 2$ ,  $v^* = 10$  - d)  $K_s^* = 36$ ,  $d_0^* = 2/3$ ,  $v^* = 1000$ .





Figures 22(a-b) : Profils des convergences de chaque creusement pour le problème avec  $K_s^* = 360$  et  $v^* = 1000$  ; a)  $d_0^* = 2/3$  ; b)  $d_0^* = 2$ .

#### d) Pressions dans le soutènement et contraintes dans le massif

La pression finale dans le soutènement dépendant de la convergence  $U_0$  acquise en paroi avant la pose, elle est donc aussi fonction de la vitesse de creusement  $v^*$ , de la distance de pose  $d_0^*$  et, évidemment, de la rigidité du soutènement  $K_s^*$ .

Cette dépendance est bien illustrée par les profils de pression à la stabilisation en fonction de la distance au front (figures 23-26), pour certains cas traités dans cette étude.

Les figures 23 et 24 donnent les résultats des pressions correspondant au problème avec  $K_s^* = 360$ ,  $d_0^* = 2/3$ ,  $v^* = 500$  et infini, respectivement. La figure (a) est celle obtenue par un calcul avec un pas de creusement petit ( $\text{pas} = 1/3 R_i$ ), la figure (b) correspond à un pas de  $1 R_i$ .

On peut encore une fois observer la forme irrégulière des courbes sur les *figures 23(b)* et *24(b)*, ce qui est en accord avec la forme des profils des convergences vus précédemment. Toutefois, l'ampleur des variations est faible, et on constate une bonne concordance entre les valeurs des calculs pour les deux pas de creusement.

Pour un problème donné, plus le soutènement est posé près du front, plus vite les convergences sont bloquées ; par conséquent, les pressions d'équilibre finales augmentent quand la distance de pose  $d_0$  diminue.

La *figure 25* illustre bien ce phénomène ; sur cette figure, les profils des pressions en fonction de la distance au front, pour un exemple donné, sont tracés pour une vitesse très forte ( $v^* = \text{infinie}$ ), une vitesse moyenne ( $v^* = 500$ ) et une vitesse très lente ( $v^* = 22 \approx \text{plasticité}$ ). La différence entre les deux cas extrêmes est très significative, de **40%** environ.

En ce qui concerne la rigidité du soutènement, si on compare les valeurs des pressions issues des calculs pour deux types différents de revêtement (*figures 23 et 26*), on constate que, comme prévu, la pression est plus élevée dans le cas du soutènement plus rigide (le rapport entre les deux valeurs des pressions est environ égal à 2, alors que celui entre les deux rigidités est égal à dix).

Pour tous les calculs réalisés dans cette étude, on vérifie que la pression d'équilibre finale  $P_{eq}^*$  et la convergence à la stabilisation  $U_{eq}$  forment un point qui appartient à la courbe de convergence du massif.

Par ailleurs, les valeurs de  $P_{eq}^*$  obtenues directement par le calcul numérique sont, dans la plupart des cas, presque les mêmes que celles obtenues par l'expression  $P_{eq}^* = K_s^* (U_{eq} - U_0)$  (avec les valeurs de  $U_{eq}$  et  $U_0$  issues des calculs numériques). Ces valeurs sont données sur le tableau 2 ; lorsque les profils des convergences et pressions présentent une forme irrégulière, les valeurs de  $U_{eq}$  et  $P_{eq}^*$  données dans ce tableau correspondent à des moyennes entre les valeurs maximale et minimale d'un créneau.

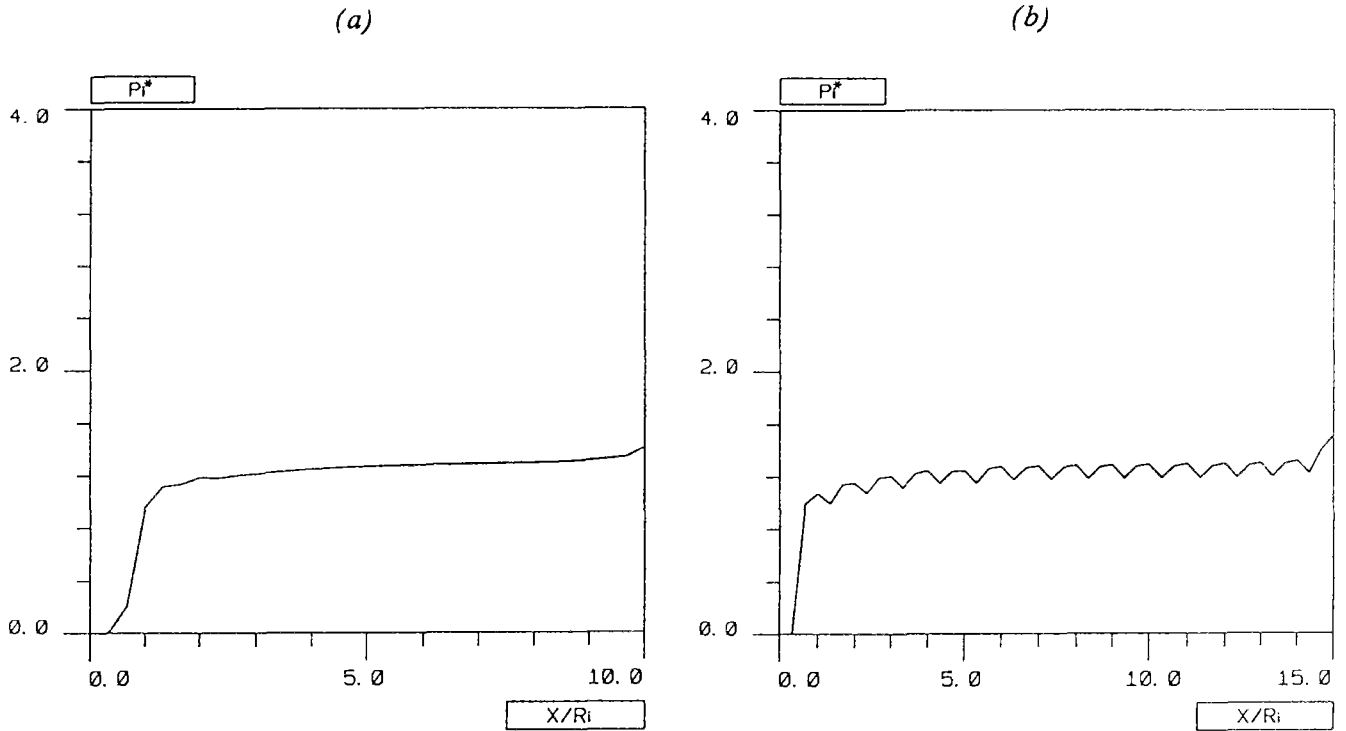


Figure 23 a-b : Pression dans le soutènement à la stabilisation en fonction de la distance au front.

Problème avec  $K_s^* = 360$ ,  $d_0^* = 2/3$ ,  $v^* = \infty$  :

(a) Calcul avec pas =  $1/3 R_i$       (b) Calcul avec pas =  $1 R_i$  .

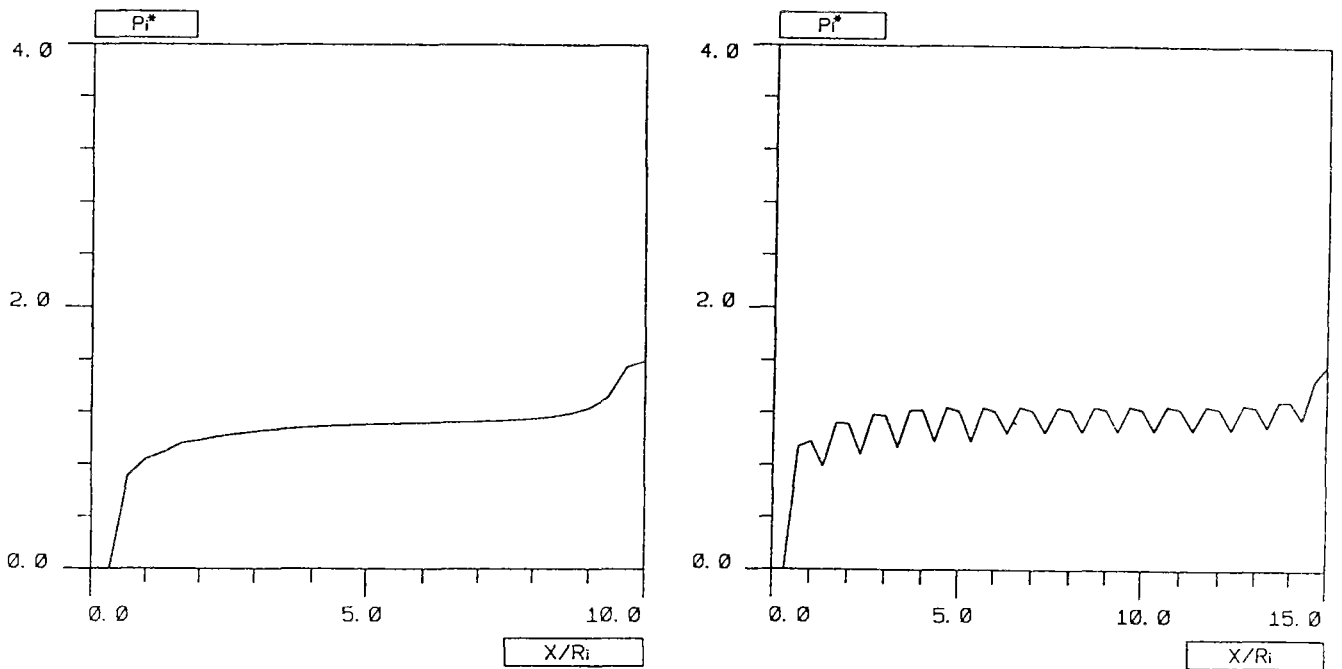


Figure 24 a-b : Pression dans le soutènement à la stabilisation en fonction de la distance au front.

Problème avec  $K_s^* = 360$ ,  $d_0^* = 2/3$ ,  $v^* = 500$  :

(a) Calcul avec pas =  $1/3 R_i$       (b) Calcul avec pas =  $1 R_i$  .

P*	v*	E <sub>m</sub> *	E <sub>s</sub> *	d <sub>0</sub> *	U <sub>eq</sub> (%)	U <sub>0</sub> (%)	P <sub>eq</sub> * (MPa)	
							(1)	(2)
4	25	500	300	0	2,61	1,05	0,51	0,56
4	250	500	300	0	2,56	0,92	0,55	0,59
4	Infinie	500	300	0	2,437	0,69	0,61	0,63
4	25	500	300	2/3	2,96	1,82	0,36	0,40
4	250	500	300	2/3	2,71	1,32	0,46	0,50
4	1000	500	300	2/3	2,61	1,17	0,51	0,52
4	2500	500	300	2/3	2,56	1,10	0,55	0,53
4	Infinie	500	300	2/3	2,51	0,95	0,58	0,56
4	10	500	300	2	3,39	2,65	0,25	0,26
4	100	500	300	2	3,20	2,35	0,31	0,31
4	250	500	300	2	2,95	1,70	0,40	0,45
4	1000	500	300	2	2,71	1,45	0,48	0,46
4	2500	500	300	2	2,63	1,25	0,50	0,50
4	Infinie	500	300	2	2,56	1,10	0,55	0,53
4	25	500	3000	0	1,21	~ 0,80	1,41	1,48
4	Infinie	500	3000	0	1,19	~ 0,70	1,47	1,76
4	25	500	3000	2/3	1,77	1,50	0,98	0,97
4	250	500	3000	2/3	1,54	1,20	1,10	1,20
4	500	500	3000	2/3	1,47	1,15	1,18	1,16
4	1000	500	3000	2/3	1,41	1,06	1,25	1,26
4	Infinie	500	3000	2/3	1,37	0,90	1,30	1,44
4	10	500	3000	2	2,56	2,40	0,55	0,58
4	100	500	3000	2	2,31	2,12	0,68	0,68
4	250	500	3000	2	2,02	1,80	0,80	0,79
4	1000	500	3000	2	1,66	1,38	1,02	1,00
4	2500	500	3000	2	1,56	1,25	1,10	1,12
4	Infinie	500	3000	2	1,47	1,11	1,20	1,30

(1) : Valeur moyenne par éléments finis,

(2) :  $P_{eq}^* = K_s^* (U_{eq} - U_0)$  avec  $U_{eq}$ ,  $U_0$  calculés par éléments finis.

Tableau 2 : Valeurs de  $U_{eq}$ ,  $U_0$  et  $P_{eq}^*$  de chaque calcul.

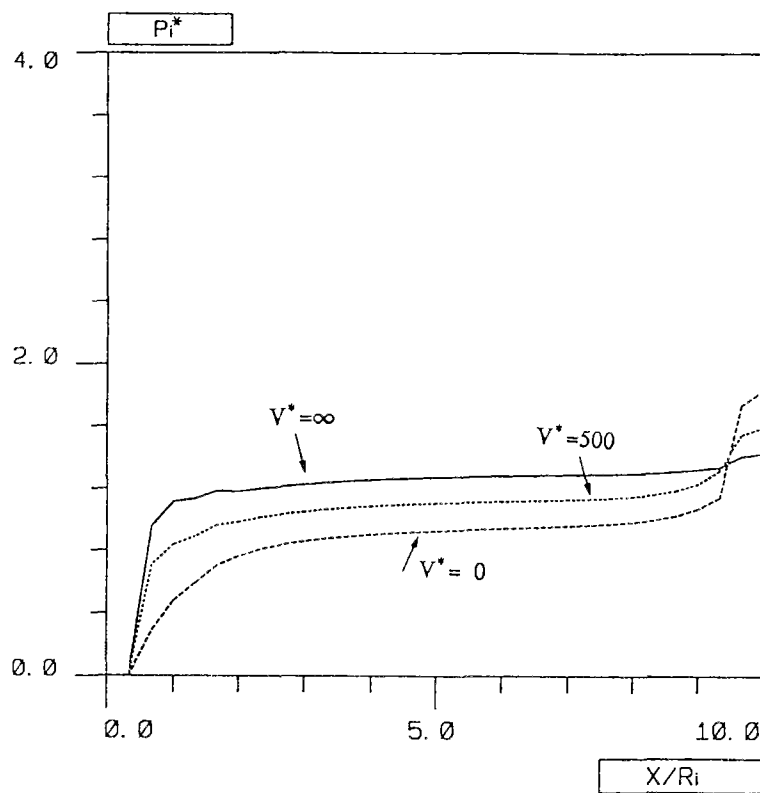


Figure 25 :

Pressions dans le soutènement à la stabilisation en fonction de la distance au front, pour plusieurs vitesses  $v^*$ . Problème avec  $K_s^* = 360$ ,  $d_0^* = 2/3$ .

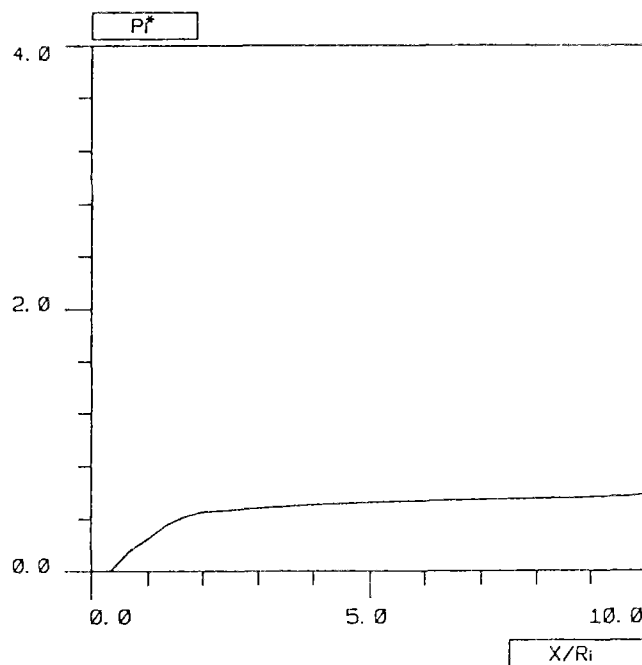


Figure 26 :

Pressions dans le soutènement à la stabilisation en fonction de la distance au front. Problème avec  $K_s^* = 36$ ,  $d_0^* = 2/3$ ,  $v^* = \infty$ .



## 7.4 - CONSTRUCTION DES ABAQUES

Les résultats les plus importants de l'étude paramétrique développée précédemment sont regroupés dans ce paragraphe sous la forme d'abaques.

Il s'agit de courbes qui représentent les valeurs des convergences ( $U_{eq}$  et  $U_0$ ) et des pressions  $P_{eq}^*$  en fonction de la vitesse réduite  $v^*$ , pour plusieurs valeurs de distance de pose  $d_0^*$  (figures 27-29), ainsi que des grandeurs  $U_{eq}$  et  $P_{eq}^*$  en fonction de la rigidité réduite  $K_s^*$ , pour plusieurs valeurs de  $d_0^*$  (figures 30-31).

Pour les calculs réalisés, la vitesse de  $v_l^* = 5000$  représente une vitesse très élevée qui simule bien une vitesse infinie, puisque au-delà de la valeur  $v_l^*$  les résultats des calculs sont insensibles à l'augmentation de la vitesse.

Rappelons que la distance  $d_0^* = 0$  correspond à un soutènement posé juste au front ; celle de  $d_0^* = \infty$  représente le cas d'un tunnel non revêtu. Dans ce dernier cas, il est évident que la convergence à l'équilibre  $U_{eq}$  ne varie pas avec la vitesse  $v^*$  et la pression  $P_{eq}^*$  est nulle.

Sur ces abaques, on retrouve les phénomènes les plus importants du problème, à savoir les relations suivantes :

- Augmentation de la vitesse  $v^*$  ;
  - Diminution des convergences  $U_{eq}$  et  $U_0$  (figures 27-28 et 30).
  - Augmentation des pressions  $P_{eq}^*$  dans le soutènement (figures 29 et 31).
- Augmentation de la distance de pose  $d_0^*$  ;
  - Augmentation des convergences  $U_{eq}$  et  $U_0$  (figures 27-28 et 30).
  - Diminution des pressions  $P_{eq}^*$  (figures 29 et 31).

- Augmentation de la rigidité  $K_s^*$  ;

→ Diminution des convergences  $U_{eq}$  et  $U_0$  (*figures 27-28 et 30*). On verra dans la partie IV plus de détails sur l'influence de la rigidité  $K_s^*$  sur la valeur de  $U_0$ .

→ Augmentation des pressions  $P_{eq}^*$  (*figures 29 et 31*).

Sur les abaques des *figures 27-29* ( $U_{eq}$ ,  $U_0$  et  $P_{eq}^*$  en fonction de  $v^*$  pour diverses valeurs de  $d_0^*$ ), on peut observer que la différence relative entre les grandeurs  $U_{eq}$ ,  $U_0$  et  $P_{eq}^*$  est d'autant plus élevée que la vitesse est faible, ce qui illustre parfaitement l'importance de la vitesse de creusement sur l'équilibre de l'ouvrage. Par ailleurs, cette différence s'accroît lorsque la rigidité  $K_s^*$  augmente.

On voit bien sur ces courbes que cet effet de la vitesse de creusement sur l'équilibre n'est vraiment sensible que dans une certaine plage de valeurs. Pour les cas traités ici, cet intervalle représente les vitesses comprises entre 0 et 2500 : ces valeurs sont susceptibles de correspondre à des cas réels de creusement (par exemple, pour la galerie cintrée :  $v^* = 1500$ ).

Quantitativement, l'effet de cette vitesse de creusement peut être considérable : si l'on regarde par exemple le cas d'un soutènement moyen posé à  $d_0^* = 2$  (*figure 27-b*), on s'aperçoit que la convergence à l'équilibre peut diminuer de l'ordre de 65% lorsqu'on passe d'un creusement à une vitesse très faible ( $v^* = 10$ ) à un autre réalisé avec une vitesse assez élevée ( $v^* = 2500$ ).

L'influence de la vitesse est aussi bien illustrée sur les *figures 30-31*, où les courbes des grandeurs  $U_{eq}$  et  $P_{eq}^*$  en fonction de la rigidité  $K_s^*$  sont tracées pour une vitesse très faible ( $v^* \approx 10$ ) et une autre très élevée ( $v^* = 5000$ ) : dans le cas extrême où  $d_0^* = 2$ , par exemple, la pression à l'équilibre  $P_{eq}^*$  peut être multipliée par un facteur 2 lorsque l'on passe d'un cas de chargement extrême à l'autre.

L'utilisation des abaques donnés dans cette étude est restreinte aux problèmes suivants :

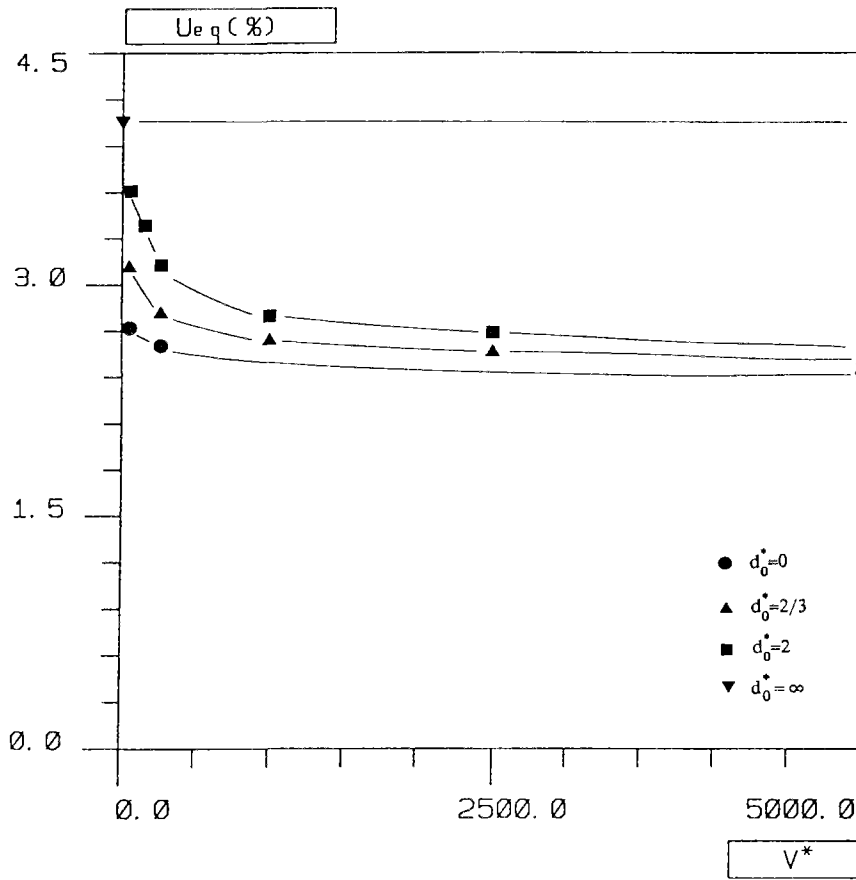
→ Abaques des figures 27-29 :

- Soutènements élastiques mous ( $K_s^* = 36$ ) et moyens ( $K_s^* = 360$ ).
- Roche viscoplastique (critère et potentiel plastique de Mises avec  $N_s = 4$ ), avec  $E_m^* = 500$  et  $P^* = 4$ .
- Distance de pose de soutènement  $0 \leq d_0^* \leq 2$ .
- Vitesse de creusement  $v^*$  quelconque.

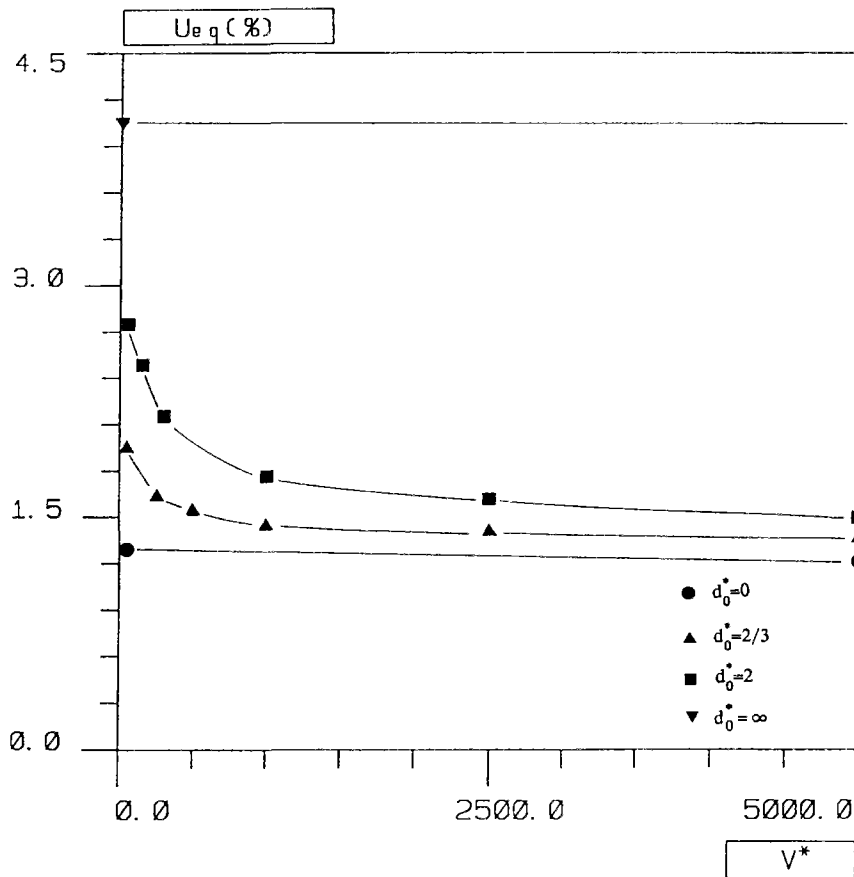
→ Abaques des figures 30-31 :

- Soutènements élastiques avec  $0 < K_s^* \leq 400$ .
- Roche viscoplastique (critère et potentiel plastique de Mises avec  $N_s = 4$ ),  
avec  $E_m^* = 500$  et  $P^* = 4$ .
- Distance de pose de soutènement  $0 \leq d_0^* \leq 2$ .
- Vitesses de creusement : faible ( $v^* = 0$ ) et très élevée ( $v^* = \infty$ ).

Ainsi, pour les tunnels avec ces caractéristiques, un grand nombre de cas peuvent être traités tous simplement en connaissant la vitesse réelle de creusement  $V$ , le rayon du tunnel  $R_i$ , la viscosité  $\eta$  et la cohésion  $C$  de la roche, et évidemment la rigidité  $K_s$  du soutènement posé à la distance  $d_0$ . Le calcul du paramètre  $v^* = (\eta V)/(R_i C)$  permet ensuite de déterminer les grandeurs  $U_{eq}$ ,  $U_0$  et  $P_{eq}^*$ .



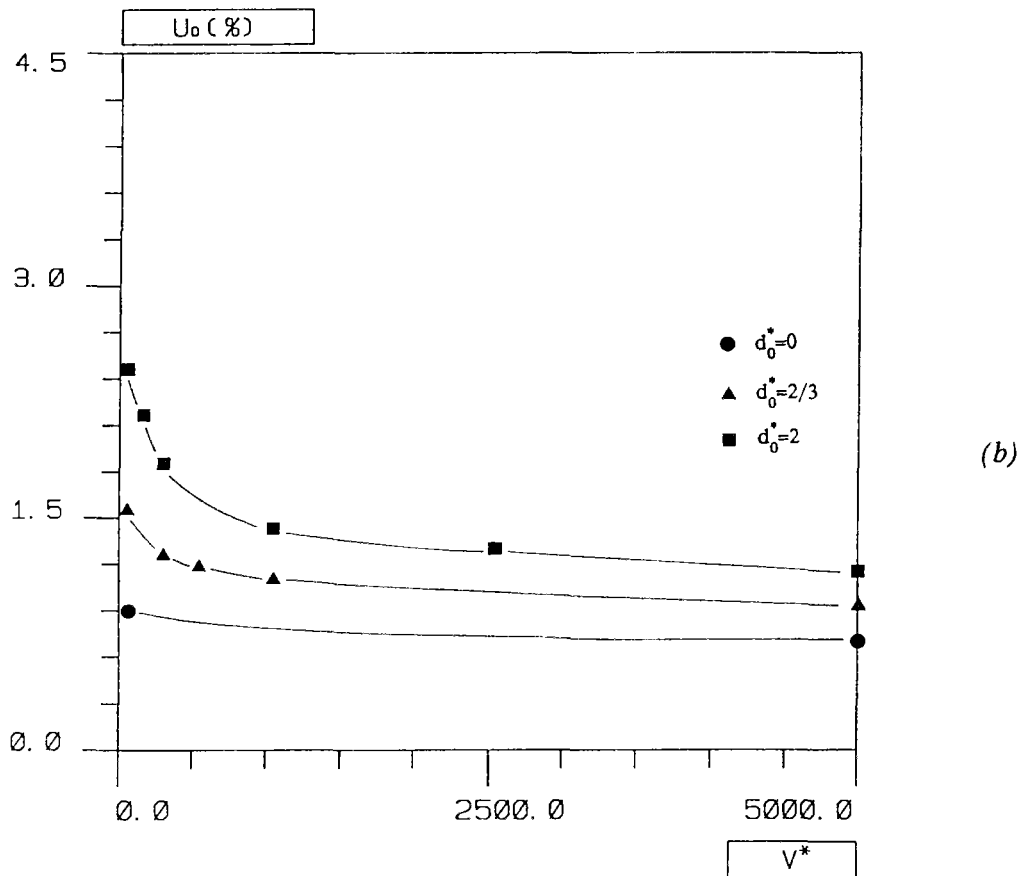
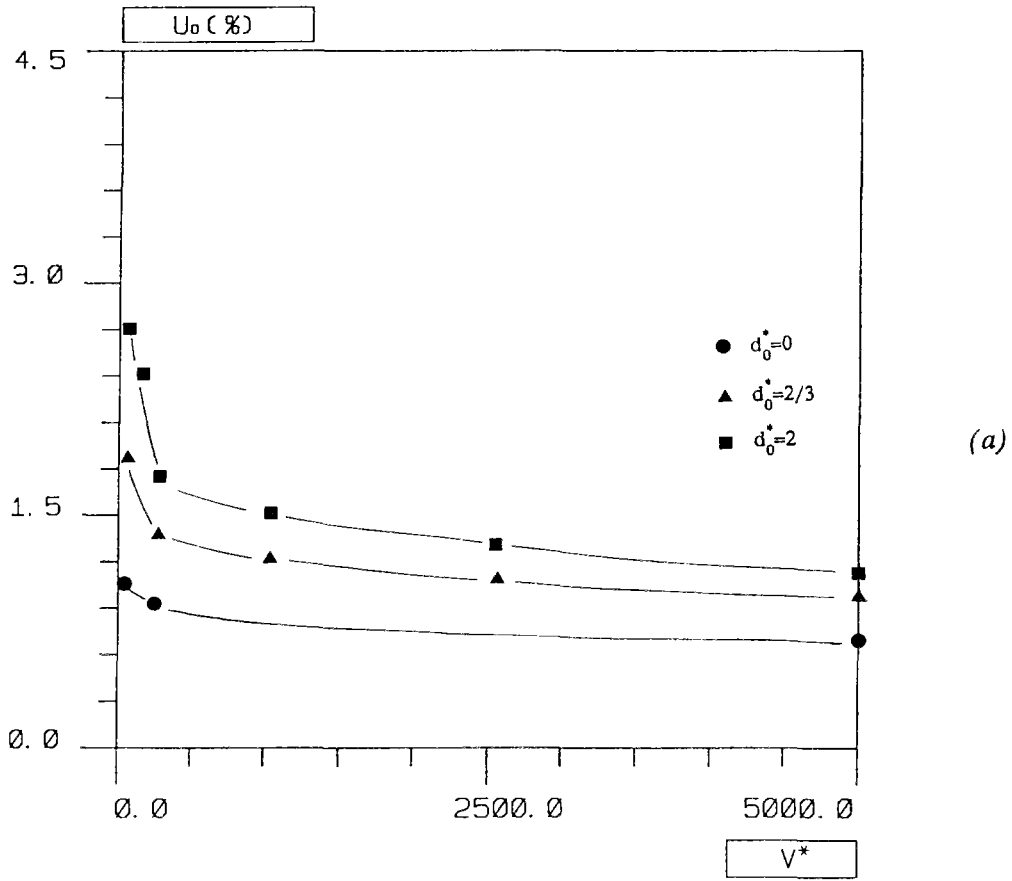
(a)



(b)

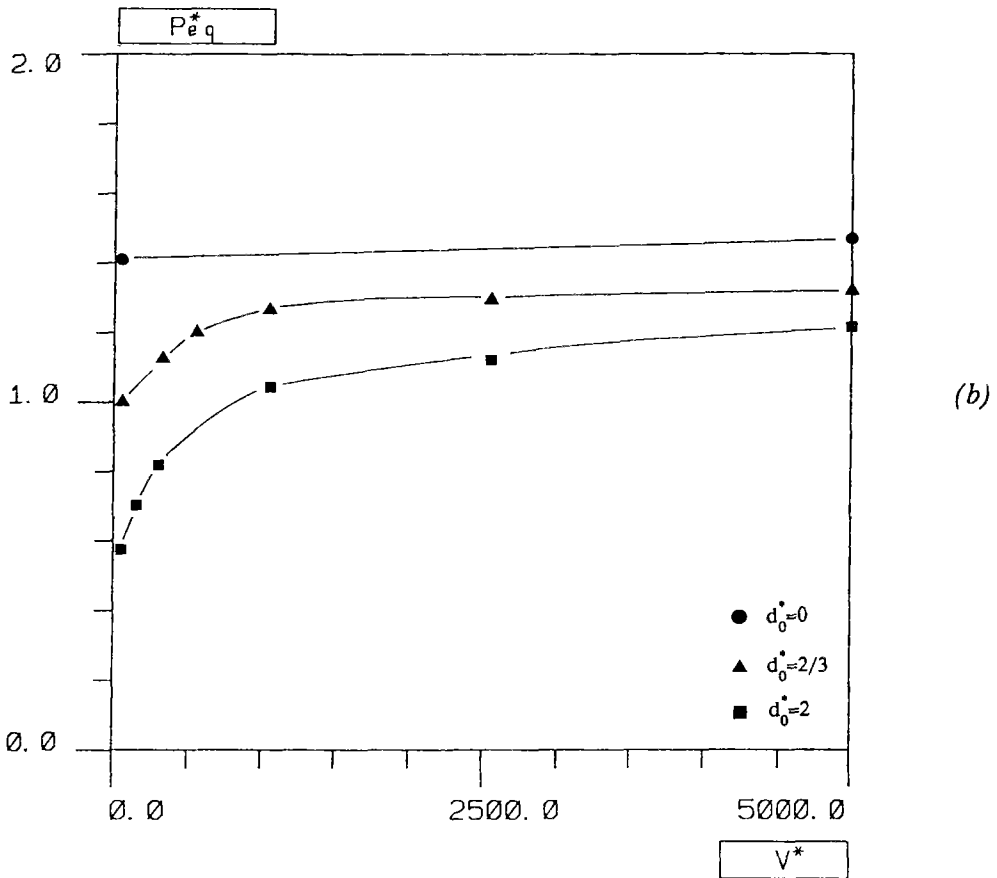
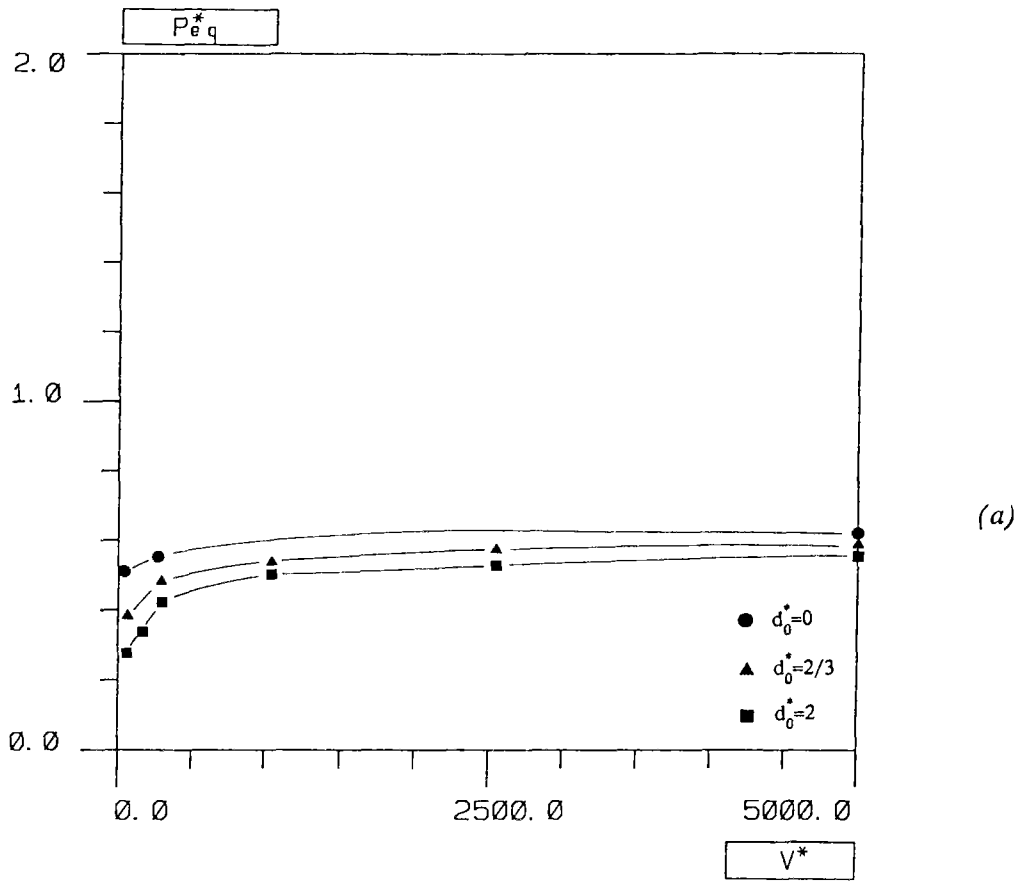
Figures 27(a-b) : Abaques de  $U_{eq}$  en fonction de  $v^*$  pour plusieurs valeurs de  $d_0^*$  :

(a)  $K_s^* = 36$  ; (b)  $K_s^* = 360$ .

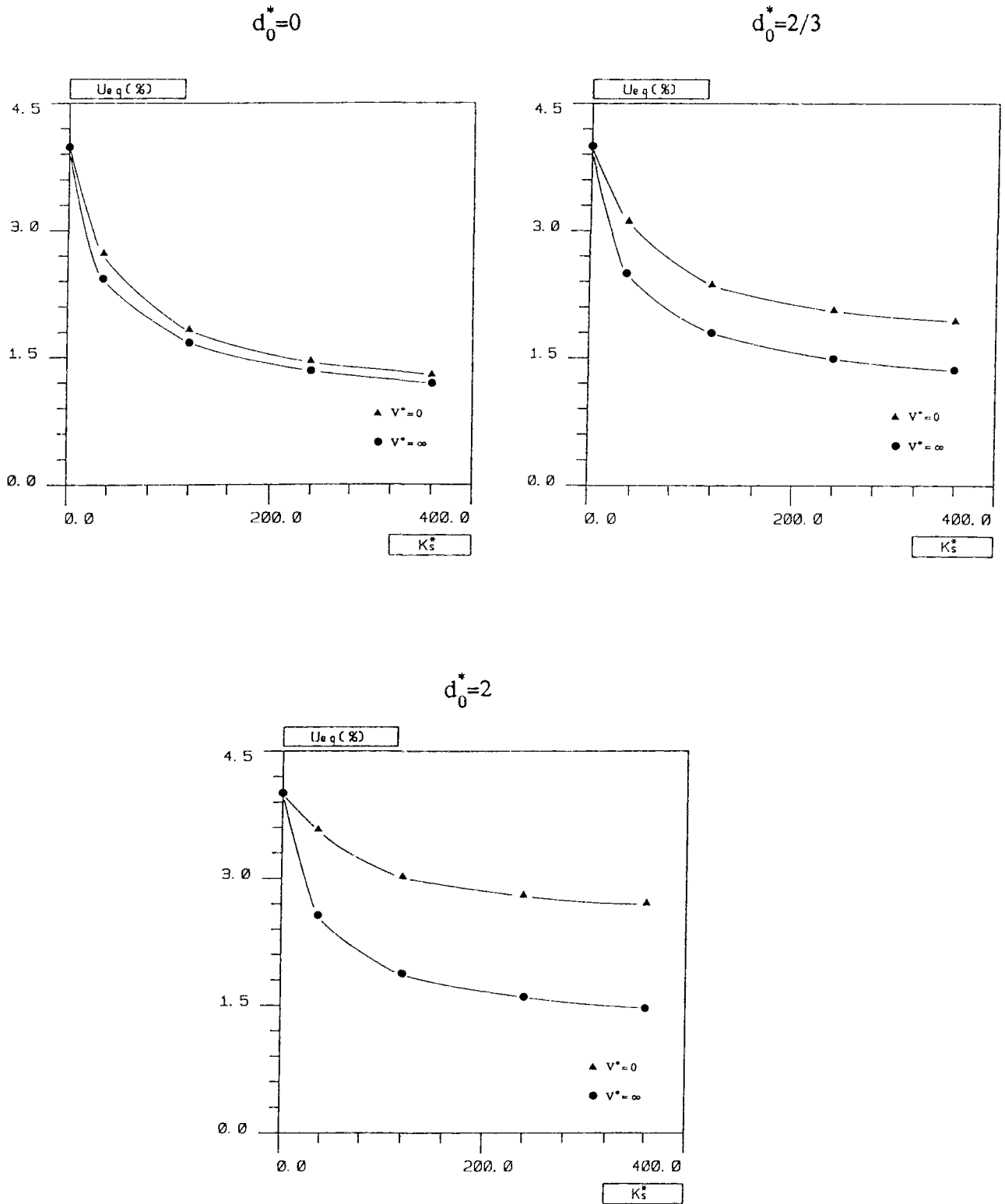


Figures 28(a-b) : Abaques de  $U_0$  en fonction de  $v^*$  pour plusieurs valeurs de  $d_0^*$  :

(a)  $K_s^* = 36$  ; (b)  $K_s^* = 360$ .

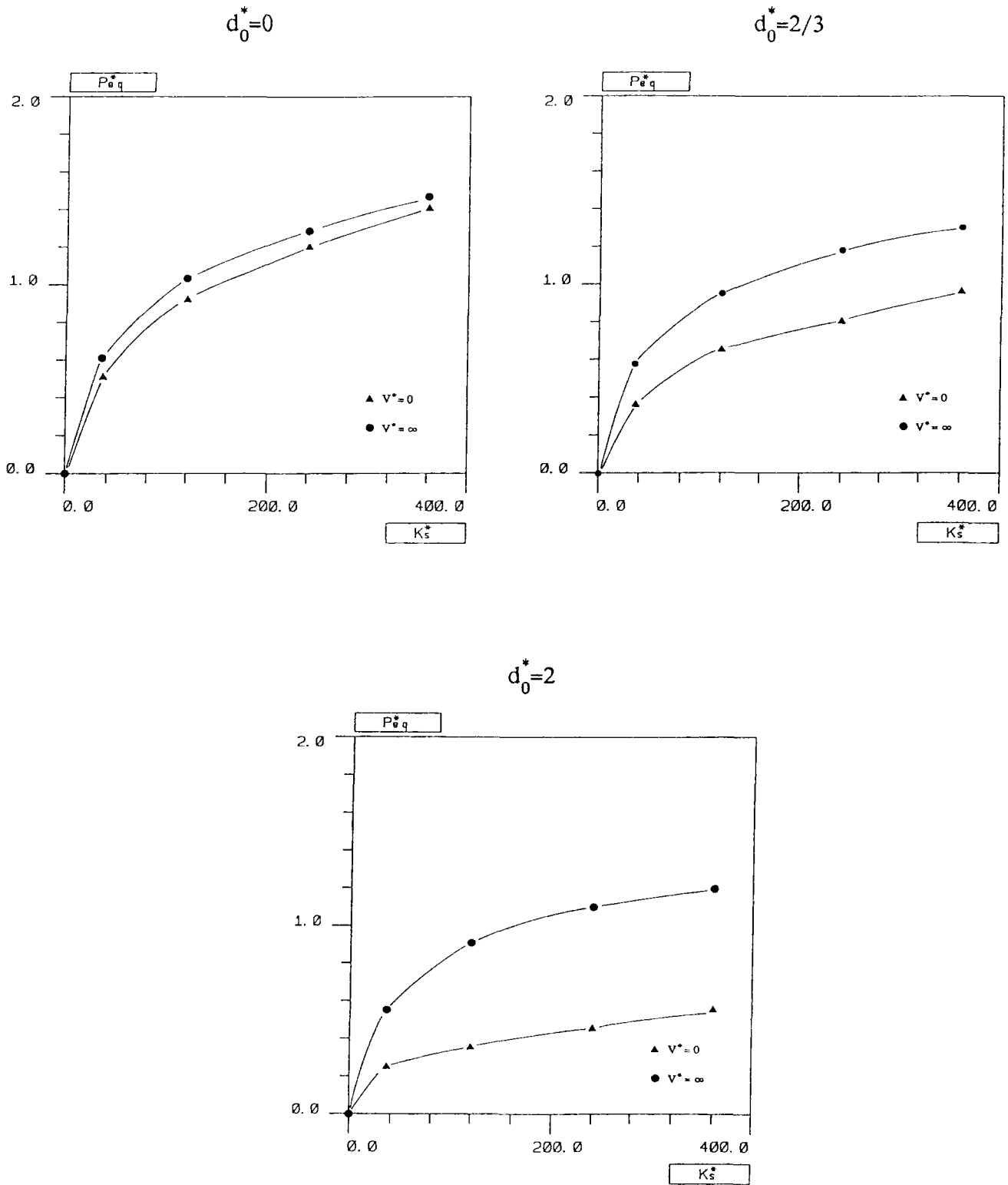


Figures 29(a-b) : Abaques de  $P_{eq}^*$  en fonction de  $v^*$  pour plusieurs valeurs de  $d_0^*$  :  
 (a)  $K_s^* = 36$  ; (b)  $K_s^* = 360$ .



Figures 30(a-c) : Abaques de  $U_{eq}$  en fonction de  $K_s^*$  pour  $v^* = 0$  et  $v^* = \infty$  :

(a)  $d_0^* = 0$  ; (b)  $d_0^* = 2/3$  ; (c)  $d_0^* = 2$ .



Figures 31(a-c) : Abaques de  $P_{eq}^*$  en fonction de  $K_s^*$  pour  $v^* = 0$  et  $v^* = \infty$  :

(a)  $d_0^* = 0$  ; (b)  $d_0^* = 2/3$  ; (c)  $d_0^* = 2$ .



• *Application à un cas réel :*

Afin d'illustrer l'utilisation des abaques, nous allons traiter le cas de la galerie pilote de Mol (Rousset et al., 1988), construite à 230m dans l'argile de Boom.

Cette galerie a été réalisée avec une vitesse de 0,2m/jour. Son revêtement est constitué d'anneaux en béton de 33cm d'épaisseur, dont la rigidité vaut  $K_s = 200$  MPa, et il est posé à une distance  $d_0 = R_i$  du front.

Sa vitesse réduite  $v^*$  peut être calculée à l'aide des paramètres réels suivants :

$$\begin{aligned}\eta &= 3000 \text{ MPa.jour} \\ R_i &= 2\text{m} \\ C &= 1 \text{ MPa} \\ V &= 0,2\text{m/jour.}\end{aligned}$$

Ce qui donne la valeur de  $v^* = 300$ . Par ailleurs, on a  $K_s^* = 200$  et  $d_0^* = 1$ .

Compte tenu des valeurs de  $v^*$  et  $d_0^*$ , les abaques des *figures 27-29* nous donnent :

$$\begin{aligned}- \text{ Pour } K_s^* &= 36 \rightarrow U_{eq} = 3,0\% ; P_{eq} \approx 0,42 \text{ MPa} ; \\ - \text{ Pour } K_s^* &= 360 \rightarrow U_{eq} = 2,0\% ; P_{eq} \approx 1,05 \text{ MPa.}\end{aligned}$$

D'après ces valeurs, lorsque  $K_s^* = 200$ , on peut estimer la convergence de  $U_{eq} \approx 2,50\%$  et la pression d'équilibre dans le soutènement de l'ordre de **0,74 MPa**.

D'autre part, on sait que la vitesse de 0,2m/jour est très faible. Si on suppose un creusement par tunnelier, à vitesse constante, on peut bien imaginer une vitesse de 10m/jour, ce qui conduit à  $v^* = 15000$ . Cette valeur de  $v^*$  étant très élevée, on peut l'assimiler à  $v_l^*$  et utiliser directement les abaques des *figures 30 et 31*, qui donnent  $P_{eq} = 1,10$  MPa et  $U_{eq} = 1,60\%$  pour  $K_s^* = 200$ .

On voit donc qu'une vitesse de creusement plus élevée, toutes les autres données du problème étant égales, conduit à une convergence à l'équilibre plus faible.

Toutefois, la comparaison directe de ces résultats, avec ceux de la modélisation de la galerie pilote, n'est pas entièrement satisfaisante, puisque dans notre étude on utilise une loi de comportement simple (critère et potentiel de Mises) et non le comportement réel de l'argile de Mol (seuil viscoplastique avec écrouissage).

D'autre part, dans notre étude  $P^* = 4$ , ce qui n'est pas le cas dans la galerie pilote de Mol où  $P_\infty = 4$  MPa, mais la cohésion à long terme est bien inférieure à 1 MPa.

Le but ici est uniquement de montrer que cet exemple réel illustre bien l'influence de la vitesse de creusement sur le comportement à long terme de l'ouvrage.

<p style="text-align: center;"><b>CONCLUSIONS SUR LA MODELISATION DU CREUSEMENT DES TUNNELS DANS DES MILIEUX VISCOPLASTIQUES</b></p>
--

L'étude sur le creusement des tunnels présentée dans cette partie III nous a permis de mieux comprendre les phénomènes mécaniques les plus importants liés à l'influence de l'avancement du front de taille.

La méthode d'activation/désactivation des éléments en axisymétrie, implantée dans notre code numérique, traite des problèmes de creusement pas à pas des tunnels dans des milieux homogènes, isotropes et élastoviscoplastiques.

Elle permet une modélisation exacte des tunnels seule à même de tenir compte du processus réel de construction qui alterne les étapes d'excavation avec celles de la pose du soutènement. Son application étant assez simple, nous avons pu réaliser un certain nombre d'abaques utiles pour des applications pratiques.

Le résultat essentiel de cette étude est la mise en évidence de *l'influence de la vitesse de creusement sur l'équilibre* à long terme des ouvrages construits dans les roches viscoplastiques. Par exemple, on a montré que la convergence du tunnel peut diminuer de l'ordre de 60% lorsqu'on passe d'une vitesse très faible à une vitesse très élevée, toutes choses étant égales par ailleurs.

En particulier, notre étude paramétrique a montré :

- La diminution des convergences à l'équilibre ( $U_{eq}$ ) avec l'augmentation de la vitesse de creusement  $v^*$ , l'augmentation de la rigidité  $K_s^*$  et avec la diminution de la distance de pose  $d_0^*$ .

- • L'augmentation de la pression de soutènement à l'équilibre avec l'augmentation de la vitesse  $v^*$ , la diminution de la distance de pose  $d_0^*$  et évidemment avec l'augmentation de la rigidité  $K_s^*$ .

Par ailleurs, on peut estimer que ces conclusions sont aussi valables pour d'autres lois de comportement viscoplastiques plus complexes (lois non associées, seuils viscoplastiques avec écrouissage, exposant du critère supérieur à 1, etc...).

L'outil numérique développé dans ce travail permet d'envisager l'étude des problèmes des tunnels avec des hypothèses plus complexes, notamment au niveau des lois de comportement et au niveau de l'histoire du chargement.

Par la suite, dans la partie IV, à l'aide de la méthode précédente, nous allons étudier le problème du creusement des tunnels dans des milieux sans effets différés, élastiques et élastoplastiques notamment.

PARTIE IV

<p>METHODES SIMPLIFIEES</p> <p>DE CALCUL DES TUNNELS PROFONDS</p>
---

INTRODUCTION

CHAPITRE 8 - ANALYSE CRITIQUE DE LA METHODE  
CONVERGENCE-CONFINEMENT

CHAPITRE 9 - PROPOSITION D'UNE NOUVELLE METHODE IMPLICITE DE  
CALCUL DES TUNNELS DANS LES MILIEUX ELASTIQUES

CONCLUSIONS SUR LA PARTIE IV



## INTRODUCTION A LA PARTIE IV

L'objectif de cette dernière partie est d'apporter une contribution à la modélisation des tunnels soutenus par des méthodes approchées simples, telles que la méthode convergence-confinement.

La méthode de calcul de tunnels profonds (activation/désactivation des éléments en axisymétrie) utilisée précédemment est d'un maniement simple et rapide ; elle nous permet dans cette partie de réaliser une étude comparative entre les résultats donnés par celle-ci et ceux découlant de la méthode approchée convergence-confinement.

Contrairement aux chapitres précédents, nous nous intéressons maintenant uniquement au cas des tunnels dans des milieux élastiques et plastiques.

Les conclusions de l'étude comparative entre les deux méthodes mettent en évidence les précautions nécessaires à prendre en compte lorsqu'on utilise la méthode CV-CF.

Nous proposons alors, dans le dernier chapitre, une nouvelle méthode approchée, valable dans le domaine de l'élasticité et fondée sur les principes de la méthode convergence-confinement.



CHAPITRE 8 :

ANALYSE CRITIQUE DE LA METHODE  
CONVERGENCE-CONFINEMENT





## 8.1 - INTRODUCTION

Dans la partie III, nous avons développé une méthode numérique de calcul des tunnels qui tient compte de l'aspect tridimensionnel dû à l'avancement du front de taille, lorsqu'on se place dans des hypothèses simplificatrices (notamment section du tunnel circulaire et massif homogène et isotrope).

L'objectif de chapitre est d'appliquer cette méthode numérique aux calculs des tunnels soutenus dans des milieux élastiques et élastoplastiques et à comparer les résultats obtenus à ceux que donne la méthode "convergence-confinement".

Rappelons que la méthode "convergence-confinement" est une méthode qui propose une approximation du problème 3D par un problème plan en déformations planes. Il s'agit d'une méthode assez simple, qui est actuellement largement utilisée dans les bureaux d'études.

Ensuite, à partir de la comparaison des résultats, on effectuera une analyse critique de cette méthode ; on proposera enfin dans le chapitre 9 une adaptation majeure de celle-ci dans le cas du comportement élastique.

## 8.2 - RAPPEL DE LA METHODE CONVERGENCE-CONFINEMENT

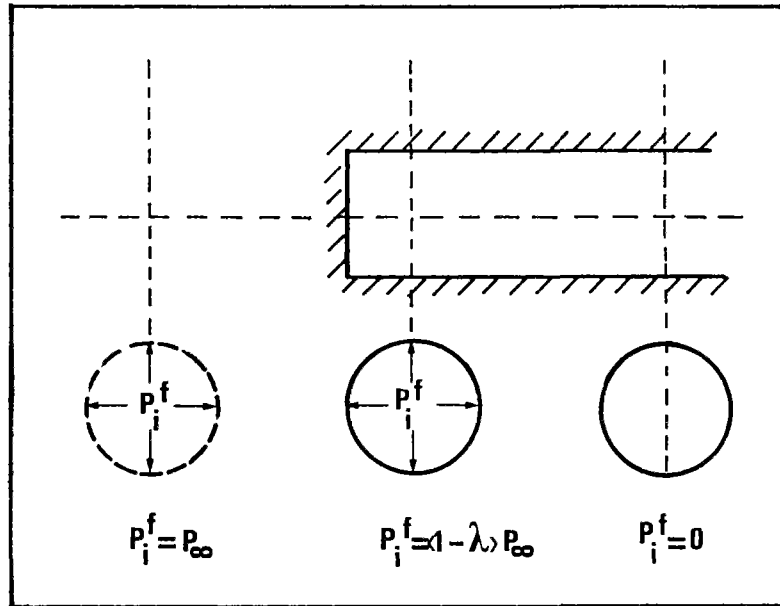
La méthode convergence-confinement est une méthode de dimensionnement des tunnels qui tient compte de l'interaction entre deux structures : le massif d'une part, et la structure constituée par le revêtement d'autre part.

L'hypothèse de base de la méthode est celle qui ramène le problème d'excavation essentiellement tridimensionnel à un problème équivalent en déformations planes. Dans ce qui suit, on ne s'intéresse qu'aux cas où le problème a la symétrie cylindrique.

Dans la méthode convergence-confinement, l'effet de l'avancement du front (creusement du tunnel) est simulé par une pression radiale fictive  $P_1^f$  sur la paroi de la section, qui a initialement la valeur de la pression  $P_\infty$  régnant dans le massif avant l'excavation et décroît ensuite jusqu'à zéro (section très éloignée du front).

La définition de  $P_1^f$  est simple : pour une distance  $x$  entre la section d'étude et le front de taille donnée,  $P_1^f(x)$  est la pression uniforme qu'il faut appliquer à la paroi du tunnel traité en déformation plane (2D), pour obtenir la même convergence que celle donnée par le calcul réel (3D).

La *figure 1* illustre le principe de la méthode dans le cas d'une galerie circulaire creusée dans un milieu infini, homogène et isotrope.



*Figure 1* : Principe de la méthode convergence-confinement  
(d'après Panet, Guénot, 1982).

La pression fictive  $P_i^f$  est définie par :

$$P_i^f(x) = (1 - \lambda(x)) P_\infty \quad (8.1)$$

Où  $\lambda(x)$  est le taux de déconfinement qui varie entre 0 et 1 (Panet et al, 1982). En élasticité, comme la courbe de convergence du massif est une droite,  $\lambda$  est simplement égal au rapport entre la convergence d'une section à une distance  $x$  du front de taille et celle d'une section très éloignée du front ( $x = \infty$ ), soit :

$$\lambda(x) = \frac{U_i(x)}{U_i(x = \infty)} \quad (8.2)$$

avec :

$$U_i(x = \infty) = \frac{1 + \nu}{E} P_\infty \quad (8.3)$$

Toutefois, l'équation (8.2) n'est plus valable dans le cas des milieux à comportements non linéaires (plasticité, viscoplasticité, ...).

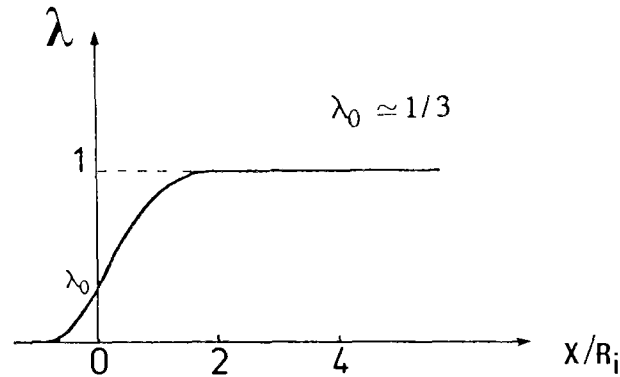


Figure 2 : Taux de confinement  $\lambda(x)$  en fonction de la distance au front, en élasticité.

Ainsi, le problème initial 3D se ramène à un problème de déformation plane dans un plan perpendiculaire à l'axe du tunnel. Dans le cas où un soutènement est posé, on étudie donc une section du tunnel soumise à une pression  $P_i$  en paroi qui vaut :

$$\begin{cases} P_i = P_i^f & : \text{avant pose du soutènement,} \\ P_i = P_i^f + P_i^s & : \text{après la pose du soutènement à une distance } d_0 \text{ du front} \\ & \text{de taille, } P_i^s \text{ étant la pression exercée par le soutènement} \\ & \text{sur le massif.} \end{cases}$$

Rappelons que dans le cas du soutènement élastique, la pression  $P_i^s$  vaut :

$$P_i^s = K_s (U_i(x) - U_i(d_0)) \quad (8.4)$$

Avec

$$\begin{aligned} U_i(x) & : \text{convergence en paroi d'une section à une distance } x \text{ du front} \\ U_i(d_0) = U_0 & : \text{convergence en paroi à l'instant de la pose du soutènement,} \\ & \text{à une distance } d_0 \text{ du front} \end{aligned}$$

Compte tenu des hypothèses précédentes, il n'y a plus que deux paramètres fondamentaux qui traduisent l'interaction entre le massif et le soutènement : la *convergence*  $U_i$  et la *pression intérieure*  $P_i$ .

On peut maintenant définir deux courbes fondamentales dans le diagramme  $(P_i, U_i)$  :

(i) **La courbe de convergence**, qui ne fait intervenir que le comportement du massif. C'est la courbe qui donne la convergence  $U_i$  de la paroi en fonction de la pression  $P_i$  appliquée sur cette paroi ( $0 < P_i < P_\infty$ ). Lorsque  $P_i = P_\infty$ , la convergence est nulle.

On peut tracer cette courbe par voie analytique, lorsque le comportement de la roche est assez simple (Nguyen M.D. et al., 1979 ; Brown et al, 1983), ou bien par voie numérique (modèles 1D car axisymétriques en déformation plane) (Panet et al, 1974).

Pour construire cette courbe, on choisit souvent un "chargement" monotone (on fait décroître  $P_i$  de  $P_\infty$  à 0). De plus, on fait l'hypothèse que la déformée du système, à chaque étape du chargement, conserve la symétrie cylindrique.

Compte tenu de ces deux hypothèses, la courbe de convergence du massif est en général unique.

(ii) **La courbe de confinement**, qui ne fait intervenir que le comportement du soutènement. Cette courbe donne la convergence de l'anneau que constitue le soutènement en fonction de la pression  $P_i$  appliquée sur sa face externe.

Sur la *figure 3*, nous avons tracé un exemple de courbes caractéristiques d'un massif élastoplastique et d'un soutènement élastique (le cas d'un soutènement non élastique est bien illustré dans le chapitre 5 : modélisation de la galerie cintrée).

L'intersection de ces deux courbes représente le point d'équilibre  $(P_{eq}, U_{eq})$  final pour lequel la stabilisation du tunnel est atteinte. Les valeurs  $P_{eq}$  et  $U_{eq}$  sont donc la solution unique du problème d'interaction, lorsque le front est loin de la section d'étude ( $P_i^f = 0$ ).

On peut noter que dans ce diagramme  $(P_i, U_i)$ , la courbe de convergence se "place" de façon automatique, puisque le point  $(P_\infty, 0)$  appartient nécessairement à cette courbe. Par contre, pour positionner la courbe de confinement, il faut se fixer un point. De façon naturelle, on choisit le point pour lequel  $P_i^s = 0$ , c'est-à-dire celui dont l'abscisse correspond à la convergence  $U_0$  de la section du tunnel au moment où l'on place le soutènement.

D'après cette analyse, on constate que le problème essentiel posé par cette méthode est d'estimer cette convergence  $U_0$  acquise en paroi du tunnel à l'instant de la pose du soutènement à une distance  $d_0$  du front de taille.

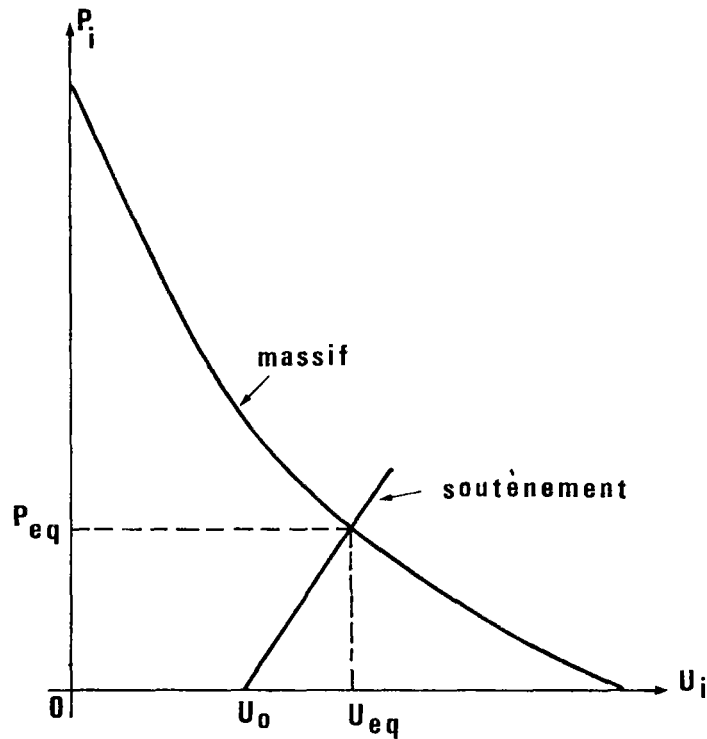


Figure 3 : Courbes caractéristiques du massif et du soutènement.

L'application de cette méthode nécessite donc en particulier la connaissance de la pression fictive, qui est une fonction de  $x$ , au moment de la pose du soutènement. A cet instant, la valeur de cette pression est donnée par  $P_i^f(d_0) = (1 - \lambda(d_0)) P_\infty$ , et correspond donc, par l'intermédiaire de la courbe de convergence, à la valeur de la convergence  $U_0$ .

Dans l'approche généralement utilisée dans la méthode convergence-confinement, on considère que cette convergence  $U_0$  (ou bien  $P_i^f(d_0)$ ) dépend uniquement, les caractéristiques du massif étant données, de la distance de pose au front  $d_0$ .

D'une façon pratique, l'application de la méthode convergence-confinement pour le calcul des tunnels soutenus dans des milieux élastiques ou élastoplastiques consiste en deux étapes décrites ci-dessous (voir le schéma de la *figure 5*, pour le cas d'un soutènement élastique) :

**1ère Etape : Calcul de la convergence  $U_0$  acquise en paroi à l'instant de la pose du soutènement**

Pour un comportement du massif donné, on réalise un calcul numérique (en axisymétrie) du tunnel *non soutenu*, qui nous permet de tracer d'une part le profil  $U_i(x)$  des convergences en paroi du tunnel en fonction de la distance  $x$  au front de taille et, d'autre part, la courbe  $P_i(x)$  correspondante. Pour un  $x_0$  donné, les deux valeurs  $U_i(x_0)$  et  $P_i(x_0)$  se correspondent évidemment par l'intermédiaire de la relation bijective entre  $P_i$  et  $U_i$  donnée par la courbe de convergence (voir figure 4).

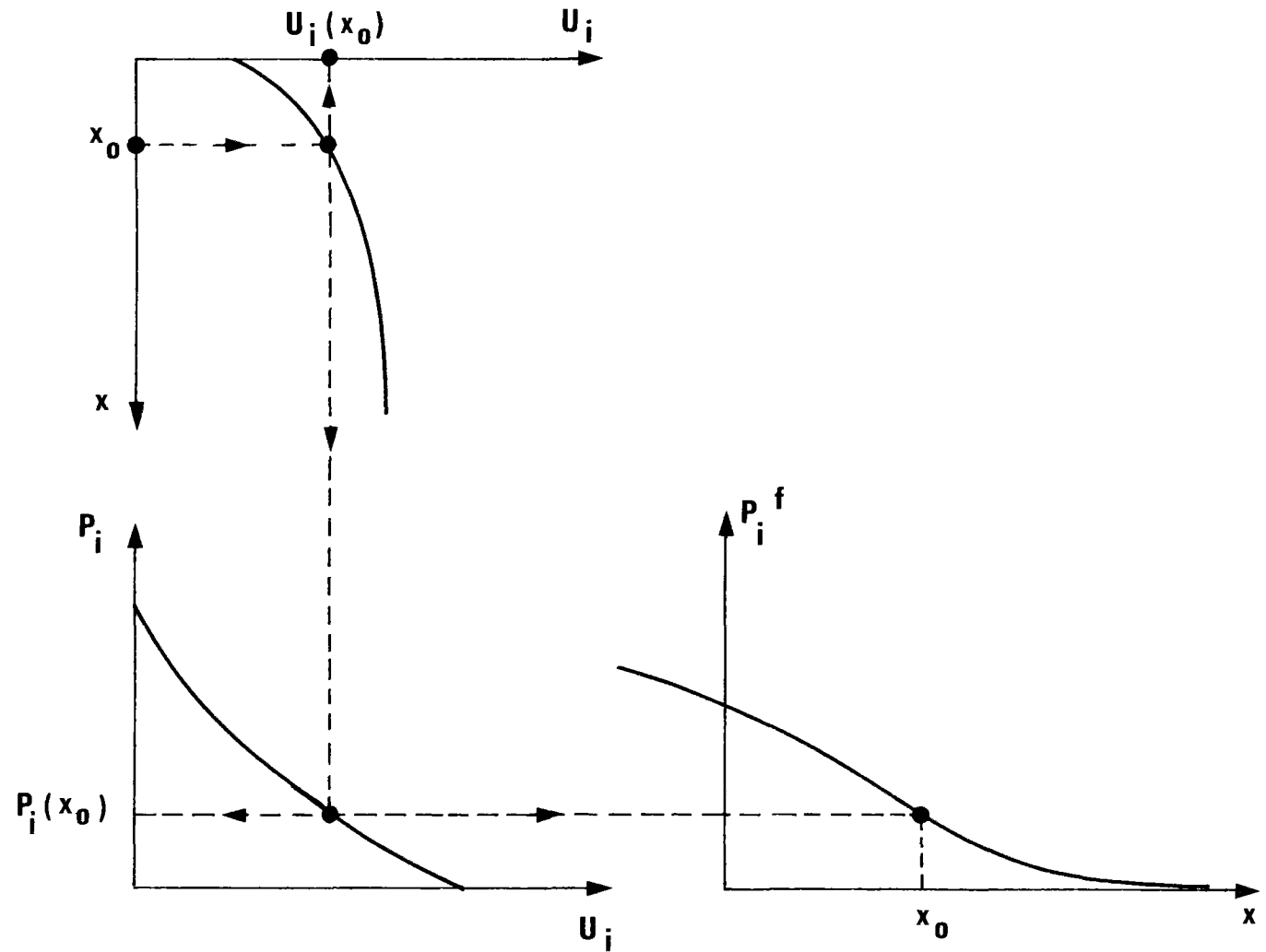


Figure 4 : Détermination de la pression fictive  $P_i^f$  pour chaque distance  $x$  au front.

## 2ème Etape : Calcul du tunnel soutenu en déformations planes 2D

Pour l'application de la méthode convergence-confinement, on fait maintenant l'hypothèse que la courbe  $P_i(x)$ , obtenue lors de la première étape, qui donne la pression intérieure  $P_i$  en fonction de la distance  $x$  pour un tunnel non soutenu, *devient la courbe de la pression fictive  $P_i^f(x)$  pour le problème avec soutènement*. On calcule en particulier la valeur  $P_i^f(d_0)$  de cette pression fictive au moment de la pose du soutènement et on en déduit la valeur de  $U_0$ .

Pour une application concrète, il suffit de se donner l'histoire du chargement  $x(t)$  (avancement du front au cours du temps), pour résoudre complètement le problème : en effet, à chaque instant,  $x(t)$  est donné donc  $P_i^f$  est connu grâce à la courbe  $P_i^f(x)$ ,  $P_i^s$  est également déterminé grâce à (8.4). En définitive, à chaque instant, la pression intérieure (somme de  $P_i^f$  et  $P_i^s$ ) est connue et, par conséquent, l'ensemble des paramètres utiles du problème (contraintes et déformations dans le massif et le soutènement) sont déterminées.

En particulier, à l'équilibre, lorsque  $x(t)$  est grand devant  $d_0$ , on détermine les valeurs des deux paramètres fondamentaux  $U_{eq}$  et  $P_{eq}$ .

Si l'on s'intéresse à l'équilibre uniquement (valeurs de  $U_{eq}$  et  $P_{eq}$ ), la démarche précédente se simplifie. Pour la première étape, seule la connaissance de la fonction  $U_i(x)$  est utile. Cette démarche simplifiée est illustrée sur la figure 5 : pour un  $d_0$  donné, la courbe  $U_i(x)$  donne la valeur de  $U_0$ , qui sert ensuite à "positionner" la courbe de confinement dans le diagramme convergence-confinement. On détermine donc, à l'intersection des deux courbes, les valeurs de  $U_{eq}$  et  $P_{eq}$ .

L'estimation de la convergence  $U_0$  pour des milieux plastiques a été aussi étudiée par Corbetta et al. (1990), à l'aide d'une méthode graphique qui tient compte de la similitude des profils de convergence en paroi (tunnel non soutenu) en fonction de la distance au front  $x$ , pour plusieurs facteurs de stabilité  $N_s$ . Ce facteur  $N_s$  exprime le rapport entre la pression initiale  $P_\infty$  et le seuil de plasticité, soit :

$$N_s = \frac{2P_\infty}{R_c} \quad ; \quad \text{avec} \quad R_c = \frac{2C\cos\phi}{1-\sin\phi} \quad (8.5)$$

En utilisant un rapport d'homothétie entre le profil de convergence élastique et plastique du tunnel non soutenu, la convergence élastoplastique correspondant à une distance  $d_0$  du front est ainsi directement déterminée.



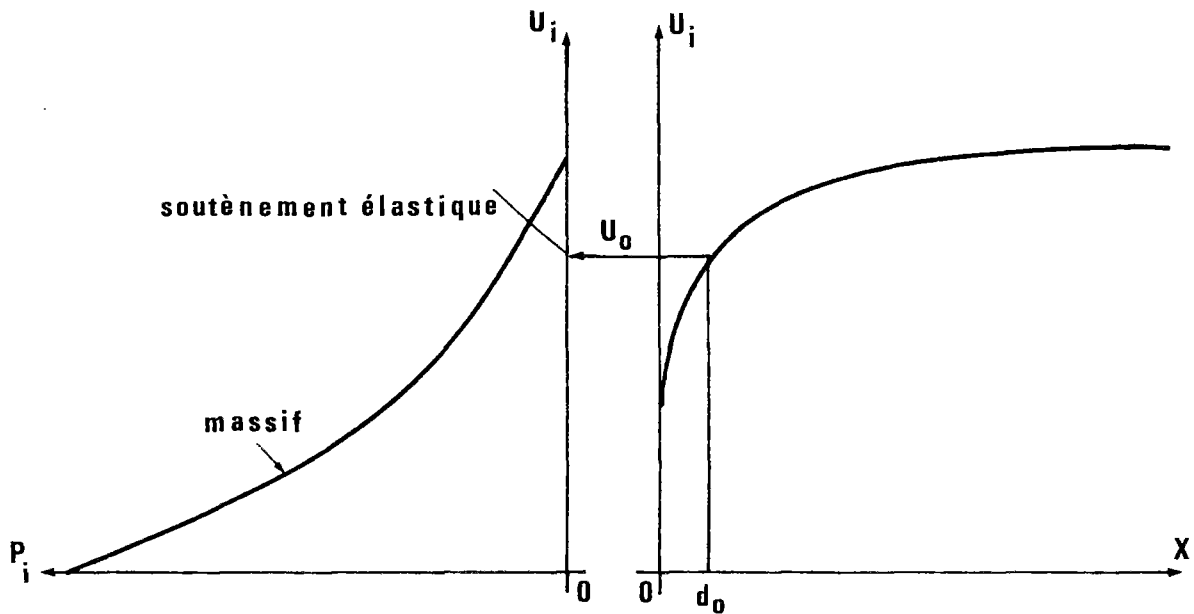


Figure 5 : Application de la méthode convergence-confinement :  
Détermination de la convergence à la pose du soutènement ( $U_0$ ).

Cette méthode de dimensionnement des tunnels a l'avantage d'être assez simple et a été largement utilisée au cours de ces dernières années dans les bureaux d'études aussi bien que dans la recherche.

### 8.3 - SIMULATION NUMERIQUE D'UN TUNNEL SOUTENU EN ELASTICITE ET EN PLASTICITE

#### 8.3.1 - Introduction :

Passons maintenant à l'étude directe, sans approximation, du problème posé.

Nous étudions dans ce paragraphe, par la méthode d'activation/désactivation des éléments en axisymétrie, le même problème que celui qui a été traité précédemment (paragraphe 8.2) grâce à la méthode convergence-confinement.

Nous considérons donc un tunnel de section circulaire dans un milieu infini, homogène, isotrope, dont la loi de comportement est indépendante du temps (élasticité ou plasticité). Le soutènement est élastique de raideur  $K_s$ .

### 8.3.2 - Caractéristiques géométriques et mécaniques de la simulation numérique

Le modèle numérique utilisé dans les calculs est le même que celui des calculs viscoplastiques présentés dans la partie III (chapitre 7) ; le maillage de l'ensemble massif-soutènement est représenté sur la figure 6.

Nous avons réalisé des calculs avec un pas de creusement de  $R_i/3$ , ce qui donne des sauts de convergence moins marqués que ceux observés sur les calculs en viscoplasticité de la partie III (pas =  $1 R_i$ ), et se rapprochent ainsi d'un creusement continu, au tunnelier par exemple. Cependant, dans tous les calculs, on a choisi de réaliser le premier creusement avec une longueur de  $1 R_i$ . Ensuite, on continue à excaver avec le pas choisi, de  $R_i/3$ .

La simulation du creusement pas à pas est poursuivie jusqu'à atteindre une longueur du tunnel pour laquelle l'influence du front de taille n'est plus sensible.

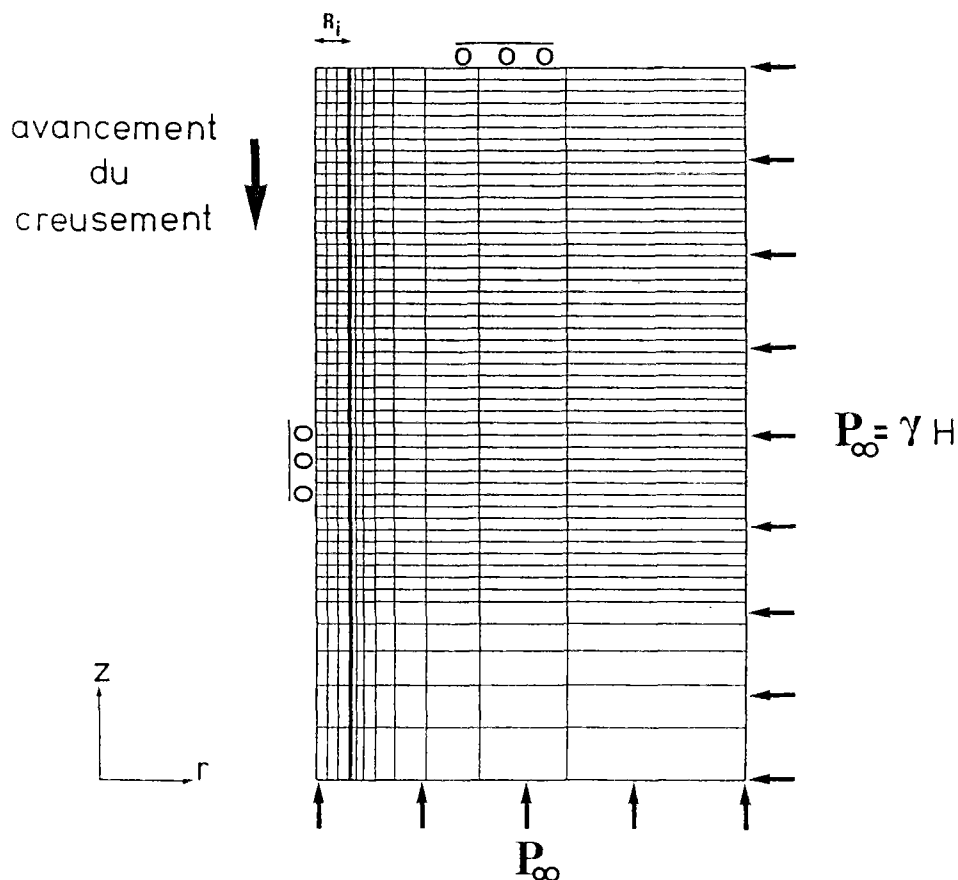


Figure 6 : Maillage du modèle de creusement pas à pas.

La distance de pose du soutènement  $d_0$  vaut  $2/3 R_i$  dans la plupart des exemples ; un cas particulier est aussi traité avec  $d_0 = 2 R_i$ . Plusieurs valeurs de rigidité  $K_s$  sont étudiées. Les caractéristiques géométriques et mécaniques de cette simulation numérique sont résumées ci-dessous :

$E_{\text{massif}}$	= 500 MPa
$\nu_{\text{massif}}$	= 0,498
$E_{\text{sout}}$	= 300 MPa et 3000 MPa (calculs élastoplastiques)
$E_{\text{sout}}$	= 120 MPa à 36000 MPa (calculs élastiques)
$\nu_{\text{sout}}$	= 0,3
$e_{\text{sout}}$	= 0,1 $R_i$
$d_0$	= $\frac{2}{3} R_i$ et $2 R_i$
pas de creusement	= $\frac{1}{3} R_i$
$R_i$	= 1 m
$C$	= 1 MPa
$P_\infty = \gamma H$	= 4 MPa ; $\sigma_\infty = - P_\infty \underline{\underline{1}}$

Les caractéristiques mécaniques choisies pour le massif correspondent, par exemple, à une argile profonde plastique, dont le comportement mécanique est intermédiaire entre l'argile de Boom ( $E=230$  MPa ;  $\nu=0,40$ ) et une argile raide profonde (argile des Landes par exemple :  $E=1000$  MPa ;  $\nu=0,40$ ).

Le tableau 1 résume les caractéristiques essentielles des calculs réalisés.

$E_{\text{massif}} = 500$ MPa $\nu = 0,498$						
ELASTOPLASTICITE				ELASTICITE		
PAS	$1/3 R_i$			Une seule	$1/3 R_i$	Une seule
				excavation		excavation
$d_0$	$2/3 R_i$		$2 R_i$		$2/3 R_i$	
$K_s$ (MPa)	360	36	360	0	120 → 36000	0
CALCUL						
N°	1	2	3	4	5 → 13	14

Tableau 1 : Résumé des caractéristiques des calculs réalisés.

Dans la simulation numérique en élastoplasticité, à chaque phase de construction, le soutènement est posé juste après la réponse plastique du tunnel avec le nouveau contour excavé.

Les résultats de ces calculs sont donnés sous la forme de courbes de convergence en fonction de la distance  $x$  au front, pour chaque phase de creusement, ainsi que des courbes de pression du soutènement à l'équilibre en fonction de  $x$ .

### 8.3.3 - Résultats de la simulation numérique

#### *a) Calculs en élastoplasticité*

Analysons d'abord les cas des tunnels traités en élastoplasticité. Dans ce cas, on peut observer qu'une longueur de creusement de  $10 R_i$  est suffisante pour s'affranchir des effets de bord.

Sur la figure 7 sont tracés les profils de convergence des vingt-huit creusements pour le calcul n° 1 (soutènement posé à une distance  $d_0 = 2/3$ ), dont la rigidité vaut  $K_s = 360$  MPa (soutènement moyen).

On peut constater sur ces courbes que la stabilisation des convergences est atteinte bien avant le dernier creusement. Autrement dit, si l'on continue à creuser, la convergence en paroi d'une section très éloignée du front ne variera pas.

L'effet de la condition initiale de creusement ( $1 R_i$ ) est bien marqué sur l'extrémité droite du tunnel. Toutefois, ceci n'influence nullement pas ce qui se passe dans une section très éloignée de cette extrémité, comme le montrent les courbes de la figure 7.

Pour le calcul n° 1, la convergence en paroi  $U_0$ , de la section où est posé le soutènement, à la distance  $d_0 = 2/3 R_i$  du front, vaut **1,7%**. Cette valeur est la même pour toutes les courbes de creusement, à l'exception des premières où l'effet de l'extrémité est important.

La convergence finale à la stabilisation  $U_{eq}$  vaut **1,95%** pour les sections à une distance supérieure à  $3 R_i$  du front (zone d'influence du front).

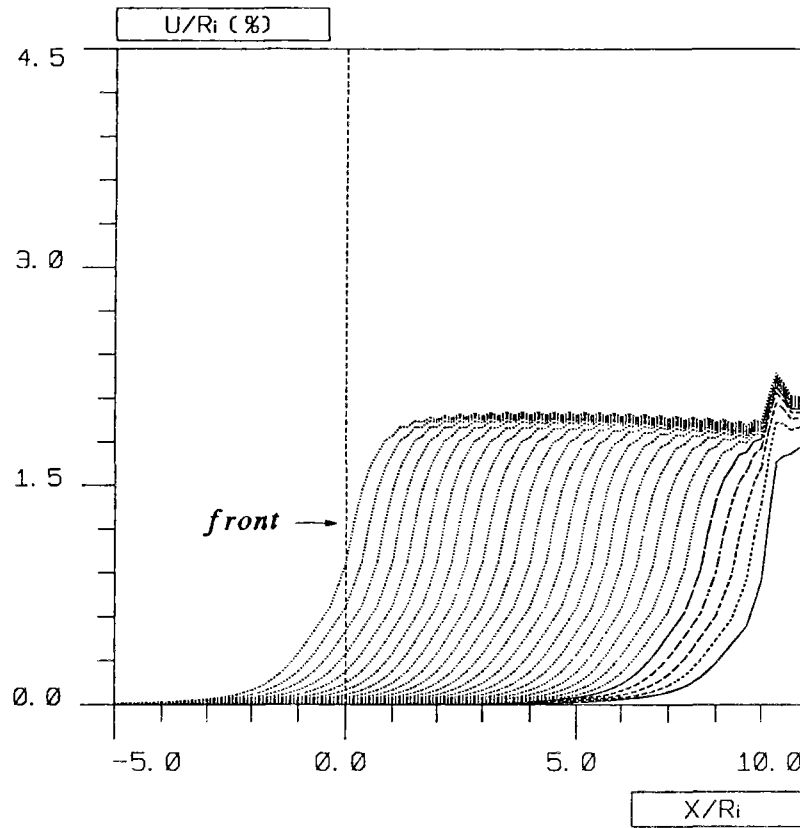


Figure 7 :Convergences en paroi en fonction de la distance  $x$  au front, des 28 creusements : Soutènement posé à  $d_0 = 2/3 R_i$  et  $K_s = 360$  MPa (Calcul n°1).

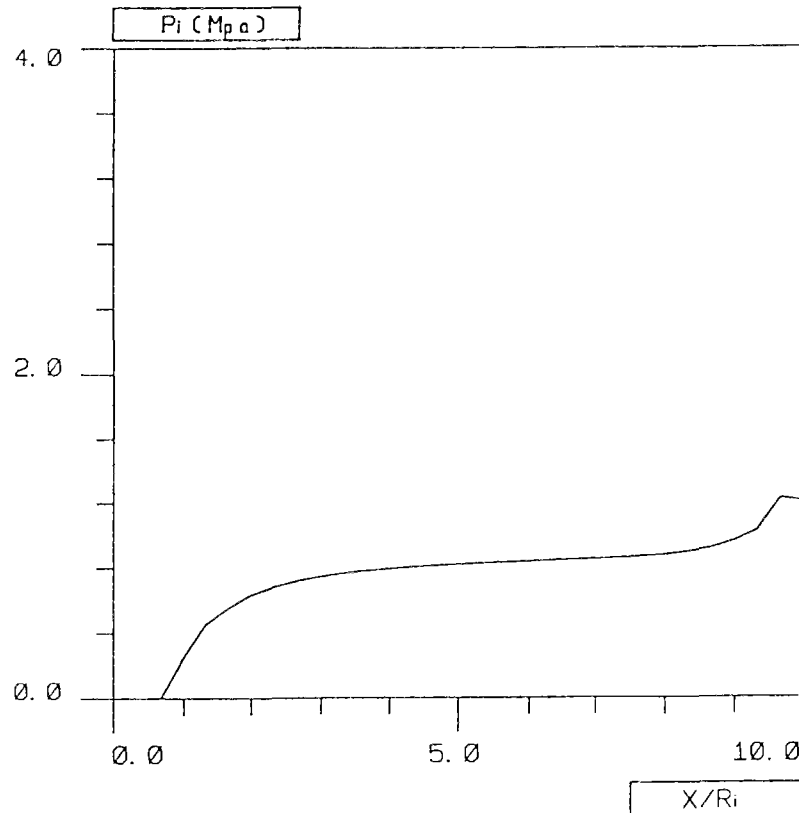


Figure 8 : Pression du soutènement à la stabilisation, en fonction de la distance  $x$  : Soutènement posé à  $d_0 = 2/3 R_i$  et  $K_s = 360$  MPa (Calcul n° 1).

Ainsi, connaissant les valeurs de  $U_0$  et de  $U_{eq}$ , on peut calculer la valeur de la pression à l'équilibre  $P_{eq}$ , grâce à la courbe de confinement, soit :

$$P_{eq} = 360 (1,95 - 1,70)/100 = 0,90 \text{ MPa}$$

La pression de soutènement à la stabilisation, tracée sur la *figure 8* et obtenue directement par le calcul numérique, redonne la valeur de  $P_{eq} = 0,9 \text{ MPa}$  pour une section éloignée du front.

On constate que le point d'équilibre ( $P_{eq}$ ,  $U_{eq}$ ), représentant la solution de ce problème à l'équilibre, appartient bien à la courbe de convergence du massif comme le prévoit la théorie (*figure 9*).

Nous avons aussi traité le même problème avec un soutènement mou,  $K_s = 36 \text{ MPa}$ . Les résultats de ce calcul (calcul n°2) sont illustrés sur les *figures 10* et *11*.

Dans ce cas, pour obtenir la stabilisation finale, il aurait fallu augmenter la longueur du tunnel au-delà de  $10 R_1$ . Toutefois, en examinant les courbes de convergence de la *figure 10*, il est possible d'estimer, par extrapolation, la convergence à l'équilibre et loin du front  $U_{eq} \approx 3,0\%$ .

Pour obtenir la valeur de  $U_0$  on n'a pas besoin d'attendre la stabilisation. En effet, déjà après un nombre très faible de pas de creusement, on atteint la valeur de  $U_0 = 1,9\%$ . Cette valeur se maintient constante pour tous les creusements qui suivent.

Sur la *figure 11* est tracée la pression de soutènement en fonction de la distance  $x$  (calcul n° 2). On peut en déduire la valeur de la pression de soutènement à l'équilibre  $P_{eq} = 0,40 \text{ MPa}$ .

Comme dans le cas précédent, si on calcule la pression à l'équilibre par la courbe de confinement  $P_{eq} = 36/100 (3,0-1,9)$ , on retrouve la valeur de  $0,4 \text{ MPa}$ . On constate aussi que, comme prévu, le point ( $P_{eq} = 0,4 \text{ MPa}$  ;  $U_{eq} = 3\%$ ) appartient bien à la courbe de convergence du massif (*figure 9*).

Le dernier exemple concerne le même type de creusement du tunnel, avec un soutènement posé à une distance plus grande  $d_0 = 2R_i$ , la rigidité du soutènement vaut  $K_s = 360$  MPa (calcul n°3).

Sur la *figure 12* sont tracées les courbes de convergence en fonction de  $x$  pour les vingt-huit creusements. On peut observer que lorsque la stabilisation est atteinte, la convergence à l'équilibre vaut  $U_{eq} = 2,78\%$  ; par ailleurs,  $U_0 = 2,65\%$  et la pression du soutènement vaut  $P_{eq} = 0,47$  MPa.

Si on compare les résultats de ce dernier calcul (*figure 12*) avec ceux du premier (*figures 7 et 8*), on retrouve le comportement classique d'un tunnel soutenu : pour un même type de soutènement, plus il est posé loin du front, plus les convergences augmentent et, par conséquent, la pression dans le soutènement diminue. D'autre part, pour une même distance de pose  $d_0$  (*figures 7 et 10*), la convergence diminue lorsqu'on augmente la rigidité du soutènement  $K_s$ .

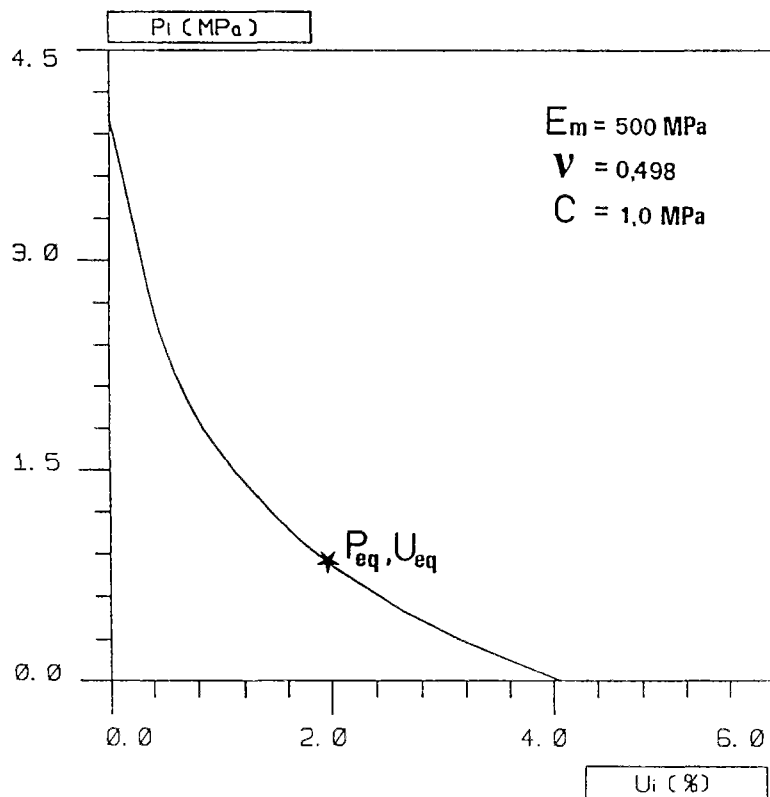


Figure 9 : Courbe de convergence du massif.

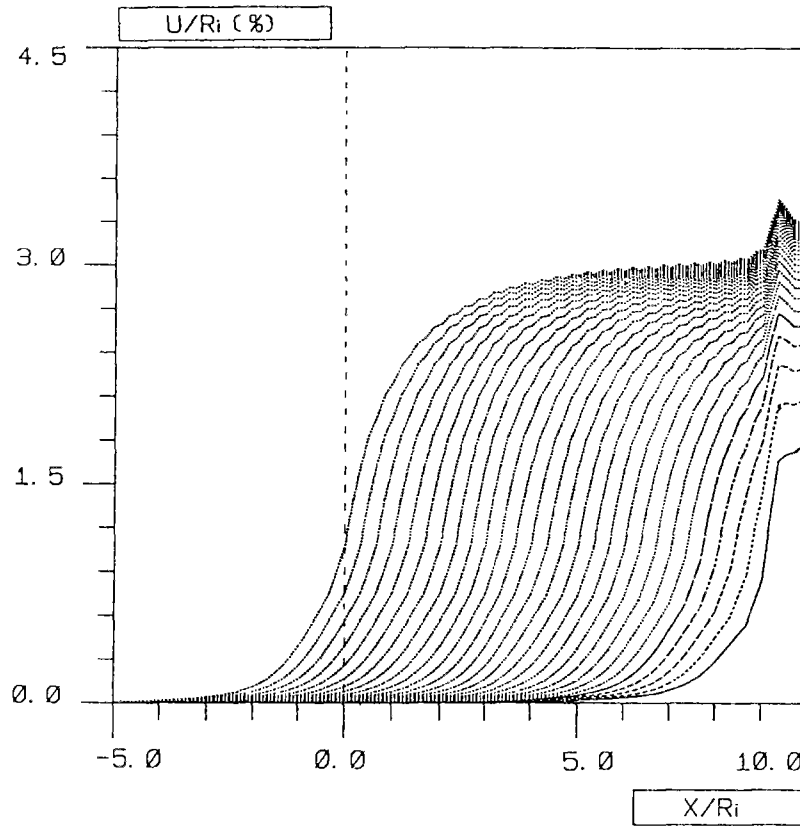


Figure 10 :  
Convergences en paroi en fonction de la distance  $x$  au front, des 28 creusements :  
Soutènement posé à  $d_0 = 2/3 R_i$  et  $K_s = 36$  MPa (Calcul n° 2).

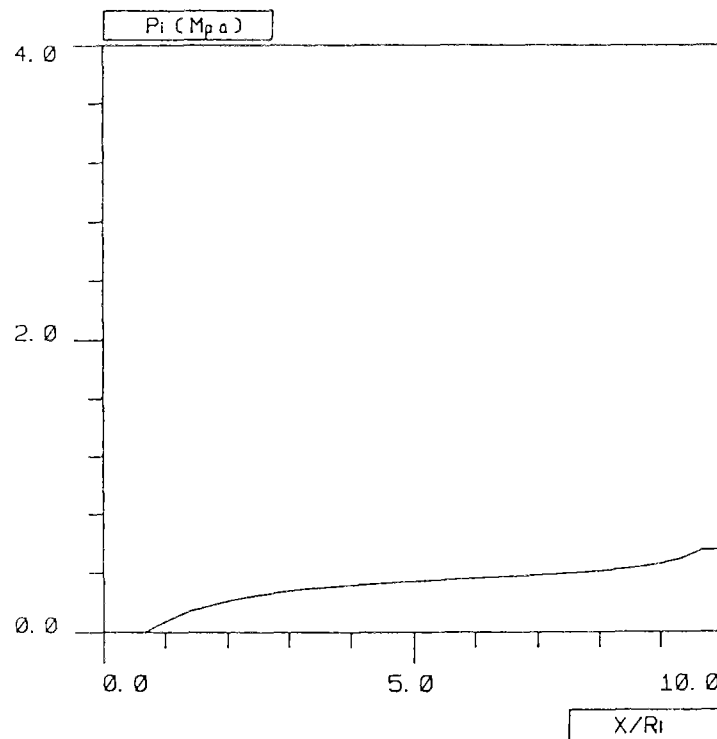


Figure 11 : Pression du soutènement à la stabilisation, en fonction de la distance  $x$  :  
Soutènement posé à  $d_0 = 2/3 R_i$  et  $K_s = 36$  MPa (Calcul n° 2).



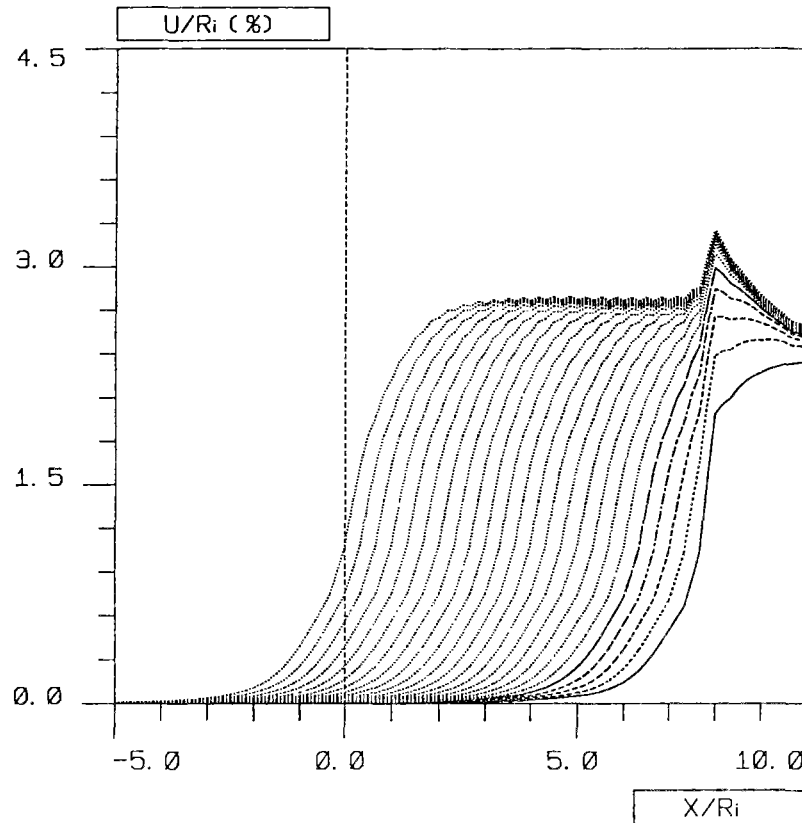


Figure 12 :

Convergences en paroi en fonction de la distance  $x$  au front, des 28 creusements :  
Soutènement posé à  $d_0 = 2 R_i$  et  $K_s = 360 \text{ MPa}$  (Calcul n°3).

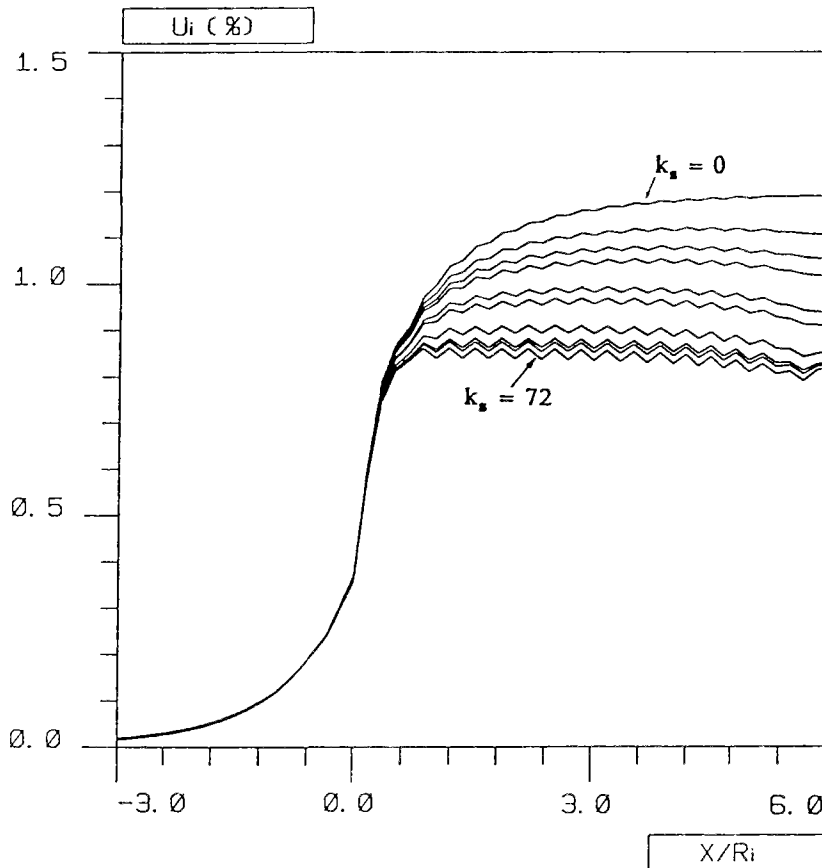
#### b) Calculs en élasticité

Les calculs en élasticité présentent moins d'intérêt théorique puisque, en général, les tunnels sont creusés dans des milieux à comportement non linéaire. En pratique, toutefois, les pré-dimensionnements des revêtements des tunnels sont réalisés avec des hypothèses très simplificatrices : loi de comportement élastique notamment.

Les calculs donnés ici correspondent à des soutènements posés à une distance du front de  $d_0 = 2/3 R_i$  ; leur rigidité  $K_s$  varie entre 120 et 36000 MPa. Ces valeurs de  $K_s$  sont choisies de façon à avoir des résultats représentatifs pour tous les cas pratiques de soutènement, d'une rigidité très faible (120 MPa, comme un anneau de béton projeté de quelques centimètres d'épaisseur) à une autre extrêmement raide (36000 MPa) (soutènement métallique épais).

Dans ce cas, une longueur de  $6R_i$  est suffisante pour s'affranchir des effets du front de taille et donc obtenir les valeurs de la pression dans le soutènement ( $P_{eq}$ ) et la convergence ( $U_{eq}$ ) à l'équilibre.

Sur la *figure 13*, on donne les profils des convergences en fonction de la distance au front correspondant au dernier creusement (le 16ème dans ce cas) des calculs (5 à 13) correspond chacun à une valeur particulière de la rigidité du soutènement.



*Figure 13* : Convergences en paroi en fonction de la distance  $x$  au front, pour plusieurs valeurs de  $K_s$ .

On note que la courbe du tunnel non soutenu ( $K_s = 0$ ) donne la valeur de  $U_{eq} = 1,2\%$  pour les sections éloignées du front de taille. Cette valeur est exactement la même que celle donnée par la solution analytique de la section en déformations planes ( $U_i(x = \infty) = \frac{1+\nu}{E} P_\infty$ ).

La valeur minimale de la convergence loin du front est celle qui correspond au soutènement presque rigide ( $K_s = 36000$  MPa) ; elle vaut  $0,83\%$ .

Par ailleurs, comme prévu, on peut observer sur ces courbes que plus le soutènement est rigide, plus les convergences à l'équilibre diminuent.

Comme auparavant, on constate que le point d'équilibre ( $P_{eq}$ ,  $U_{eq}$ ) de chacun de ces calculs appartient bien à la courbe de convergence du massif (qui est une droite dans ce cas).

**c) Synthèse des résultats**

Pour l'ensemble des calculs réalisés en élasticité ou en plasticité, on peut d'abord remarquer les tendances naturelles suivantes :

- L'évolution des convergences en paroi lorsque le front progresse diminue après la pose d'un soutènement ; d'autant plus que la raideur du soutènement  $K_s$  est élevée.
- Les convergences augmentent avec le facteur de stabilité  $N_s$  (en plasticité).
- La convergence  $U_0$  au moment de la pose augmente quand la distance  $d_0$  du soutènement au front croît.
- La zone d'influence du front varie suivant les calculs puisqu'elle dépend de plusieurs facteurs, notamment de  $N_s$ ,  $K_s$  et  $d_0$ .

Nous pouvons aussi observer sur tous les résultats que la phase initiale de creusement n'a pas d'influence sur les sections éloignées de cette zone et n'affecte donc pas l'équilibre final du tunnel (en élasticité, plasticité ou viscoplasticité). Ce phénomène est intéressant, car il serait très difficile de simuler les conditions réelles du début d'un creusement.

Toutefois, le résultat essentiel de cette étude concerne la mise en évidence d'une autre caractéristique du problème concernant la convergence  $U_0$  acquise en paroi au moment de la pose du revêtement.

*D'après les résultats des calculs réalisés, on constate que la valeur de  $U_0$  ne dépend pas seulement de la loi rhéologique du massif (notamment du facteur  $N_s$  dans les milieux élastoplastiques) et de la distance  $d_0$  de pose au front, comme le prévoit la méthode de convergence-confinement (figure 5), mais elle dépend également de la rigidité du soutènement.*

Cette dépendance étant évidemment plus importante lorsque le milieu est élastoplastique que lorsqu'il est élastique.

#### 8.4 - ETUDE CRITIQUE DE LA METHODE "CONVERGENCE-CONFINEMENT"

Rappelons que l'application simple de la méthode convergence-confinement consiste d'abord à trouver la valeur de  $U_0 = f(d_0, N_s)$  à l'aide de la courbe de convergence du tunnel non soutenu, et ensuite à remonter au point d'équilibre  $(P_{eq}, U_{eq})$  par l'intermédiaire de la courbe de convergence du massif et la courbe de confinement (*figure 9*).

##### 8.4.1 - Comparaison des calculs en élastoplasticité :

Le profil des convergences en fonction de la distance  $x$  au front, du tunnel non soutenu en élastoplasticité est donné sur la *figure 14*.

Pour appliquer la méthode convergence-confinement à nos calculs, on cherche d'abord les convergences  $U_0$  correspondant aux distances  $d_0 = 2/3 R_i$  (calculs n° 1 et 2) et  $2 R_i$  (calcul n° 4) sur cette courbe, ce qui donne :

$$U_0 (d_0 = 2/3 R_i) = 2,55\% \quad (8.6)$$

$$U_0 (d_0 = 2 R_i) = 2,95\% \quad (8.7)$$

Compte tenu de ces valeurs de  $U_0$ , puis de la loi de comportement du soutènement (c'est-à-dire la valeur de  $K_s$ ), on peut appliquer la méthode convergence-confinement aux cas des tunnels traités dans le paragraphe précédent.

Pour cela, pour chaque valeur de  $U_0$  ((8.6) et (8.7)) et de  $K_s$  (calculs 1 à 3), on cherche le point d'équilibre de l'ouvrage sur la courbe caractéristique du massif.

L'application de cette méthode à nos calculs est illustrée sur la *figure 15*. Les résultats des deux méthodes sont résumés dans le tableau 2.

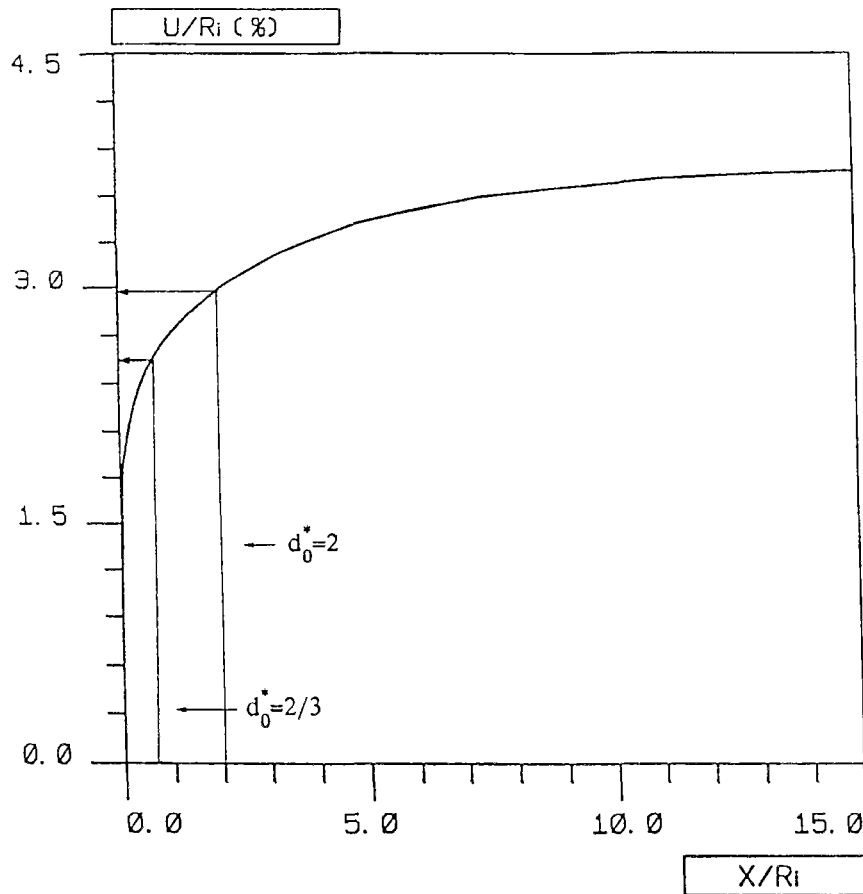


Figure 14 : Convergence en paroi en fonction de la distance du front : calcul élastoplastique d'un tunnel non soutenu.

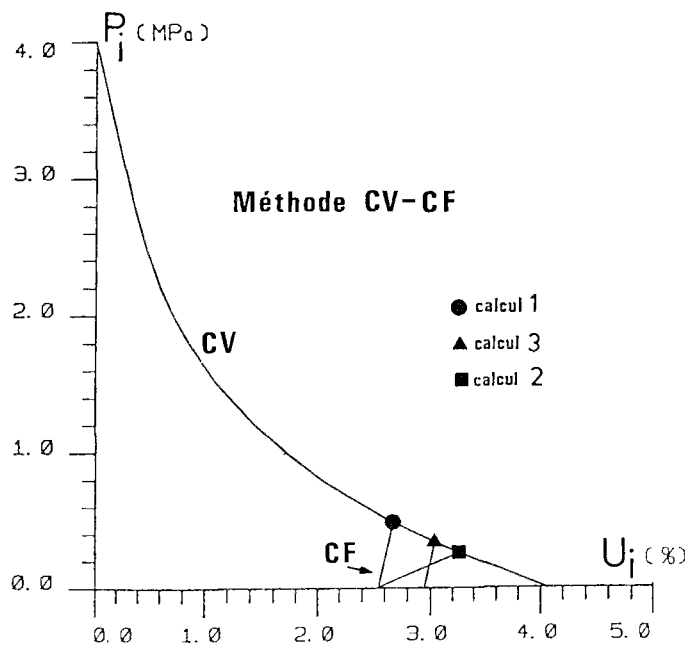


Figure 15 : Application de la méthode "convergence-confinement" en élastoplasticité aux cas 1, 2 et 3.

		Méthode 1 Activation/Désactivation			Méthode 2 Convergence-Confinement			Comparaison 1-2 Différence relative (2-1)/1 en %		
D O N N E E S	PAS	1/3 R <sub>i</sub>			1/3 R <sub>i</sub>			1/3 R <sub>i</sub>		
	d <sub>0</sub>	2/3 R <sub>i</sub>		2 R <sub>i</sub>	2/3 R <sub>i</sub>		2 R <sub>i</sub>	2/3 R <sub>i</sub>		2 R <sub>i</sub>
	K <sub>s</sub> (MPa)	360	36	360	360	36	360	360	36	360
R E S U L T A T S	U <sub>0</sub> (%) (x = d <sub>0</sub> )	1,7	1,90	2,65	2,55	2,55	2,95	50	34	11
	U <sub>eq</sub> (%)	1,95	3,00	2,78	2,70	3,25	3,05	38	8	10
	P <sub>eq</sub> (MPa)	0,90	0,40	0,47	0,54	0,26	0,36	-40	-35	-23

Tableau 2 : Résultats des calculs des deux méthodes.

A la lecture du tableau 2, on constate d'abord que lorsque la méthode numérique est appliquée, la valeur de la convergence U<sub>0</sub> varie avec la rigidité du soutènement : pour une distance de pose donnée de d<sub>0</sub> = 2/3, cette valeur passe de 1,7%, lorsque le soutènement est moyen (K<sub>s</sub> = 360 MPa) à U<sub>0</sub> = 1,9% pour un soutènement mou (36 MPa). Ceci n'est pas le cas lorsque l'on applique la méthode convergence-confinement au même problème : elle donne la valeur de U<sub>0</sub> = 2,55% pour les deux types de soutènement.

Pour les cas traités ici, les valeurs des convergences U<sub>0</sub> données par la méthode convergence-confinement sont toujours supérieures à celles données par nos calculs (par exemple, la différence est de 50% dans le cas de K<sub>s</sub> = 360 MPa et d<sub>0</sub> = 2/3 R<sub>i</sub>).

Par conséquent, les différences initiales sur la valeur U<sub>0</sub> se propagent aux valeurs de la pression (P<sub>eq</sub>) et de la convergence (U<sub>eq</sub>) à l'équilibre.

Ces différences peuvent être assez importantes suivant le problème traité. Par exemple, la différence relative sur les pressions à l'équilibre, pour le cas du soutènement moyen (K<sub>s</sub> = 360 MPa), passe de 40% lorsque d<sub>0</sub> = 2/3 R<sub>i</sub> à 23% lorsque d<sub>0</sub> = 2 R<sub>i</sub>. Les pressions obtenues par la méthode simplifiée convergence-confinement sont donc *sous estimées, ce qui ne va pas dans le sens de la sécurité de l'ouvrage.*

On constate, par ailleurs, que la différence entre les résultats donnés par les deux méthodes diminue lorsque la distance  $d_0$  augmente ou lorsque la rigidité du soutènement diminue.

#### 8.4.2 - Comparaison des calculs en élasticité :

Pour l'application de la méthode convergence-confinement en élasticité, on suit le même raisonnement que précédemment.

La convergence  $U_0$ , correspondant à une distance  $d_0 = 2/3 R_i$ , obtenue par calcul du tunnel non revêtu (figure 16) vaut  $U_0 = 0,9075\%$ .

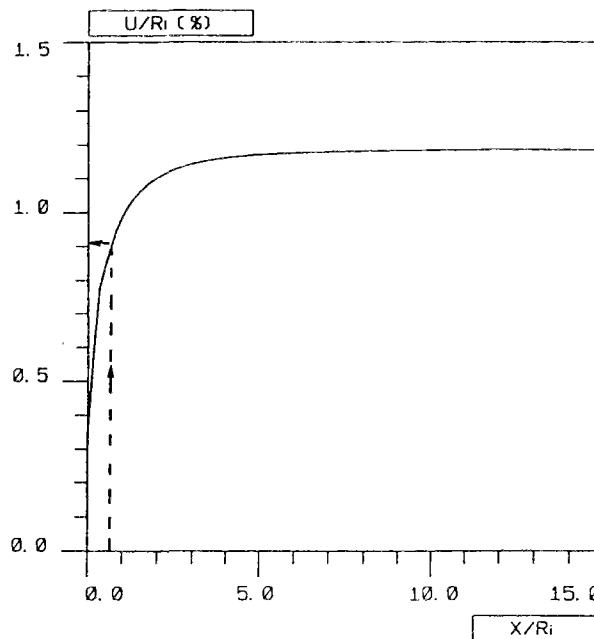


Figure 16 : Convergence en paroi en fonction de la distance au front :

Calcul élastique du tunnel non soutenu.

Ensuite, l'application de cette méthode à nos calculs consiste à trouver le point d'équilibre de l'ouvrage sur la courbe de convergence élastique du massif, à partir de la convergence  $U_0 = 0,9075\%$  et pour chaque valeur de  $K_s$  étudiée. La figure 17 montre un exemple de ce type d'application (calcul n° 7,  $K_s = 360$  MPa).

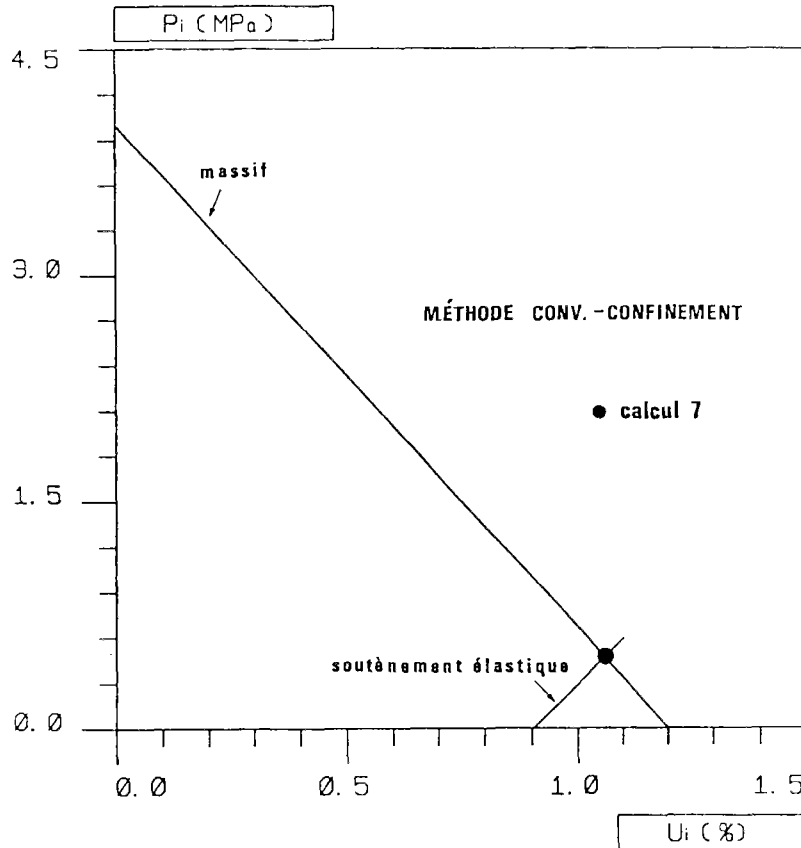


Figure 17 : Application de la méthode convergence-confinement en élasticité (calcul n° 7 :  $K_s = 360$  MPa).

Le tableau 3 résume les résultats des calculs en élasticité par les deux méthodes, pour le cas d'un soutènement posé à une distance de  $d_0 = 2/3 R_i$  du front.

Dans ce cas, comme la courbe caractéristique du massif est une droite à pente forte, de faibles différences entre les valeurs de convergence  $U_0$  conduisent à des différences plus importantes sur les valeurs des pressions à l'équilibre.

Par exemple, pour un soutènement assez raide, avec  $K_s = 3600$  MPa, la différence entre les convergences  $U_0$  données par les deux méthodes est de 7%, mais la différence sur les pressions à l'équilibre est supérieure, elle vaut 16% environ.

Cette différence de pression est d'autant plus importante que la rigidité du soutènement est élevée. Elle augmente de 1% à 20% lorsqu'on passe du revêtement très mou ( $K_s = 120$  MPa) à un autre extrêmement rigide ( $K_s = 36000$  MPa).

Néanmoins, dans l'intervalle de rigidité des soutènements courants ( $K_s = 120$  à 1200 MPa), la différence entre les pressions  $P_{eq}$  calculées par les deux méthodes, est relativement faible, de 10% environ dans les cas traités ici ; les valeurs données par la méthode convergence-confinement étant toujours sous estimées.



Le résultat essentiel ainsi mis en évidence est que, même en élasticité, la convergence  $U_0$  acquise au moment de la pose du soutènement dépend aussi de la rigidité  $K_s$ , même si cette dépendance est moins importante que dans le cas plastique. La différence entre les résultats à l'équilibre donnés par les deux méthodes est donc moins importante qu'en plasticité, mais reste significative.

		Méthode 1 d'Activation / Désactivation			Méthode 2 Convergence- Confinement			Comparaison Différences relatives (2-1)/1 en %		
Calculs	$K_s$ (MPa)	$U_0$ (%)	$U_{eq}$ (%)	$P_{eq}$ (MPa)	$U_0$ (%)	$U_{eq}$ (%)	$P_{eq}$ (MPa)	$\frac{\Delta U_0}{U_0}$	$\frac{\Delta U_{eq}}{U_{eq}}$	$\frac{\Delta P_{eq}}{P_{eq}}$
5	120	0,9053	1,122	0,2600	0,9075	1,123	0,258	0,2	0,1	-0,8
6	240	0,89	1,070	0,4326	0,9075	1,078	0,4082	2,0	0,7	-5,6
7	360	0,8857	1,037	0,544	0,9075	1,048	0,5063	2,5	1,1	-6,9
8	840	0,8727	0,9657	0,7811	0,9075	0,9906	0,6980	4,0	2,6	-10,6
9	1200	0,8669	0,9393	0,8689	0,9075	0,9711	0,7630	4,7	3,4	-12,2
10	3600	0,863	0,892	1,027	0,9075	0,9323	0,8924	5,2	4,5	-13,1
11	8400	0,8417	0,8554	1,149	0,9075	0,919	0,9378	7,8	7,4	-18,4
12	12000	0,840	0,85	1,167	0,9075	0,9154	0,9486	8,0	7,7	-18,7
13	36000	0,8339	0,8373	1,209	0,9075	0,9102	0,9661	8,8	8,7	-20,1

Tableau 3 : Résultats des calculs en élasticité des deux méthodes,  
pour le cas d'un soutènement posé à  $d_0 = 2/3 R_i$  du front.

#### 8.4.3 - Conclusion sur la comparaison entre les deux méthodes :

Le schéma de la *figure 18* illustre qualitativement la différence entre les deux méthodes, d'après les résultats discutés précédemment : le premier schéma montre les profils de convergence lorsque la méthode convergence-confinement est appliquée ; le second donne les profils lorsque l'on utilise la méthode d'activation/désactivation des éléments.

La dépendance de  $U_0$  en fonction de la rigidité du soutènement peut être aussi observée sur les résultats numériques donnés par d'autres auteurs, par exemple Ranken et Ghaboussi (1975) ; Hanafy et Emery (1982).

Les exemples traités sur les courbes des *figures 19* et *20*, d'après les travaux de ces auteurs, montrent par exemple une convergence finale  $U_{eq}$  en paroi du *tunnel soutenu*, inférieure à la valeur de  $U_0$  correspondant à la convergence d'une section à une distance  $d_0$  du front du *tunnel non soutenu* ; ce qui serait en contradiction avec l'application de la méthode convergence-confinement.

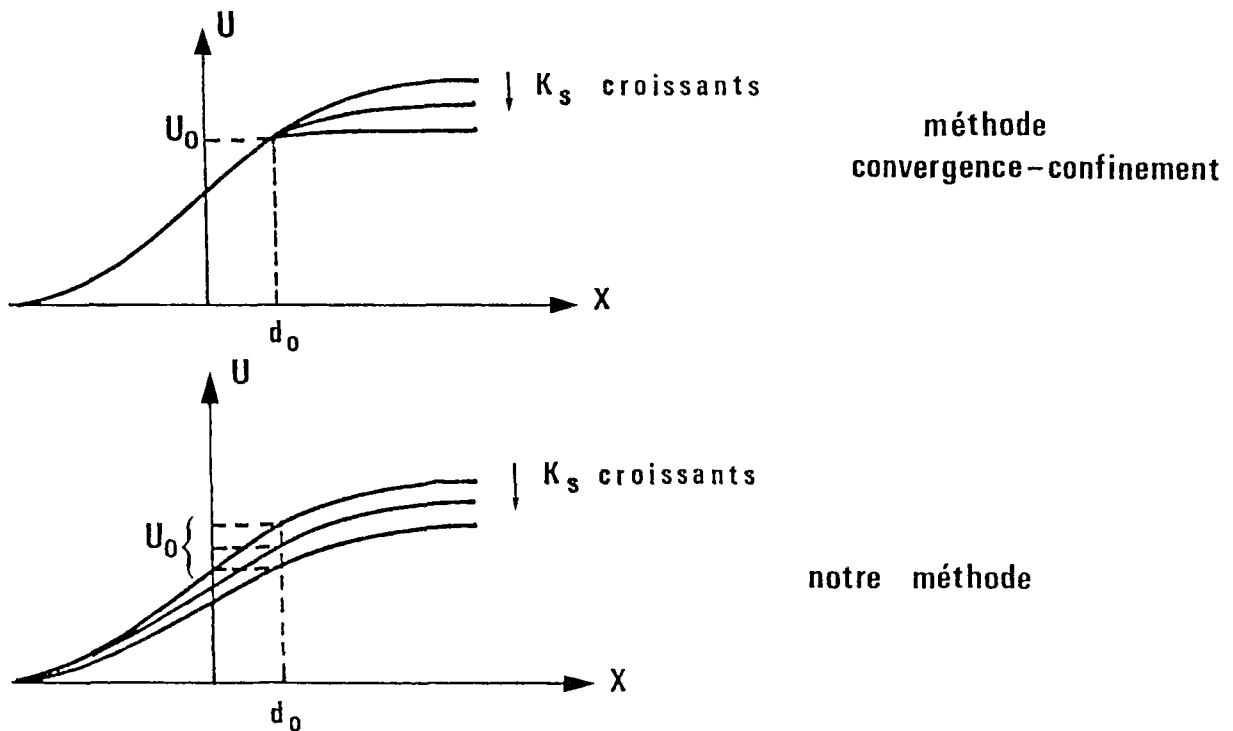


Figure 18 : Influence de la rigidité du soutènement  $K_s$ .

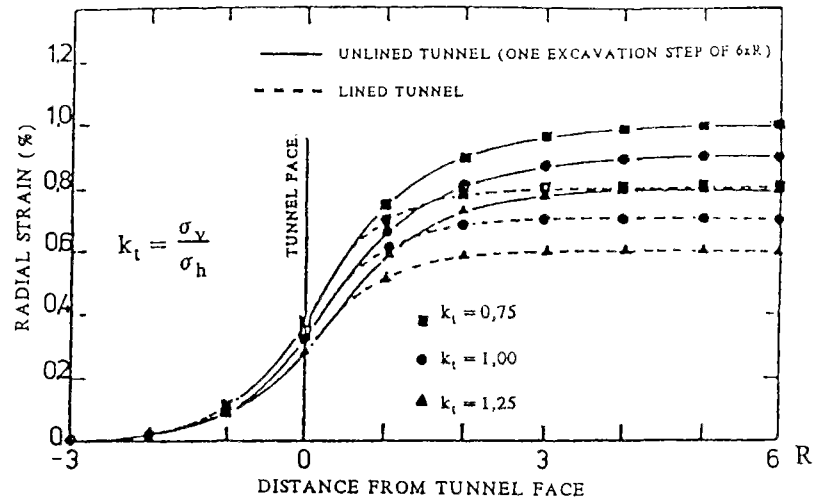


Figure 19 : Convergences en paroi des tunnels soutenus ( $d_0 = R_i$  ; pas de creusement =  $1 R_i$ ) et non soutenus en élasticité, d'après Hanafy et Emery (1982).

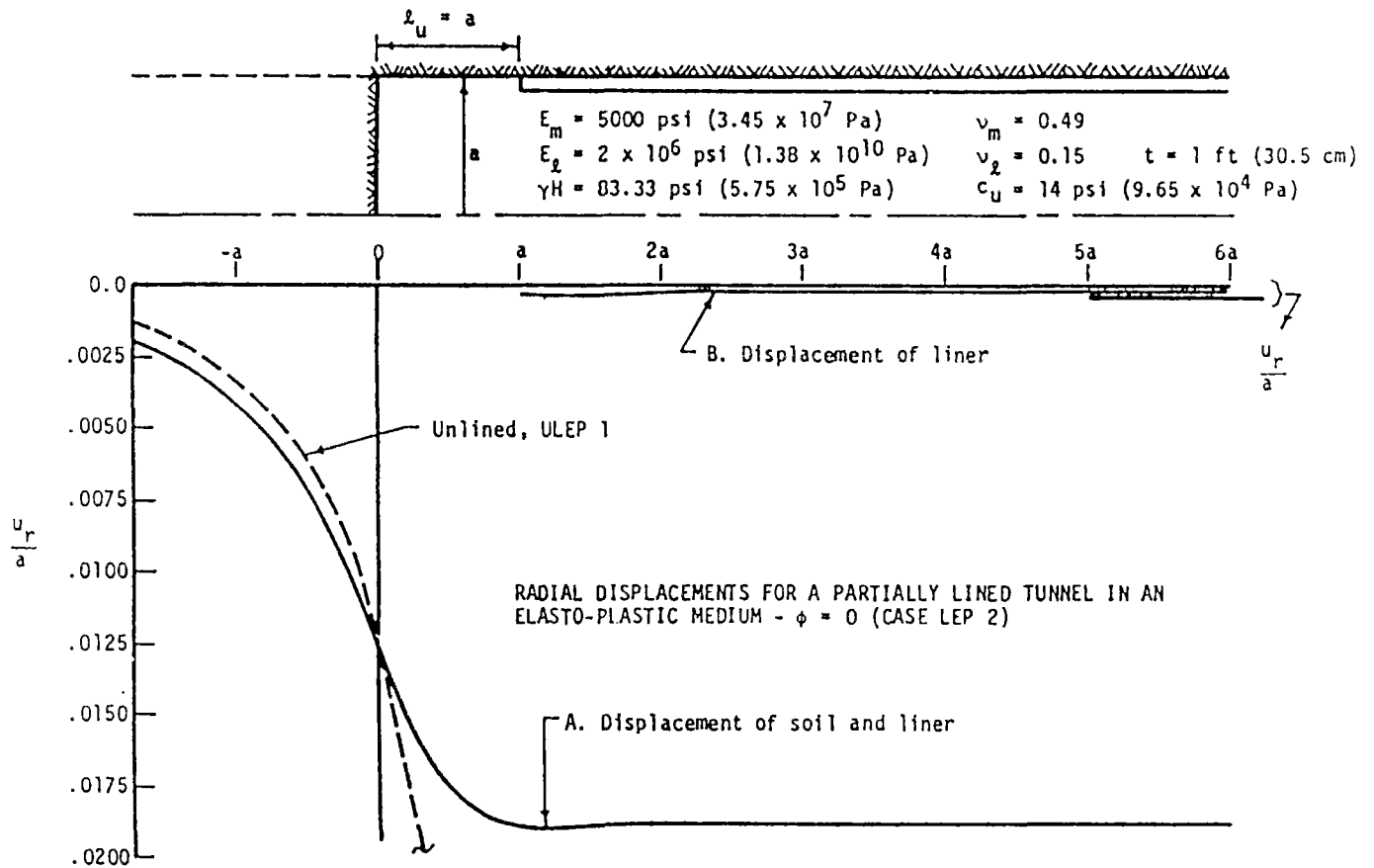


Figure 20 : Convergences en paroi des tunnels soutenus et non soutenus ( $d_0 = 1 R_i$ ), en plasticité, (d'après Ranken et Ghaboussi, (1975)).

Ainsi la détermination de  $U_0$  paraît plus compliquée que ce que prévoit la méthode convergence-confinement (dépendance par rapport à  $N_s$  et à  $d_0$  uniquement). D'après nos calculs, la convergence  $U_0$  au moment de la pose du soutènement s'exprime par une fonction du type :

$$U_0 = f(d_0, N_s, K_s) \quad (8.8)$$

Le problème d'interaction entre le massif et le soutènement apparaît donc bien comme un problème fortement couplé.

L'hypothèse simplificatrice de découplage, proposée implicitement dans la méthode convergence-confinement, conduit à des erreurs importantes dans l'estimation des convergence et pression à l'équilibre, surtout lorsqu'un soutènement assez rigide est posé près du front.

Pour traiter le problème avec précision, deux solutions peuvent être envisagées :

- Calcul de la valeur de  $U_0$  par notre méthode numérique de creusement pas à pas et, ensuite, utilisation de la méthode convergence-confinement pour déterminer  $U_{eq}$ ,  $P_{eq}$ . Dans ce cas, le calcul est très simple et rapide, puisque un nombre très limité de creusements (~inférieur à 10 dans les cas traités ici) sera suffisant pour obtenir la valeur correcte de  $U_0$ .

- Calcul du problème entièrement par la méthode d'activation/désactivation des éléments en axisymétrie. Dans ce cas, la connaissance de  $U_0$  n'est pas nécessaire puisque, à la stabilisation, on obtient directement les variables qui nous intéressent, soit  $U_{eq}$ ,  $P_{eq}$ .

De façon à, d'une part, conserver l'avantage de la méthode convergence-confinement (calcul 2D) et, d'autre part, améliorer la qualité des résultats qu'elle fournit, on peut envisager une étude paramétrique (en élasticité et plasticité) grâce à notre méthode numérique, dans l'optique de chercher une expression pour la convergence  $U_0$ , qui tienne compte de la rigidité du soutènement, et modifier ainsi la méthode de convergence-confinement.

Dans le chapitre qui suit, on donne une esquisse d'une première étude de ce type.



C H A P I T R E    9    :

PROPOSITION D'UNE NOUVELLE METHODE IMPLICITE  
DE CALCUL DES TUNNELS DANS LES MILIEUX ELASTIQUES



## 9.1 - INTRODUCTION

La possibilité de traiter le problème 3D du creusement des tunnels soutenus par un calcul bidimensionnel et en particulier par la méthode convergence-confinement reste bien sûr très intéressante. L'application de cette méthode approchée de dimensionnement des tunnels est en effet assez simple et peut donc être utilisée avec souplesse et économie.

D'après les conclusions du chapitre précédent, nous savons que, telle qu'elle est actuellement formulée, la méthode convergence-confinement ne permet pas d'évaluer convenablement la valeur de la convergence  $U_0$  au moment de la pose du soutènement.

Dans le but d'améliorer l'approche bidimensionnelle du problème du tunnel soutenu, on propose ici une première solution permettant, dans le cadre de l'élasticité, de tenir compte du paramètre "raideur du soutènement" dans le calcul de  $U_0$ , tout en conservant le formalisme général de la méthode convergence-confinement.

Ce chapitre est composé de trois paragraphes :

- Dans le premier, on décrit d'abord une *méthode implicite* dérivée de la méthode convergence-confinement. Dans cette méthode, le calcul de  $U_0$  est différent de celui proposé par la méthode convergence-confinement classique : on choisit une *forme* analytique approchée de la convergence  $U_i(x)$  du tunnel non soutenu et on fait ensuite l'hypothèse que la courbe  $U_i(x)$  du tunnel soutenu se déduit de la précédente par une simple transformation géométrique.

On propose ensuite une adaptation de cette méthode qui tient compte, dans le calcul implicite de  $U_0$ , de la raideur du soutènement.

- Dans le deuxième paragraphe, on réalise un calage de notre nouveau modèle sur une première série de résultats issus de calculs numériques, et on compare les résultats donnés par la "nouvelle méthode implicite" à ceux donnés d'une part par les deux méthodes simplifiées et, d'autre part, par les calculs numériques.

- Dans le dernier paragraphe, on valide notre méthode sur un ensemble plus vaste de cas.



## 9.2 - RECHERCHE D'UNE EXPRESSION DE LA CONVERGENCE D'UN TUNNEL SOUTENU EN FONCTION DE LA DISTANCE AU FRONT

En élasticité, une bonne approximation de l'expression de la convergence de la paroi du tunnel non soutenu en fonction de la distance  $x$  au front de taille est donnée par Panet et Guénot (1982) :

$$U_i(x) = a(x) (U_i(x = \infty) - U_i(x = 0)) + U_i(x = 0) \quad (9.1)$$

Avec :

$$a(x) = 1 - \left[ \frac{0,84 R_i}{x + 0,84 R_i} \right]^2 \quad (9.2)$$

$$U_i(x = 0) \approx 0,27 U_i(x = \infty) \approx 0,27 \frac{1 + \nu}{E} P_\infty \quad (9.3)$$

On constate en effet, sur la figure 1, que la courbe  $U_i(x)$  calculée numériquement et celle donnée par (9.1) coïncident presque parfaitement. Lorsque l'on applique la méthode convergence-confinement de façon classique, la valeur de  $U_0$  donnée par l'expression (9.1) ( $U_0 = U_i(d_0)$ ) est fonction uniquement des caractéristiques élastiques du massif ( $E, \nu$ ) et de la distance  $d_0$ , comme on l'a déjà noté plusieurs fois.

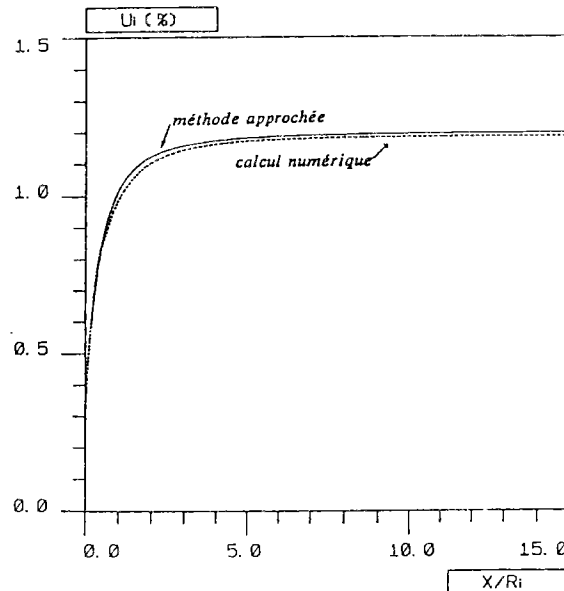


Figure 1 : Convergence en paroi en fonction de la distance au front de taille : Calcul numérique et expression analytique (eq. (9.1)).

A la suite d'une discussion avec M. Panet (en avril 1991), il a été convenu d'essayer d'apporter une correction au niveau de l'expression de  $U_i(x)$  (eq. (9.1)) ; correction qui permettra de prendre en compte le paramètre  $K_s$  de façon simple. On propose ci-dessous un raisonnement en deux étapes :

**Première Etape : Méthode implicite :**

On fait d'abord l'hypothèse (voir figure 2) que la convergence  $U_i^s(x)$  du tunnel soutenu a la même forme que la fonction  $U_i(x)$  du tunnel non soutenu et s'écrit donc :

$$U_i^s(x) = a(x) (U_i^s(x = \infty) - U_i^s(x = 0)) + U_i^s(x = 0) \quad (9.4)$$

où  $a(x)$  (équation (9.2)) est la même fonction que celle qui a été ajustée grâce aux calculs du tunnel non soutenu.

On fait ensuite l'hypothèse que la convergence au front ne dépend pas du soutènement :

$$U_i^s(x = 0) = U_i(x = 0) = U_f \approx 0,27 \frac{1+\nu}{E} P_\infty$$

La figure 2 illustre ces hypothèses :

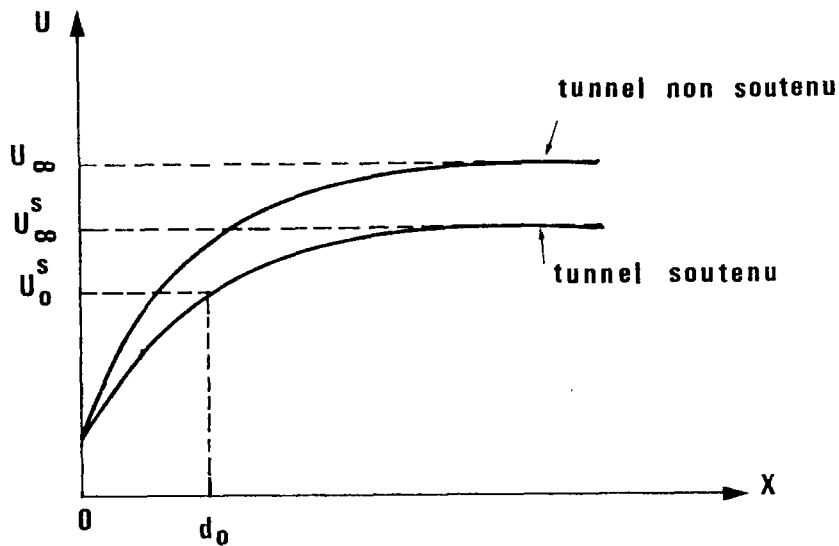


Figure 2 : Courbes des déplacements radiaux du tunnel soutenu et non soutenu.

La solution  $(P_{eq}, U_{eq})$  du problème d'interaction ainsi posé est donnée par l'intersection des courbes de convergence et de confinement (figure 3). La "position" sur l'axe  $U_i$  de la courbe de confinement est implicite. En effet,  $U_0^s$  est donné par l'équation (9.4) sous une forme qui fait intervenir l'inconnue  $U_{eq}$  :

$$U_0^s = a(d_0) (U_{eq} - U_f) + U_f \quad (9.5)$$

Les équations des deux droites sont :

$$P_{eq} = K_s (U_{eq} - U_0^s) \quad (9.6)$$

$$P_{eq} = P_\infty - 2 G U_{eq} \quad (9.7)$$

avec  $2 G = E/(1 + \nu)$ .

Ce système, dans lequel  $U_0^s$  est fonction de  $U_{eq}$  d'après l'équation (9.5), fournit les expressions cherchées de la solution  $(P_{eq}, U_{eq})$ .

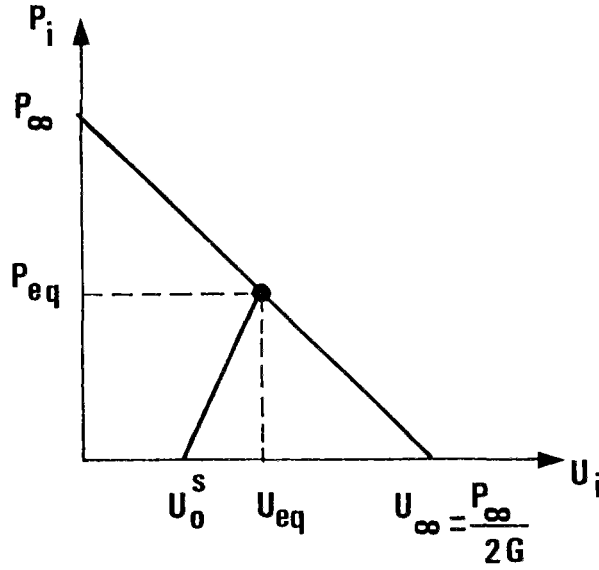


Figure 3 : Application de la méthode implicite en élasticité.

On obtient ainsi la solution du problème du tunnel soutenu par un revêtement élastique posé à une distance  $d_0$  du front grâce à cette méthode implicite :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{eq} = \frac{P_\infty + K_s U_f (1 - a(d_0))}{K_s (1 - a(d_0)) + 2 G} \\ P_{eq} = P_\infty - 2 G U_{eq} \end{array} \right. \quad (9.8)$$

$$(9.9)$$

Par ailleurs, lorsque la méthode convergence-confinement est appliquée de façon classique,  $U_0$  est donnée par l'équation (9.1) et la convergence à l'équilibre devient :

$$U_{eq} = \frac{P_\infty + K_s U_f (1 - a(d_0)) + K_s a(d_0) \frac{P_\infty}{2 G}}{2 G + K_s} \quad (9.10)$$

De façon générale, on notera que la valeur de  $U_{eq}$  de la convergence donnée par la méthode implicite est toujours inférieure à celle donnée par la méthode convergence-confinement classique.

L'application de la solution obtenue avec la méthode implicite, donnée par les équations (9.8) et (9.9) à un de nos calculs (calcul n° 10 ;  $K_s = 3600$  MPa ;  $d_0 = 2/3 R_i$ ) conduit à une pression  $P_{eq} = 2,25$  MPa, de l'ordre du double du résultat exact ( $P_{eq} = 1,027$  MPa). Il y a donc encore une différence importante entre la solution approchée et la solution exacte.

Toutefois, cette approche implicite va dans le sens de la sécurité de l'ouvrage, contrairement à l'application classique de la méthode convergence-confinement (eq. (9.10)).

Ainsi, pour améliorer les résultats de cette approche implicite et mieux tenir compte de la forme des profils de convergence obtenus par voie numérique (*figure 13*, paragraphe 8.3.3), il paraît raisonnable d'essayer de trouver une autre expression pour  $a(x)$ , tout en préservant la forme de  $U_i^s(x)$  donnée par (9.4).

#### ***Deuxième étape : Méthode implicite améliorée :***

Les deux méthodes étudiées jusqu'ici (convergence-confinement et méthode implicite) ont un point commun ; pour les appliquer, on est conduit, dans les deux cas, à choisir a priori une forme particulière de la fonction  $U_i(x)$  qui donne la convergence d'une section située à une distance  $x$  du front.

- Pour la méthode convergence-confinement, on suppose que cette courbe est unique : c'est la courbe résultant d'un calcul du tunnel sans soutènement (de plus, on montre que la forme de cette courbe ne dépend pas des paramètres élastiques de la roche et a donc une expression analytique unique).

- Pour la méthode implicite, cette courbe n'est plus unique. On définit une famille à un paramètre seulement de courbes  $U_i(x)$ , le paramètre de choix étant justement une inconnue du problème : la convergence à l'équilibre du tunnel soutenu  $U_{eq}$ .

On vient de voir que ces méthodes fournissent parfois des résultats très différents de la solution exacte, calculée par voie numérique en tenant compte de l'aspect tridimensionnel du problème.

Nous proposons ici une nouvelle méthode simplifiée de calcul du tunnel soutenu, construite sur la base de la méthode implicite.

Elle est basée sur la constatation suivante : les calculs exacts montrent que la *forme* de la courbe  $U_i(x)$  dépend de la raideur du soutènement, ce qui est en contradiction avec les hypothèses de base des deux méthodes illustrées précédemment. En effet, les calculs 3D montrent que, bien que  $U_i$  soit toujours une fonction croissante de  $x$  entre  $U_f$ , pour  $x = 0$  et  $U_{eq}$  pour  $x = \infty$ , la variation de  $U_i$  en fonction de  $x$  entre le front et le soutènement est beaucoup plus forte lorsque la raideur du soutènement  $K_s$  augmente (figure 4).

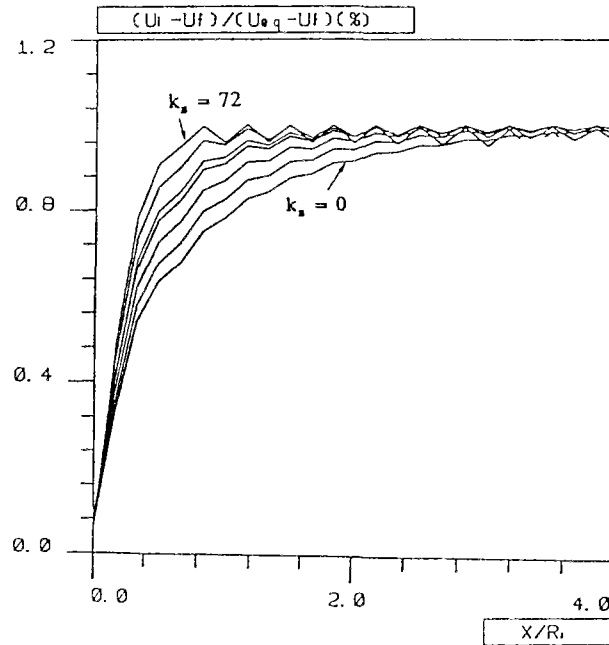


Figure 4 : Forme de la fonction  $a(x)$  pour différents  $K_s$  (calculs exacts 3D).

De façon naturelle, *la nouvelle méthode implicite* que nous proposons consiste à choisir une *fonction de forme*  $a(x)$  qui dépend de la raideur du soutènement (plus exactement du rapport entre  $K_s$  et  $E$ ) et que l'on notera  $a^s(x)$  par la suite.

Une voie à explorer consiste à substituer à la fonction  $x \rightarrow a(x)$  la fonction  $a^s(x)$  construite à partir de celle-ci de la façon suivante :

$$a^s(x) = a(\alpha x) = 1 - \left[ \frac{0,84 R_i}{\alpha x + 0,84 R_i} \right]^2 \quad (9.11)$$

où  $\alpha$  est une fonction qui ne dépend que du paramètre  $K_s/E$ , que l'on notera par la suite  $k_s = K_s/E$ .

En l'absence de soutènement ( $K_s = 0$ ), les fonctions  $a(x)$  et  $a^s(x)$  doivent coïncider :  $\alpha = 1$  pour  $k_s = 0$ .

Le choix que nous avons adopté (bien entendu d'autres choix sont possibles) pour l'expression de la fonction  $\alpha$  est assez simple : il consiste en un développement limité de  $\alpha(k_s)$  :

$$\alpha(k_s) = 1 + \sum_{j=1}^n a_j (k_s)^j \quad (9.12)$$

Pour un degré  $n$  donné, les coefficients  $a_j$  ci-dessus sont déterminés en cherchant le meilleur polynôme  $\alpha(k_s)$  (au sens des moindres carrés), qui passe par le nuage de points  $((k_s)_i, \alpha_i)$  obtenus à l'aide de nos calculs exacts effectués par voie numérique.

### 9.3 - AJUSTEMENT DES PARAMETRES DE LA FONCTION DE FORME $a^s(x)$

#### 9.3.1 - Remarques préliminaires :

Le problème simple que nous traitons dans ce chapitre est un modèle à cinq paramètres : l'équilibre final de l'ouvrage ne dépend en effet que des grandeurs suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} R_i & \text{rayon du tunnel} \\ d_0 & \text{distance de pose du soutènement} \\ P_\infty & \text{profondeur de l'ouvrage} \\ K_s & \text{raideur du soutènement} \\ E & \text{module d'Young de la roche} \end{array} \right.$$

En particulier, un paramètre suffit pour donner le comportement du massif incompressible (le module d'Young) et un seul paramètre également détermine complètement la loi de comportement du soutènement (sa raideur).

De plus, grâce à une analyse adimensionnelle, on montre que le nombre effectif de paramètres utiles est de trois seulement :

- un paramètre géométrique

- deux paramètres mécaniques

$$\begin{aligned} d_0' &= \frac{d_0}{R_i} \\ P_\infty' &= \frac{P_\infty}{E} \\ k_s &= \frac{K_s}{E} \end{aligned}$$

Pour valider notre modèle, il faut donc vérifier que la fonction polynomiale  $\alpha(k_s)$ , qui sera choisie, donne des résultats proches des résultats exacts lorsqu'on fait varier indépendamment l'ensemble des trois paramètres adimensionnels du problème.

Par souci de simplicité, la démarche que nous allons adopter ci-dessous consiste à effectuer l'ajustement des paramètres  $a_i$  sur les résultats exacts dans un cas spécifique,  $d_0'$  et  $P_\infty'$  fixés aux valeurs respectives  $d_0' = 2/3$  et  $P_\infty' = 0,008$ , et  $k_s$  variable dans une très large gamme, de 0 (pas de soutènement) à 72 (soutènement rigide).

On vérifiera ensuite (paragraphe 9.4) que cette fonction de forme  $a^s(x)$  ainsi déterminée, donne de bons résultats dans les cas où  $d_0'$  et  $P_\infty'$  prennent des valeurs différentes.

### 9.3.2 - Calculs des $a_i$ :

Les résultats des dix calculs en élasticité, qui ont été présentés dans le chapitre 8 ( $d_0' = 2/3$ ,  $P_\infty' = 0,008$ ,  $k_s$  variable), fournissent notamment la valeur exacte de la convergence  $U_0$  au moment où le soutènement est posé, c'est-à-dire la valeur de  $a^s(d_0)$  et celle de  $\alpha$  (calculée grâce à 9.11), pour plusieurs valeurs de  $k_s$ . Ces résultats sont regroupés dans le tableau 4.

Le calcul des paramètres  $a_i$  a été effectué en cherchant le meilleur ajustement entre les dix valeurs  $\alpha^e$  des calculs exacts, reportées dans le tableau, et les dix valeurs  $\alpha^a$  données par l'approximation grâce à (9.12).

$K_s / E$	$a^s (d_0)$	$\alpha^c$
0,24	0,7305	1,1671
0,48	0,7606	1,3154
0,72	0,7898	1,4881
1,68	0,8564	2,0654
2,40	0,8835	2,4308
7,20	0,9495	4,3470
16,80	0,9746	6,6386
24,00	0,9816	8,0330
72,00	0,9935	14,4061

Tableau 4 : Valeurs de  $\alpha$  données par le calcul numérique.

Pour cette étude, on a utilisé un programme numérique des moindres carrés figurant dans le "Numerical Recipes" (Press & al., 1986).

Partant de  $n = 1$  et augmentant progressivement le degré du polynôme, l'approximation s'affine de plus en plus, pour devenir très satisfaisante à partir de  $n = 4$ .

On obtient ainsi :

$$\alpha(k_s) = 1 + 0,635 k_s - 0,0293 k_s^2 + 0,781 \times 10^{-3} k_s^3 - 0,64 \times 10^{-5} k_s^4 \quad (9.13)$$

La fonction  $\alpha(k_s)$  ainsi obtenue est tracée sur la figure 5.

Cette expression (9.13) est valable dans la gamme des valeurs des rigidités des soutènements courants, entre  $0 \leq k_s \leq 30$  ; la valeur de  $k_s = 30$  représentant déjà un soutènement très rigide. Toutefois, la valeur de  $k_s = 72$  (soutènement extrêmement rigide) a aussi été testée et donne de bons résultats, comme on le verra ci-après.

Les courbes  $a^s(x)$  sont tracées sur la figure 6 pour différentes valeurs de  $k_s$ . On constate en particulier que, conformément à l'idée initiale qui a présidé à la proposition de cette nouvelle méthode, la forme de  $a^s(x)$  est d'autant plus accentuée que la raideur réduite  $k_s$  du soutènement est élevée.



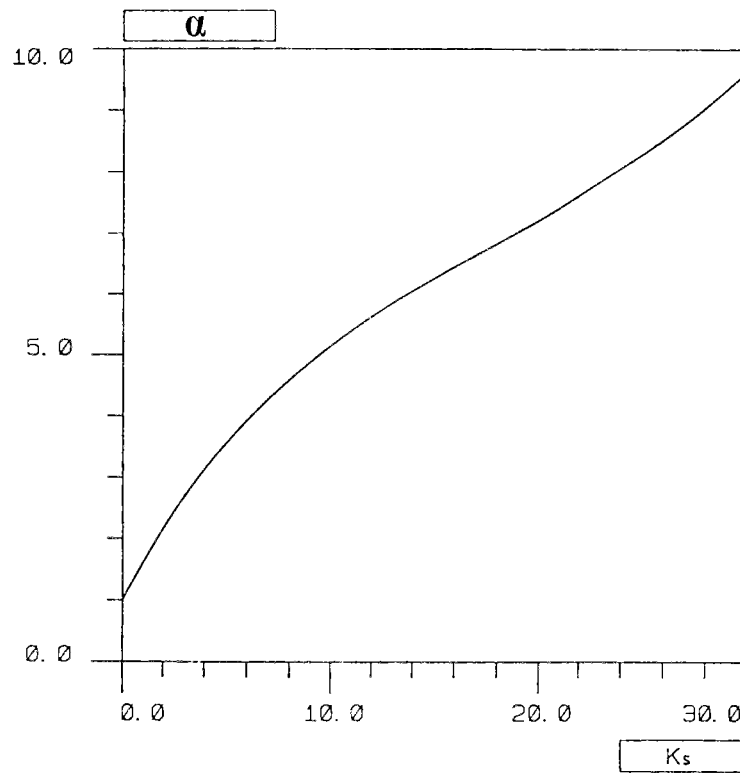


Figure 5 :  $\alpha$  fonction de  $k_s$ .

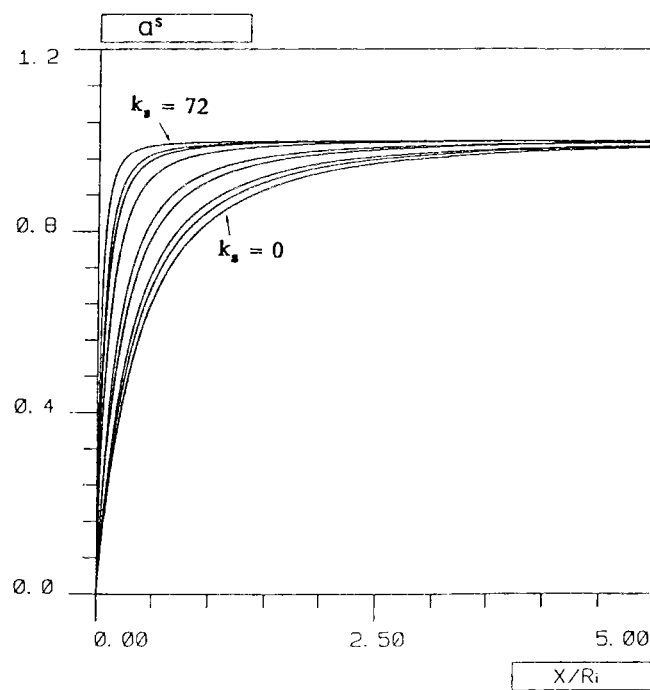


Figure 6 :  $a^s(x)$  pour plusieurs valeurs du paramètre  $k_s$ .

On trouvera les résultats essentiels de ces calculs dans les tableaux 5 (convergences l'équilibre  $U_{eq}$ ) et 6 (pression à l'équilibre  $P_{eq}$ ), ainsi que sur la figure 7.

On peut faire les commentaires suivants :

- Pour les calculs n° 5 à 13 ( $d'_0 = 2/3$ ,  $P'_\infty = 0,008$ ) du paragraphe 8.3.3, la nouvelle méthode implicite fournit des valeurs des paramètres fondamentaux  $U_{eq}$  et  $P_{eq}$  *remarquablement proches* des résultats exacts, obtenus grâce à une analyse tridimensionnelle du problème réel par voie numérique.

- L'écart relatif sur la pression de soutènement à l'équilibre entre les valeurs données par notre modèle et les valeurs exactes n'excède pas **3,4%**, et ceci dans une gamme très étendue de raideurs de soutènement.

- La nouvelle méthode fournit des approximations de  $P_{eq}$  et  $U_{eq}$  bien meilleures que celles données par la méthode de convergence-confinement où la méthode implicite classique.

- La nouvelle méthode donne des estimations de la pression de soutènement à l'équilibre  $P_{eq}$ , par excès, c'est-à-dire dans un *sens favorable à la sécurité*.

- L'erreur relative  $\epsilon_p$  sur  $P_{eq}$  dépend, bien sûr, de la raideur  $k_s$  ; lorsqu'on augmente  $k_s$ ,  $\epsilon_p$  croît d'abord, atteint son maximum (3,4%) pour une valeur de  $k_s = 1,68$  (soutènement relativement mou) et diminue ensuite continûment.

Valeurs de $U_{eq}$			
$k_s$	$U_{eq}^c$ (%)	$U_{eq}^a$ (%)	$\frac{U_{eq}^c - U_{eq}^a}{U_{eq}^c}$ (%)
0,24	1,122	1,1211	0,1
0,48	1,0704	1,0690	0,1
0,72	1,0369	1,0324	0,4
1,68	0,9658	0,9576	0,8
2,40	0,9394	0,9329	0,7
7,20	0,892	0,8876	0,5
16,80	0,8554	0,8533	0,3
24,00	0,85	0,8494	0,1
72,00	0,8373	0,8373	0,0

Tableau 5 : Valeurs de la convergence à l'équilibre obtenues par nos calculs ( $U_{eq}^c$ ) et la méthode approchée ( $U_{eq}^a$ ) : Cas avec  $P'_\infty = 0,008$  et  $d'_0 = 2/3$ .

Valeurs de $P_{eq}$			
$k_s$	$P_{eq}^c$ (MPa)	$P_{eq}^a$ (MPa)	$\frac{P_{eq}^c - P_{eq}^a}{P_{eq}^c}$ (%)
0,24	0,260	0,2633	- 1,3
0,48	0,4323	0,4372	- 1,1
0,72	0,5441	0,5590	- 2,7
1,68	0,7811	0,8083	- 3,4
2,40	0,8690	0,8906	- 2,5
7,20	1,027	1,0418	- 1,4
16,80	1,1488	1,1561	- 0,6
24,00	1,167	1,1690	- 0,2
72,00	1,2093	1,2093	0,0

Tableau 6 : Valeurs de la pression à l'équilibre obtenues par nos calculs ( $P_{eq}^c$ ) et la méthode approchée ( $P_{eq}^a$ ) : Cas avec  $P'_\infty = 0,008$  et  $d'_0 = 2/3$ .

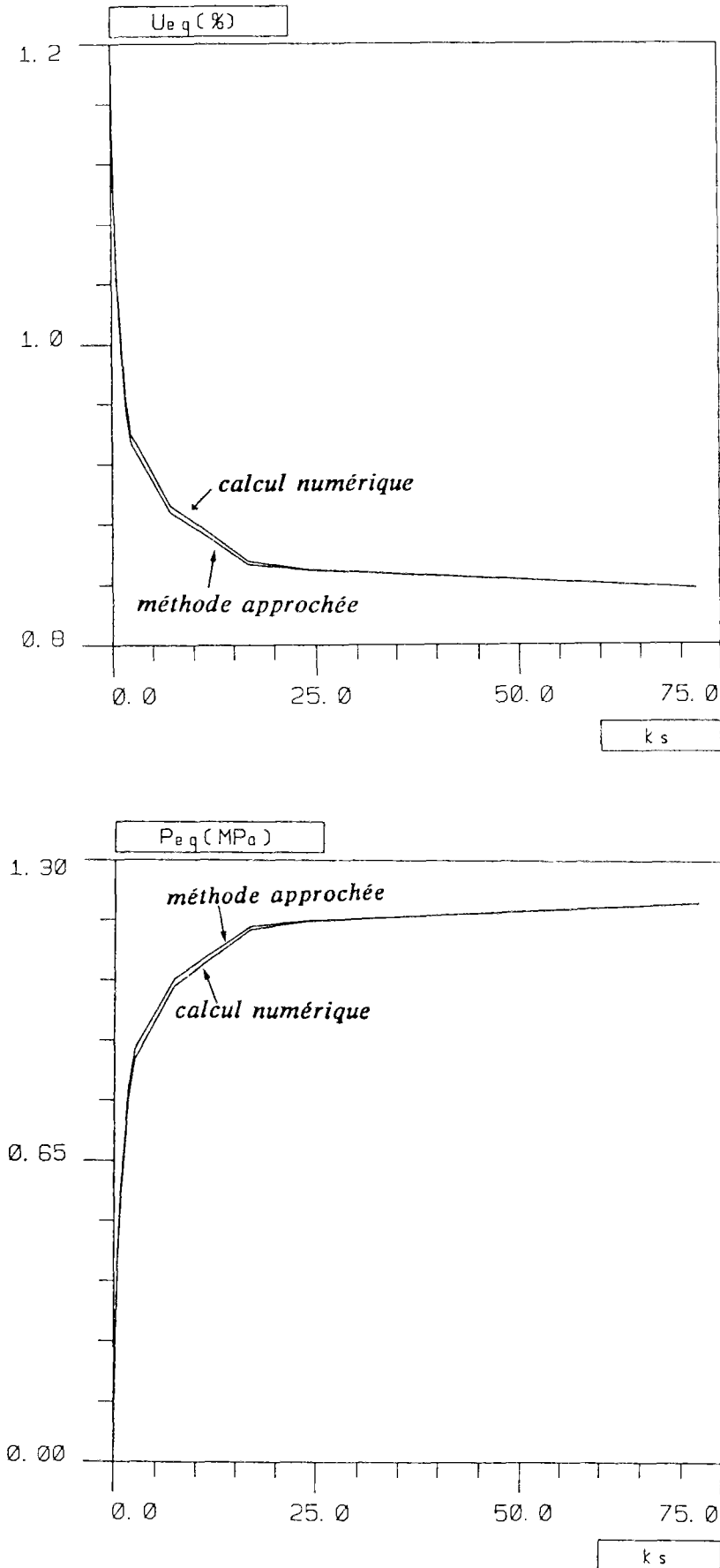


Figure 7 : Convergences  $U_{eq}$  et pressions  $P_{eq}$  à l'équilibre, en fonction du paramètre  $k_s$  (pour  $P_\infty = 0,008$  et  $d_0 = 2/3$ ) par deux méthodes : a- calculs numériques ; b- méthode approchée.

Etudions encore avec plus de détails les résultats donnés par la nouvelle méthode implicite, en nous intéressant à la forme de la convergence  $U_i$  en fonction de la distance au front  $x$ .

On a tracé ces profils  $U_i(x)$  sur la *figure 8* ; six couples de courbes sont représentés, chacun correspondant à une valeur différente de la raideur  $k_s$  du soutènement donnée.

A l'examen de ces figures, on peut faire les commentaires suivants :

- Plus la rigidité du soutènement est faible, plus les courbes issues du calcul numérique et de la méthode approchée coïncident : dans la gamme  $0 < k_s < 30$ , le maximum de l'écart relatif sur  $U_i(x)$  n'excède pas 5%.

- Au fur et à mesure que le paramètre  $k_s$  augmente, la courbe donnée par notre modèle présente une pente initiale de plus en plus élevée et s'écarte ainsi un peu de la courbe exacte dans la zone proche du front de taille, sur une longueur de l'ordre de un rayon. Néanmoins, ces différences restent raisonnables dans la gamme de raideur des soutènements couramment utilisés en pratique.

- Cet écart relativement important dans la zone proche du front n'est pas essentiel ; en effet, la convergence dans cette zone n'est pas un paramètre dimensionnant pour l'ouvrage. Les paramètres fondamentaux restent bien les valeurs des convergences et pression à l'équilibre, lorsque le front est loin de la section d'étude, et on a vu qu'à ce niveau la précision de la méthode est excellente.

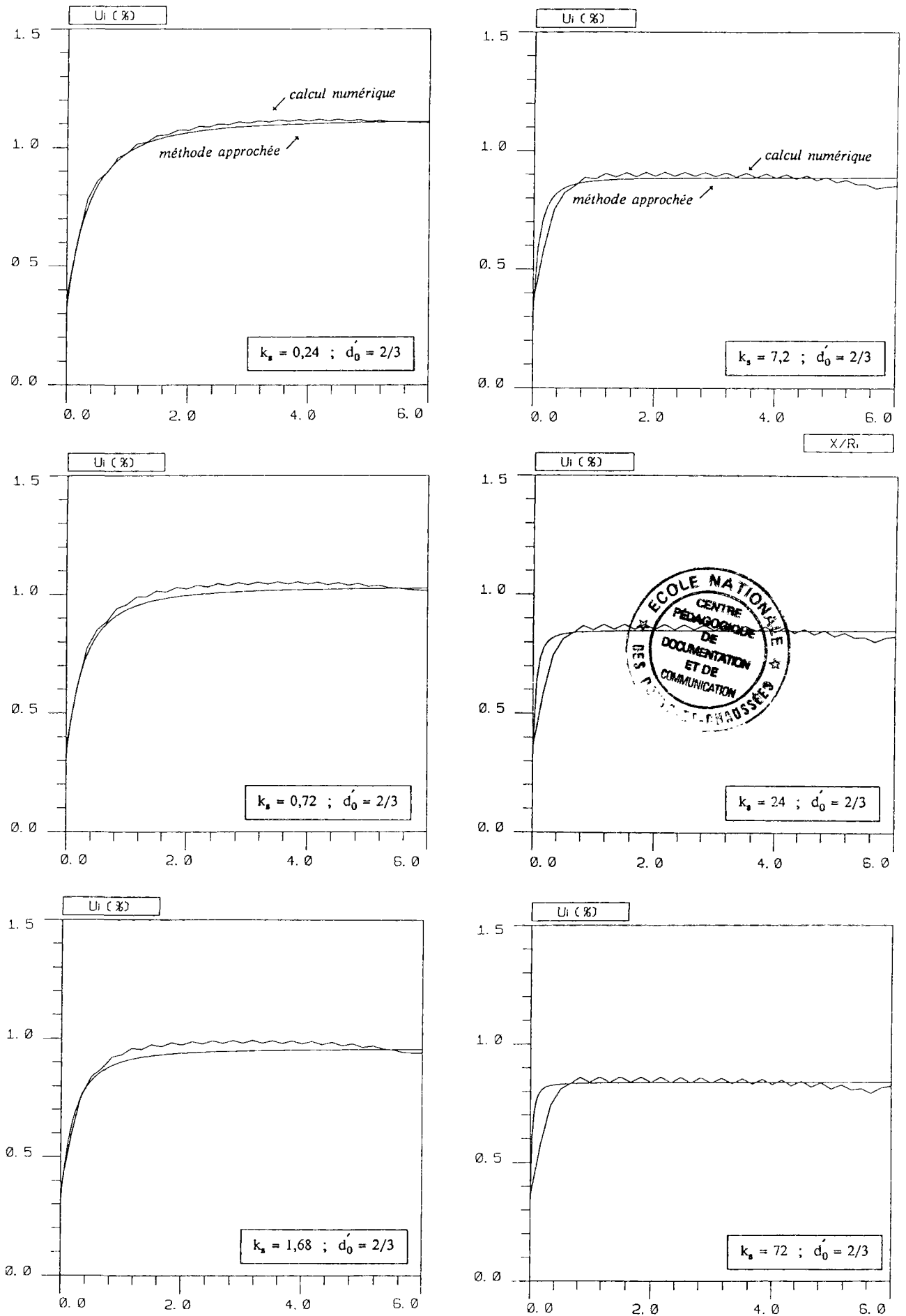


Figure 8 : Profils des convergences en fonction de la distance  $x$  au front pour les deux méthodes :  $P'_\infty = 0,008$  MPa et  $d'_0 = 2/3$ .

#### 9.4 - VALIDATION DE LA NOUVELLE METHODE IMPLICITE

Comme annoncé plus haut, il faut maintenant valider la méthode que nous venons de mettre au point, dans des domaines de variation de toutes les données du problème aussi vastes que possible.

Cette étude paramétrique concerne deux paramètres nouveaux : la *profondeur du tunnel* (ou plus exactement la précontrainte initiale  $P_{\infty}$ ) ainsi que la *distance de pose*  $d_0'$  du soutènement.

##### 1) *Variation de $d_0'$* :

Les *figures 9 et 10* (comparaison entre les courbes  $U_i(x)$  données par calcul numérique et nouvelle méthode implicite) illustrent quatre cas différents, pour lesquels  $P_{\infty}'$  a une valeur fixée à 0,008. On a testé des valeurs de  $d_0'$  plus élevées  $d_0' = 1$  ou 2, pour des soutènements de raideur réduite : 0,72 ; 7,2 ; 24.

##### 2) *Variation de $P_{\infty}'$* :

De la même manière, les *figures 11, 12 et 13* donnent les résultats des calculs effectués pour  $P_{\infty}' = 0,01$  et 0,02 (au lieu de 0,008) pour différentes rigidités et des valeurs de  $d_0'$  égales à 2/3 ou 1.

Les résultats essentiels (pression et convergence à l'équilibre) sont consignés dans les tableaux 7 et 8.

$P'_{\infty}$	$d'_0$	$k_s$	$U^a_{eq}$ (%)	$U^c_{eq}$ (%)	$\frac{U^c_{eq} - U^a_{eq}}{U^c_{eq}}$ (%)
0,008	2/3	0,72	1,0324	1,0369	0,4
		7,20	0,8876	0,892	0,5
		72,00	0,8373	0,8373	0
	1	0,72	1,0875	1,09	0,2
		7,20	1,0043	0,997	-0,7
		72,00	0,982	0,97	-1,2
	2	7,20	1,1313	1,1319	0,1
		24,00	1,1283	1,129	0,1
0,01	2/3	4,80	1,126	1,135	0,8
		7,20	1,109	1,12	1,0
		72,00	1,046	1,05	0,4
	1	0,72	1,359	1,361	0,2
		7,20	1,255	1,252	-0,2
		72,00	1,225	1,21	-1,2
0,02	1	0,72	2,719	2,725	0,2
		7,20	2,511	2,495	-0,6
		72,00	2,450	2,420	-1,2

Tableau 7 :

Valeurs de la convergence à l'équilibre données par les calculs numériques ( $U^c_{eq}$ )  
et par la méthode approchée ( $U^a_{eq}$ ).



$P'_{\infty}$	$d'_0$	$k_s$	$P^a_{eq}$ (MPa)	$P^c_{eq}$ (MPa)	$\frac{P^c_{eq} - P^a_{eq}}{P^c_{eq}}$ (%)
0,008	2/3	0,72	0,5590	0,5442	-2,7
		7,20	1,042	1,027	-1,4
		72,00	1,2093	1,2093	0
	1	0,72	0,3751	0,3667	-2,3
		7,20	0,6523	0,6767	3,6
		72,00	0,727	0,766	5,1
	2	7,20	0,2289	0,227	-0,8
		24,00	0,2393	0,2367	-1,1
0,01	2/3	4,80	1,247	1,217	-2,5
		7,20	1,302	1,267	-2,8
		72,00	1,512	1,50	-0,8
	1	0,72	0,469	0,464	-1,1
		7,20	0,815	0,827	1,4
		72,00	0,917	0,966	5,1
0,02	1	0,72	0,937	0,916	-2,3
		7,20	1,631	1,68	2,9
		72,00	1,833	1,934	5,2

Tableau 8 :

Valeurs de la pression à l'équilibre données par les calculs numériques ( $P^c_{eq}$ )  
et par la méthode approchée ( $P^a_{eq}$ ).

• *Commentaires sur les courbes et tableaux :*

- Du point de vue des paramètres essentiels qui conditionnent l'équilibre ( $P_{eq}$  et  $U_{eq}$ ), la comparaison des résultats reste toujours ***extrêmement satisfaisante***. Dans le cas le moins favorable, ( $P'_{\infty} = 0,02$ ,  $k_s = 72$ ,  $d_0 = 1$ ), l'écart relatif sur la pression de soutènement  $P_{eq}$  entre la solution exacte et la solution donnée par la nouvelle méthode n'est que de **5 %**.

- Dans le détail, l'ajustement des courbes  $U_i(x)$  dans une zone proche du front reste moins bon, surtout pour des soutènements très raides, mais l'erreur relative commise reste du même ordre de grandeur que celle constatée (paragraphe précédent) dans les cas pour lesquels le calage de la fonction  $\alpha(k_s)$  a été réalisé.

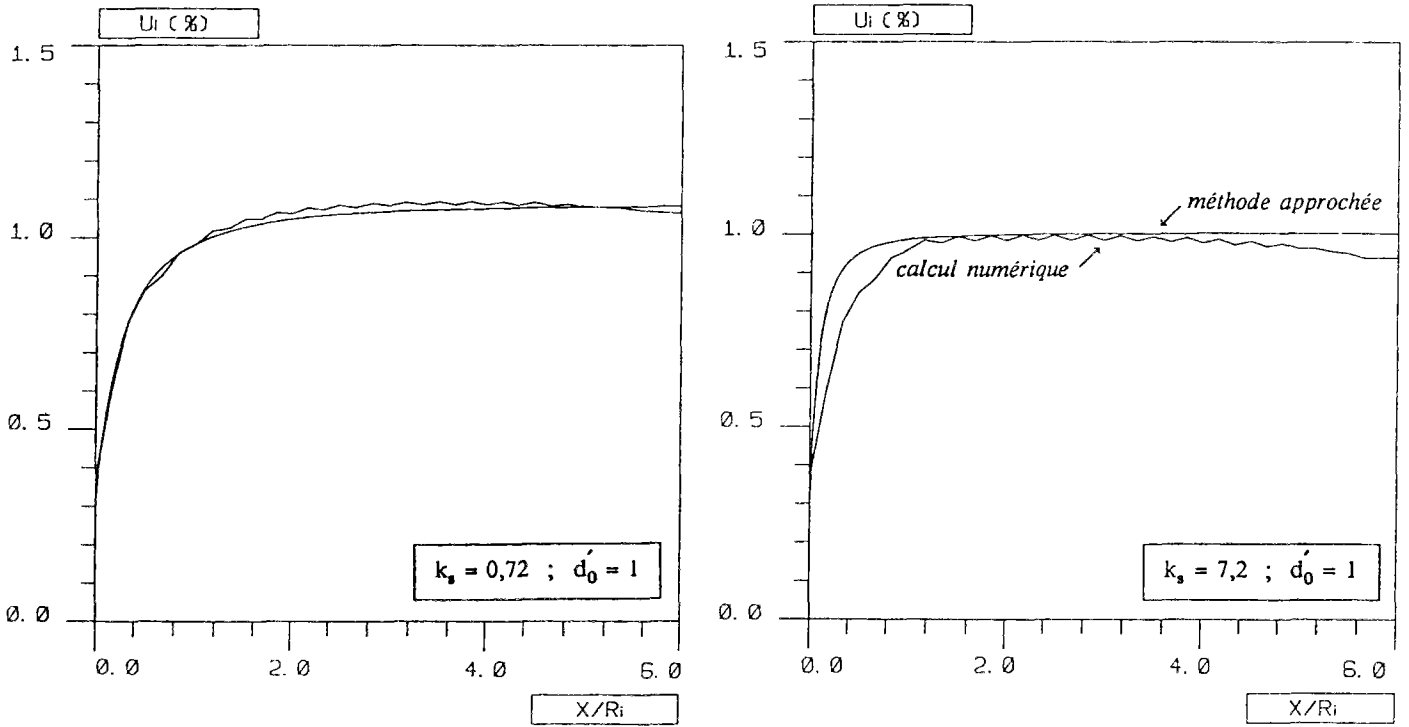


Figure 9 : Profils des convergences en fonction de la distance au front par les deux méthodes,  $P'_\infty = 0,008$ ,  $d'_0 = 1$ . a)  $k_s = 0,72$  ; b)  $k_s = 7,2$ .

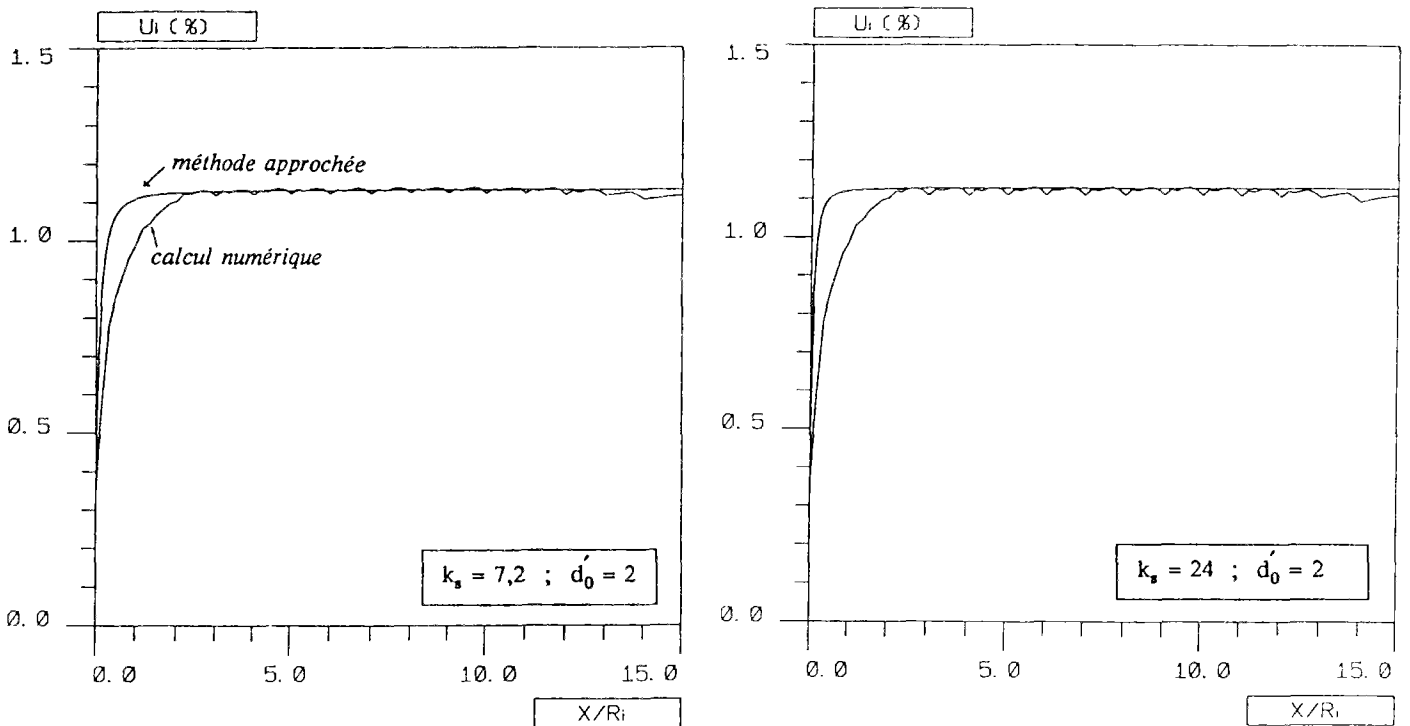


Figure 10 : Profils des convergences en fonction de la distance au front par les deux méthodes,  $P'_\infty = 0,008$ ,  $d'_0 = 2$ . a)  $k_s = 7,2$  ; b)  $k_s = 24$ .

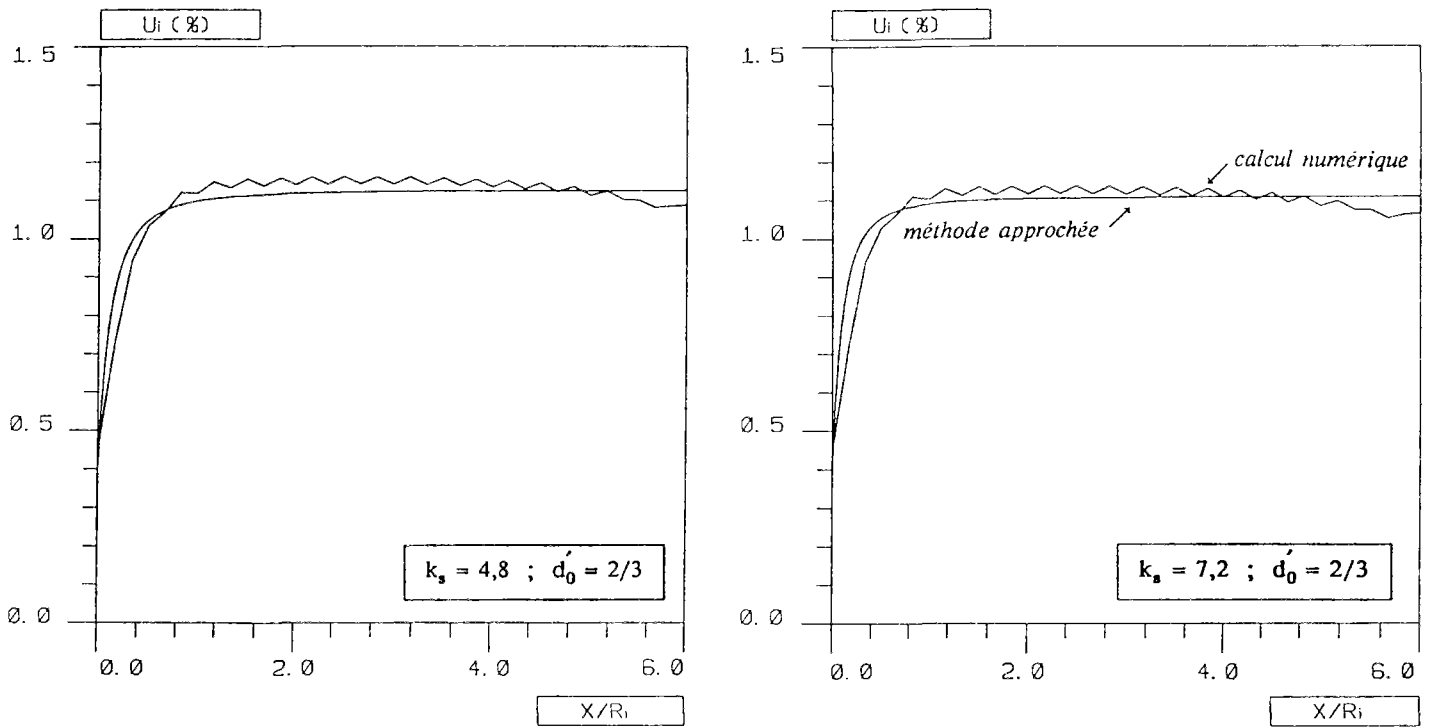


Figure 11 : Profils des convergences en fonction de la distance au front par les deux méthodes,  $P'_\infty = 0,01$ ,  $d'_0 = 2/3$ . a)  $k_s = 4,8$  ; b)  $k_s = 7,2$ .

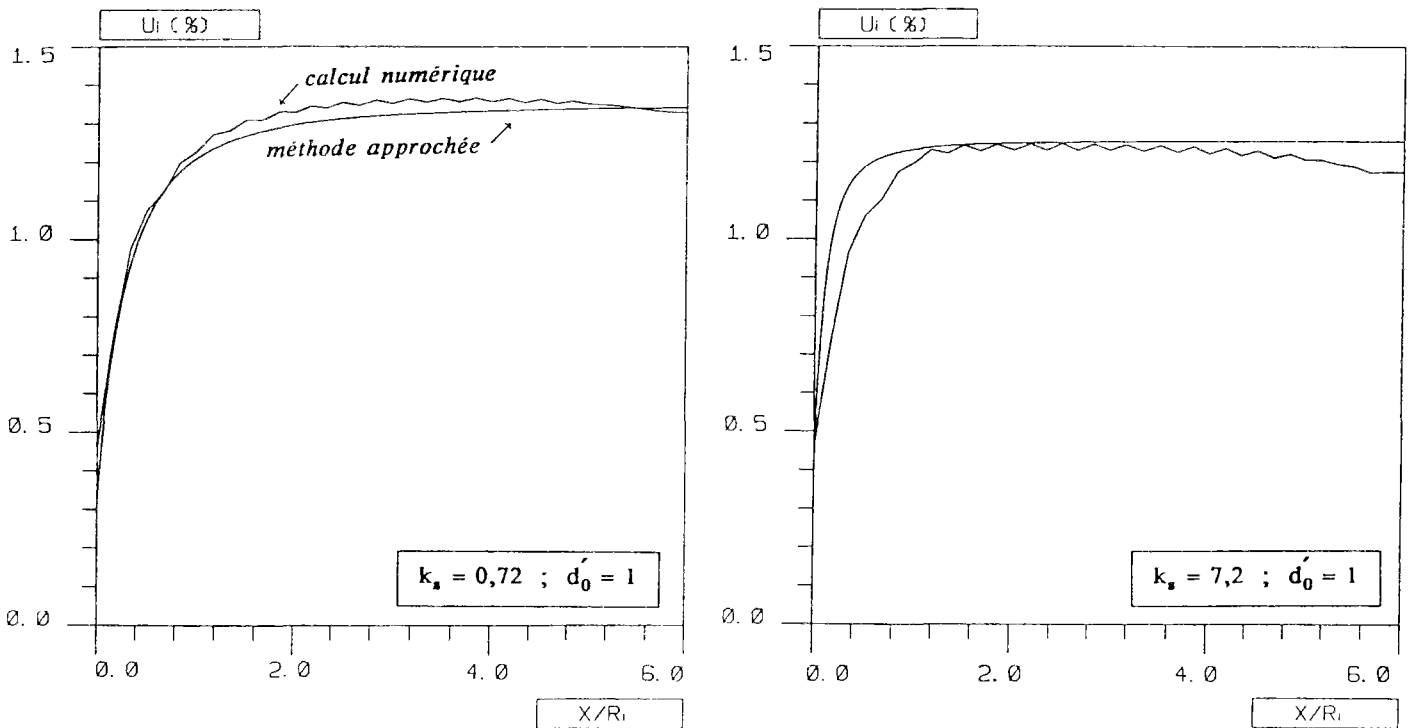


Figure 12 : Profils des convergences en fonction de la distance au front par les deux méthodes,  $P'_\infty = 0,01$ ,  $d'_0 = 1$ . a)  $k_s = 0,72$  ; b)  $k_s = 7,2$ .

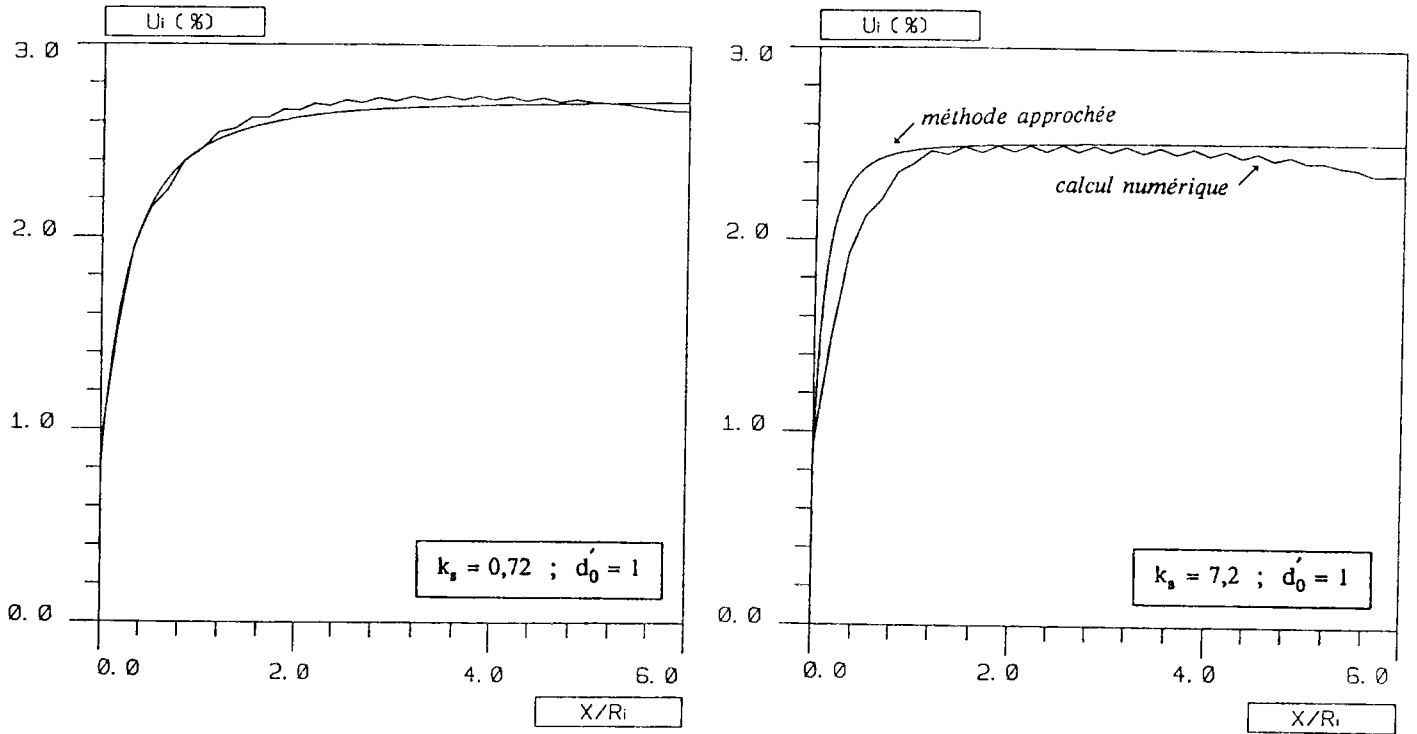


Figure 13 : Profils des convergences en fonction de la distance au front par les deux méthodes,  $P'_\infty = 0,02$ ,  $d'_0 = 1$ . a)  $k_s = 0,72$  ; b)  $k_s = 7,2$ .

## CONCLUSION SUR LA PARTIE IV

Le problème de l'interaction entre le massif et le soutènement est un problème essentiellement *tridimensionnel* et fortement *couplé*.

Dans les cas où le problème posé admet la symétrie cylindrique (par exemple, section circulaire, comportement et état initial des contraintes homogènes et isotropes), le calcul exact par voie numérique reste d'une taille raisonnable puisqu'il peut être réalisé en axisymétrie. Les très nombreux exemples présentés dans cette partie montrent que l'outil numérique que nous avons mis au point est parfaitement apte à traiter ce problème d'interaction avec précision et efficacité, et qu'il est d'un emploi commode.

Lorsque le problème n'a plus la symétrie cylindrique, le calcul est vraiment tridimensionnel ; son traitement direct est donc lourd et complexe.

En vue d'une application souple, il est donc fondamental d'essayer d'*approcher* le problème par un problème bidimensionnel, en général un *problème plan en déformation plane*.

Cette idée est à la base des méthodes simplifiées actuelles de calcul des tunnels, notamment de la méthode convergence-confinement.

Lorsqu'on adopte une telle démarche, il faut alors démontrer, par comparaison avec quelques calculs exacts, que l'approximation choisie donne des résultats proches des résultats réels et fournir si possible un ordre de grandeur des erreurs commises.

Dans cette partie de notre travail, nous avons montré que la méthode convergence-confinement classique donne parfois des résultats trop imprécis et prédit des pressions sur le soutènement à l'équilibre en général sous-estimées.

Dans le cas de milieux plastiques, l'erreur relative sur la pression de soutènement peut atteindre un niveau inacceptable, de l'ordre de 40 % pour des soutènements courants.

La *nouvelle méthode implicite* que nous proposons permet de palier un des défauts de la méthode convergence-confinement : elle tient compte de la dépendance réelle du paramètre  $U_0$  (convergence au moment de la pose du soutènement), en fonction de toutes les données du problème, notamment de la raideur du soutènement.

Les résultats que nous avons obtenus sont encourageants : l'erreur commise sur l'estimation des deux paramètres dimensionnants ( $U_{eq}$  et  $P_{eq}$ , convergence et pression à l'équilibre respectivement) n'excède pas *quelques pourcents* dans les cas traités.

Néanmoins, nous n'avons testé cette méthode que dans le cas simple du massif élastique.

Un important travail d'extension de la méthode aux autres cas pratiques reste à faire. La démarche proposée à la fin de ce travail est parfaitement applicable à une telle étude.

## CONCLUSIONS GÉNÉRALES

*Arrivé au terme de ce travail, il convient d'en faire le bilan et d'en tracer les perspectives.*

*Tout d'abord, précisons que tout au long de notre étude nous avons gardé présent à l'esprit l'aspect validation par l'expérience, puisque toute théorie ou modélisation ne vaut que par sa confrontation vis-à-vis de celle-ci.*

*Si, en amont, les mesures expérimentales ont servi à mieux connaître le comportement mécanique d'une galerie construite dans un massif argileux et permis une modélisation rhéologique correcte du massif et de son revêtement, en aval ces mêmes mesures ont servi de validation et de référence pour les modèles numériques que nous avons développés.*

\*  
\*      \*  
\*



Le problème d'interaction entre le massif et le soutènement est de nature tridimensionnelle et fortement couplé.

Ainsi, pour toute étude d'un tunnel revêtu, un certain nombre de connaissances préalables sont nécessaires :

- la connaissance du comportement mécanique du massif rocheux.
- la connaissance du comportement mécanique du soutènement et de ses conditions de mise en place, sa distance de pose au front notamment.
- la connaissance de la méthode de construction employée (phasages d'excavation et de pose du soutènement).

L'approche expérimentale mise en oeuvre dans ce travail a permis d'étudier le comportement d'interaction particulier d'un massif argileux et de son soutènement par cintres métalliques coulissants.

L'interprétation des mesures a révélé clairement les avantages d'un tel soutènement pour une roche présentant des effets différés : il limite la fracturation en paroi du tunnel et minimise la pression ultime du soutènement.

L'application directe de ces résultats intéresse plus généralement la faisabilité des ouvrages dans une argile profonde.

L'analyse bidimensionnelle simplifiée de ce problème par la méthode convergence-confinement, grâce à une loi de comportement de l'argile calée à partir d'essais de laboratoire et une loi de comportement particulière du soutènement, a fourni d'excellents résultats.

De façon plus générale, le modèle numérique que nous avons mis au point au cours de nos recherches est destiné à traiter les problèmes complexes de l'interaction entre un massif et un soutènement à comportement non linéaire.

Même lorsqu'on retient des hypothèses simples sur la géométrie du tunnel ou sur l'homogénéité et l'isotropie des comportements, le creusement d'un tunnel reste un problème essentiellement tridimensionnel. La méthode numérique d'activation/désactivation en axisymétrie, que nous avons implantée dans "GEOMECH 91", permet de traiter rigoureusement ce problème et reste d'un emploi simple.

Ce modèle nous a servi à mettre en évidence un certain nombre de points "clés" relatifs au problème de l'interaction massif-soutènement dans les milieux élastique, plastique ou viscoplastique.

Dans le cas du massif viscoplastiques, on retiendra l'importance de la vitesse de creusement (histoire du chargement) sur l'équilibre final de l'ouvrage.

L'étude du creusement pas à pas dans les milieux sans effets différés a permis de mettre en évidence un résultat essentiel : *"la convergence  $U_0$  acquise en paroi au moment de la pose du soutènement est une fonction non pas seulement de sa distance de pose au front, comme le prévoit la méthode convergence-confinement, mais elle dépend également de la rigidité du soutènement"*.

Les méthodes de calculs simplifiés doivent tenir compte de cette dépendance.

Nous avons proposé, dans la dernière partie de ce travail, une méthode implicite approchée corrigeant la valeur de la convergence  $U_0$  (point de départ de la courbe de confinement du soutènement) dans le domaine de l'élasticité, de façon à tenir compte de la rigidité du soutènement.

Les premiers résultats sont très encourageants, nous pensons qu'il serait raisonnable d'étendre cette étude aux milieux plastiques. Un travail de recherche pour étendre notre méthode à des cas plus complexes reste à faire dans ce domaine.

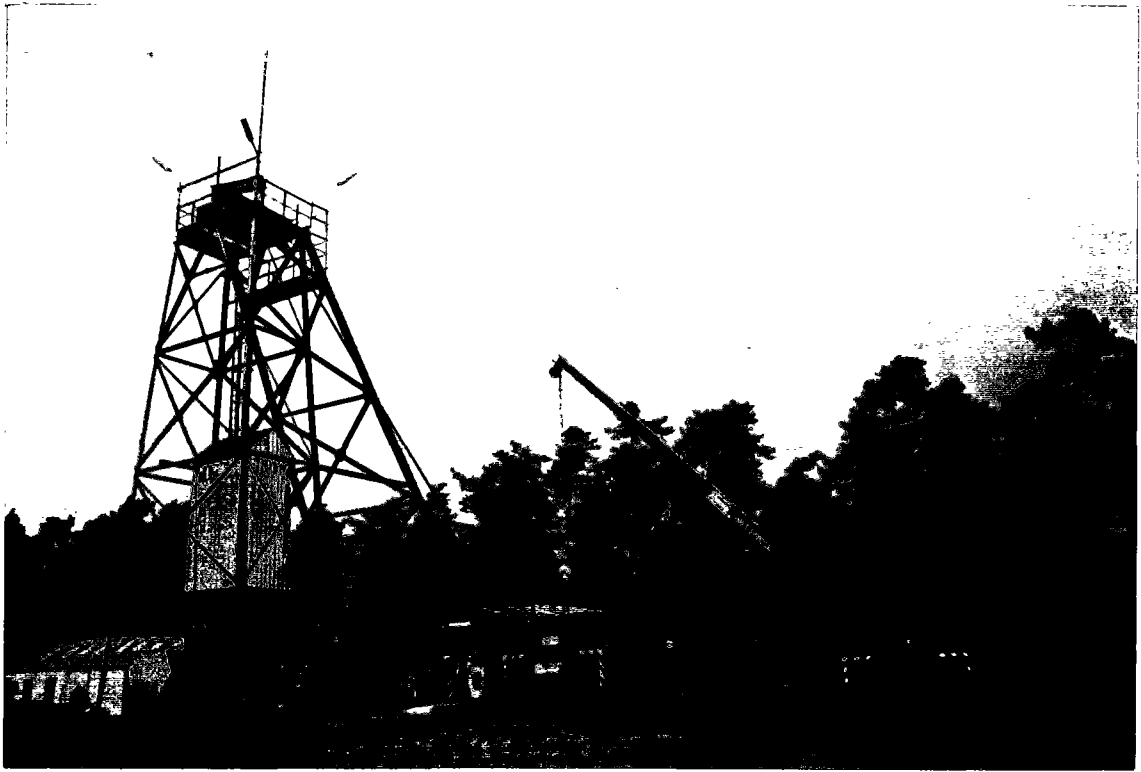
\*  
\*   \*  
\*



ANNEXE 1

PHOTOS DE LA GALERIE CINTREE



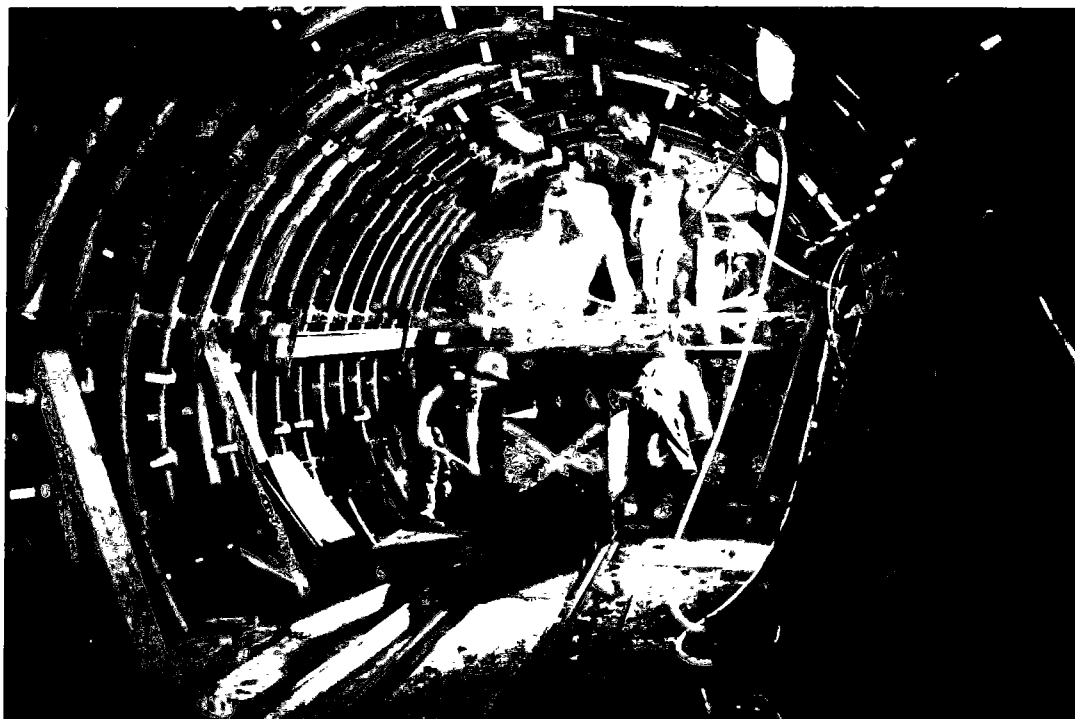
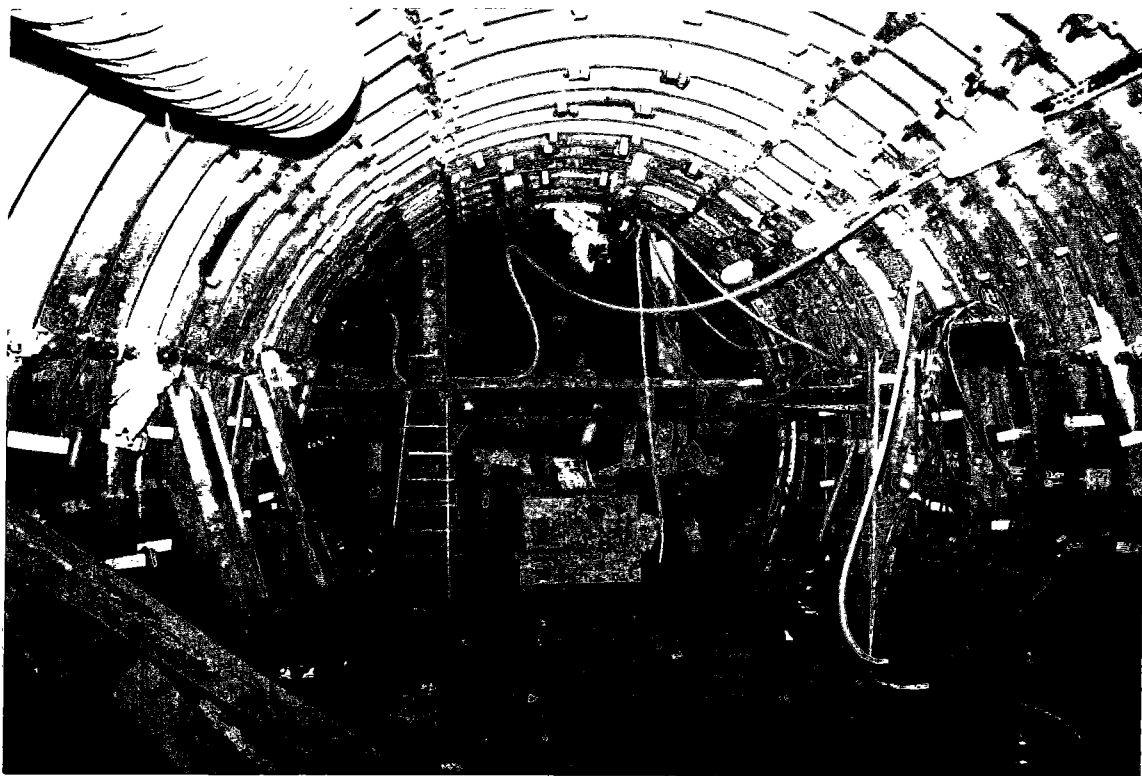


↑  
Puits d'accès (ascenseur).



*Figures 1 : Installation de surface.*

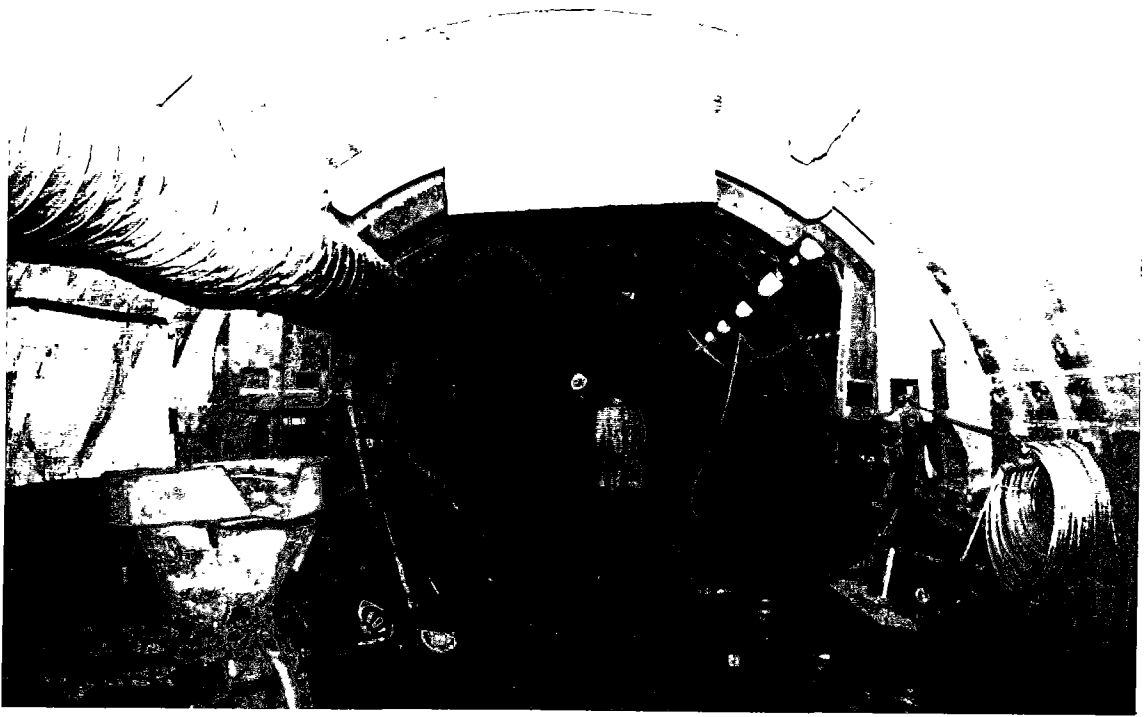




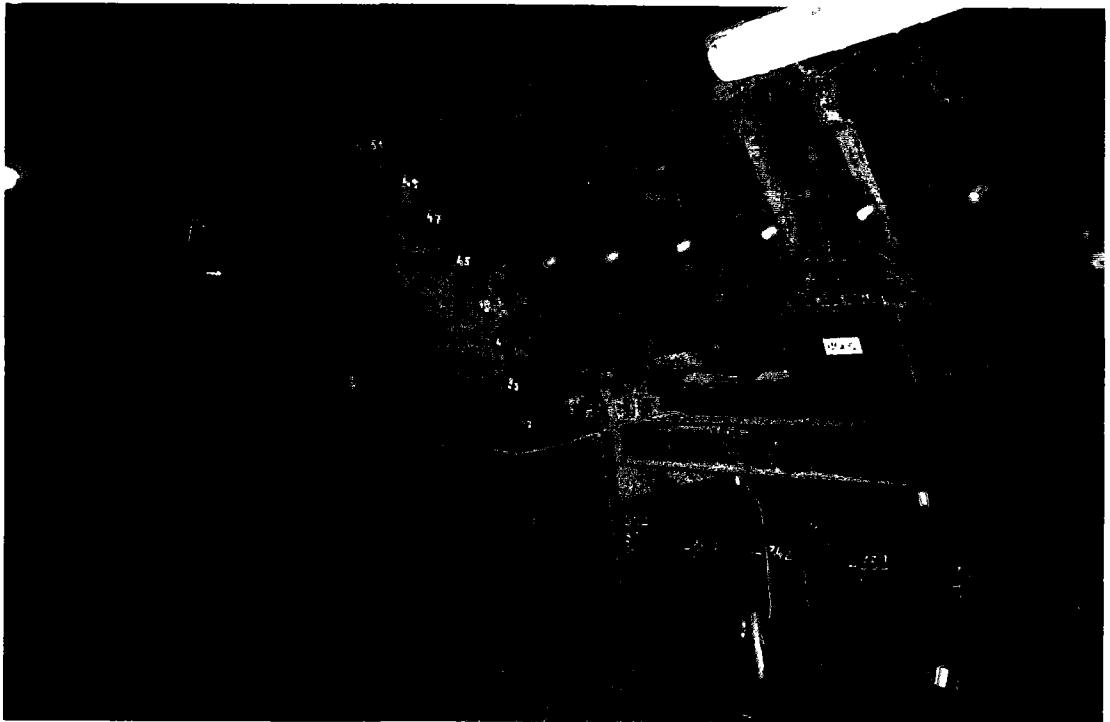
*Figures 2 : Vue générale de la galerie cintrée en cours de construction.*







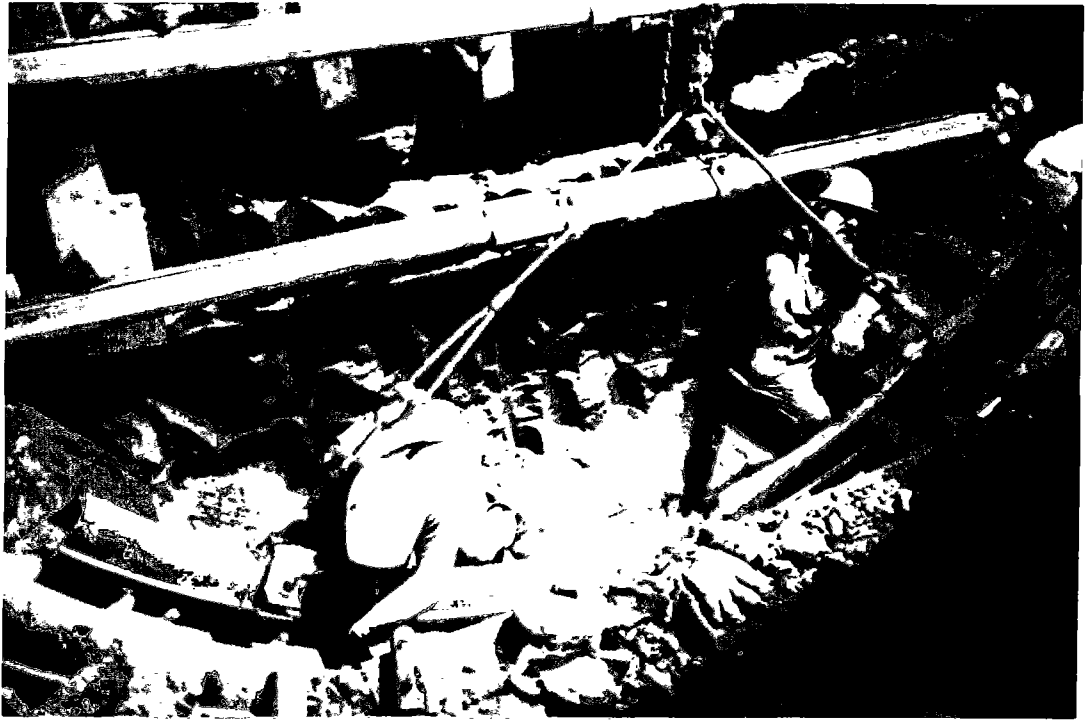
Limite entre la galerie claveaux et la galerie cintrée.



Proximité du front.

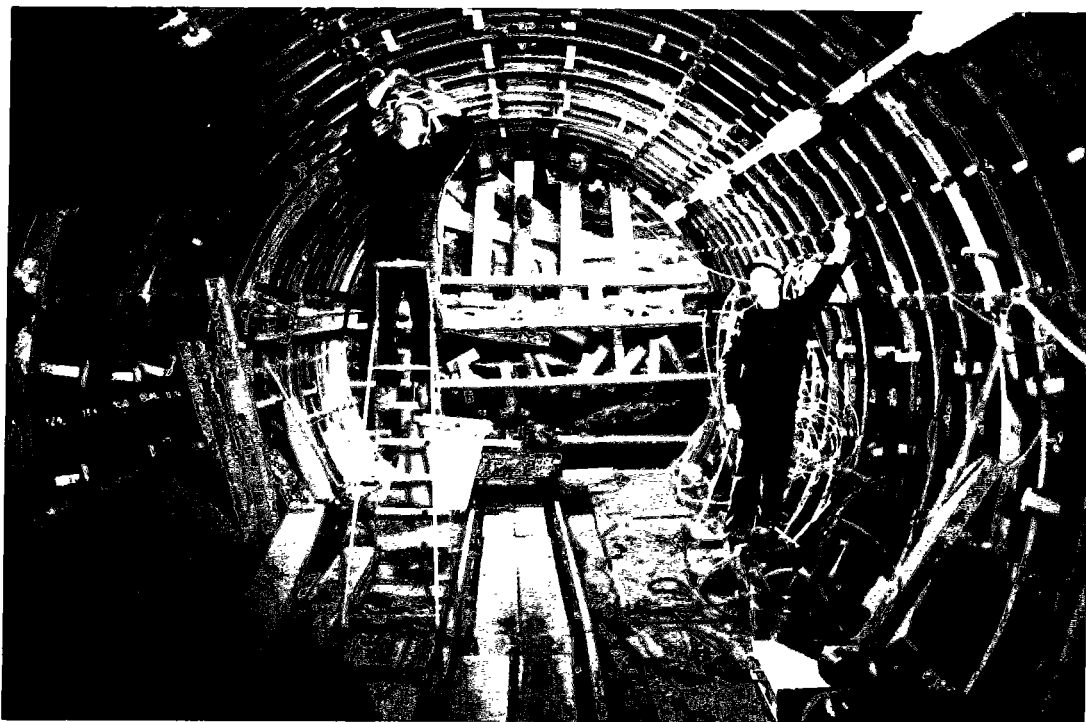
*Figures 3 : Vue des extrémités de la galerie.*





*Figures 4 : Faible distance entre le front et le dernière cintre posé.*





↑  
Mesures de cordes.



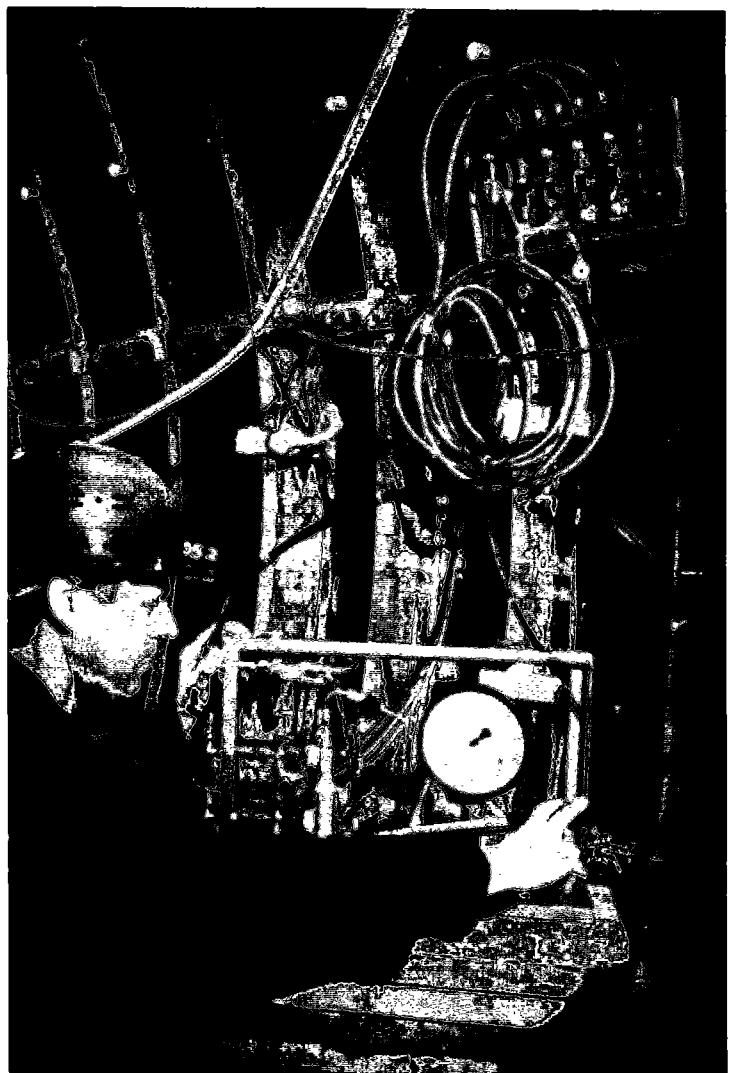
Mesure d'extensométrie sur cintre →

*Figures 5.a : Instrumentation.*





Mesure de coulissement.



Mesure de contrainte totale (cellules GLOTZL).

*Figure 5.b : Instrumentation.*





<b>ANNEXE 2</b>
-----------------

<b>ETUDE DU PROFIL METALLIQUE DES CINTRES</b>
---

- Evaluation des contraintes résiduelles.
- Méthode numérique déterminant les efforts dans une section en fonction des déformations.
- Calcul de la courbe de l'état limite du profil métallique.



## A.2 - ETUDE DU PROFIL METALLIQUE DES CINTRES

L'étude présentée dans cette annexe concerne une partie de l'analyse du comportement mécanique du soutènement de la galerie expérimentale de Mol.

La section du cintre est un profil métallique de type TH44/58, dont les caractéristiques géométriques ont été données sur la *figure 4* du chapitre 1.

Une des mesures essentielles réalisées dans la galerie expérimentale est celle de l'extensométrie sur cintre (ou mesure des déformations des cintres, données dans le paragraphe 2.2.3). Elle fournit les variations des déplacements relatifs entre 2 points situés au même niveau sur deux sections voisines du profil ce qui, compte tenu de la loi du comportement, permet de déterminer les efforts généralisés dans le cintre (effort normal et moment fléchissant).

L'objet principal de cette section est justement de préciser ce passage entre la mesure de déformation et le calcul des efforts généralisés.

### A.2.1 - Evaluation des contraintes résiduelles

On présente ici le calcul de valeurs des contraintes résiduelles dans le profil métallique TH44/58 qui a subi un cintrage à froid.

#### **- Caractéristiques géométriques du profil TH44/ 58**

Afin de faciliter les calculs, la section du profil a été approchée par une section équivalente, pour laquelle les parties courbes ont été remplacées par des droites.

Les valeurs de l'aire ( $A$ ) et de moments d'inertie ( $I_x$ ,  $I_y$ ) de cette dernière diffèrent peu (moins de 2%) de celles de la section réelle.

La *figure 1* montre les caractéristiques géométriques de la section simplifiée, les longueurs étant données en millimètres.

Le point G ( $X = 0$  ;  $Y = 0$ ) est le barycentre de la section. L'aire A de la section ainsi simplifiée vaut  $57,3\text{cm}^2$ , tandis que son moment d'inertie par rapport à l'axe  $xx'$ ,  $I_x$  vaut  $1177\text{cm}^4$ .

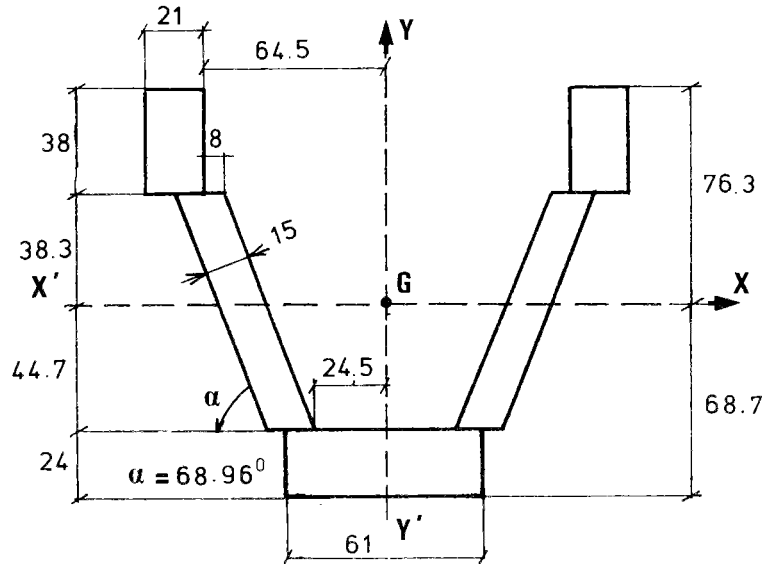


Figure 1 : Profil TH44/58 simplifié.

#### - Calcul du moment plastique $M_p$

Par définition, le moment plastique correspond à la plastification complète de la section en flexion simple. Dans ce cas, la distribution des contraintes dans la section est birectangulaire et l'axe neutre est tel qu'il y a nullité de l'effort normal.

Nous noterons par la suite cet axe comme l'axe neutre plastique (axe qui divise la section en deux parties de même aire).

Pour les sections avec un plan de symétrie, ce dernier coïncide avec l'axe barycentrique de la section, ce qui n'est pas le cas de la section TH44/58.

La figure 2 montre la position de l'axe neutre plastique du profil TH, ainsi que le diagramme des contraintes de plastification qui équilibrent  $M_p$  :

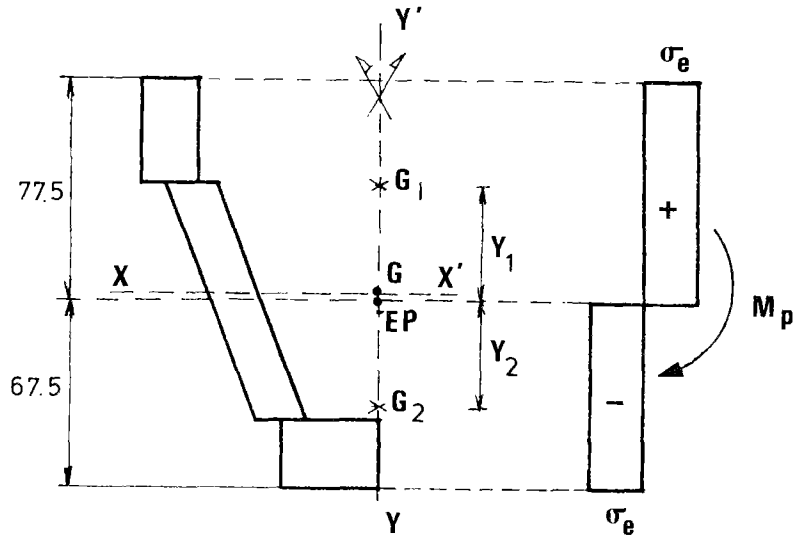


Figure 2 : Plastification complète par flexion pure.

où :

EP : position de l'axe neutre plastique ( $X = 0$  ;  $Y = -1,2\text{mm}$ )

$G_1$  : barycentre de la partie supérieure à l'axe neutre plastique ( $X=0$  ;  $Y=Y_1-1,2\text{mm}$ )

$G_2$  : barycentre de la partie inférieure à l'axe neutre plastique ( $X=0$  ;  $Y=Y_2 + 1,2\text{mm}$ )

$\sigma_e$  : contrainte d'écoulement du matériau

$M_p$  : moment de plastification totale

Le diagramme des contraintes (figure 2) qui conduit à la plastification totale de la section en flexion pure, doit fournir les résultantes des forces suivantes :

$$N = \int_A \sigma(y) dA = 0 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \sigma(y) = +\sigma_e & \text{si } y > 0 \\ \sigma(y) = -\sigma_e & \text{si } y < 0 \end{cases} \quad (A1)$$

$$M_p = \int_A \sigma_e |y| dA = Z \sigma_e \quad (A2)$$

Le module plastique Z, ainsi défini, est égal à la somme des moments statiques, pris par rapport à l'axe neutre, des deux surfaces égales des barycentres  $G_1$  et  $G_2$  respectivement :

$$Z = \frac{A}{2} (Y_1 + Y_2) \quad (A3)$$

En prenant les valeurs caractéristiques du profil TH44/58,

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_e = 520 \text{ MPa} \\ A = 57,3 \text{ cm}^2 \\ Y_1 = 4,07 \text{ cm} \\ Y_2 = 3,97 \text{ cm} \end{array} \right.$$

Le moment plastique  $M_p$  (équation (A2)) vaut *12 tfm*.

#### - Calcul des contraintes résiduelles

Le profil métallique a donc été cintré avec un moment de plastification de 12tfm et après une décharge élastique, il est siège des contraintes résiduelles, dont le diagramme est tracé sur la figure suivante :

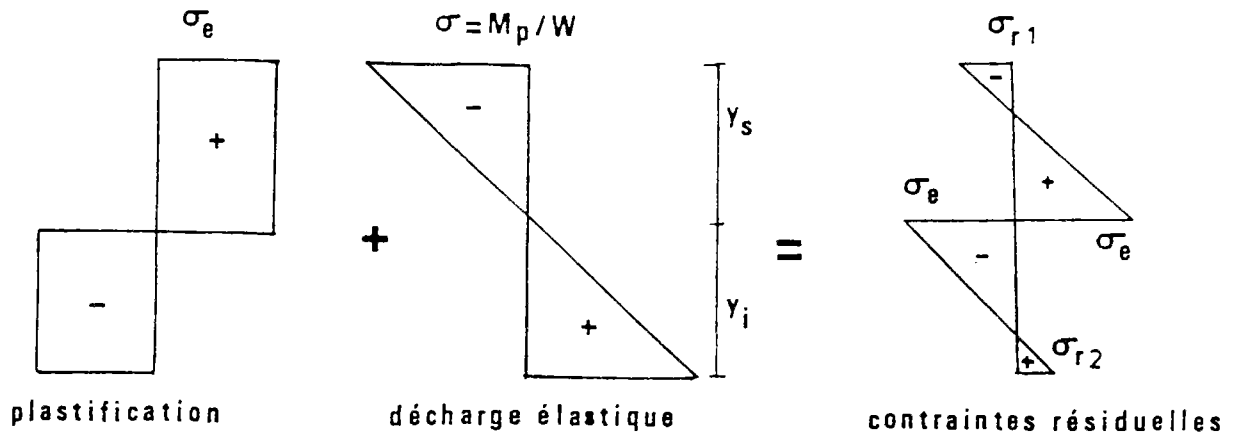


Figure 3 : Diagramme de contraintes résiduelles.

L'application numérique fournit les valeurs remarquables  $\sigma_{r_1}$  et  $\sigma_{r_2}$  suivantes :

$$\sigma_{r_1} = \sigma_e - \frac{M_p}{I_x} \cdot y_s = - 258 \text{ MPa} \quad (A4)$$

$$\sigma_{r_2} = -\sigma_e + \frac{M_p}{I_x} \cdot y_i = 182 \text{ MPa}$$

On notera que le diagramme des contraintes résiduelles conduit, bien sûr, à des

résultats de force ( $N_r$ ) et moments ( $M_r$ ) nuls :

$$N_r = \int_A \sigma_r(y) dA = 0 \quad (A5)$$

$$M_r = \int_A y \sigma_r(y) dA = 0 \quad (A6)$$

L'état de contrainte de la *figure 3* correspond donc à l'état de contrainte réel dans chaque section du cintre au moment de sa pose.

#### A.2.2- Méthode numérique déterminant les efforts dans une section en fonction des déformations

Nous allons décrire, dans ce qui suit, le principe de détermination des efforts généralisés (effort normal  $N$  et moment fléchissant  $M$ ) connaissant les valeurs des déformations généralisées (déformation longitudinale  $\epsilon_N$  et courbure  $\epsilon_M$ ) dans une section qui est initialement le siège de contraintes résiduelles. Ces dernières sont du type de celles calculées dans le paragraphe A.2.1 pour le profil TH.

Ce principe consiste à se donner des accroissements en déformation longitudinale et courbure et les rapporter ensuite à des accroissements de contraintes par la loi élastoplastique parfaite.

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ Si } |\sigma_T(y)| < \sigma_e, \quad \text{alors } \sigma(y) \text{ est pris égal à } \sigma_T(y) \\ \bullet \text{ Si } |\sigma_T(y)| \geq \sigma_e, \quad \text{on prend } \sigma(y) = \sigma_e \end{array} \right. \quad (A7)$$

où :

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_n(y) &= EA \Delta \epsilon_N(y) \\ \Delta \sigma_m(y) &= EI_x \Delta \epsilon_M(y) \\ \sigma_r(y) &: \text{contrainte résiduelle} \\ \sigma_T(y) &= \sigma_r(y) + \Delta \sigma_n(y) + \Delta \sigma_m(y) : \text{contrainte totale} \end{aligned} \quad (A8)$$

$E$ ,  $A$ ,  $I_x$  et  $y$  désignent respectivement le module d'Young, l'aire de la section, le moment d'inertie par rapport  $xx'$  et la distance algébrique à cet axe.



Cette méthode permet d'analyser numériquement la distribution réelle des contraintes résiduelles d'une section quelconque.

A titre d'exemple, on montre sur la *figure 4* une configuration possible de distribution des contraintes dans la section, due à un accroissement de déformation longitudinale et à un accroissement de courbure donnés.

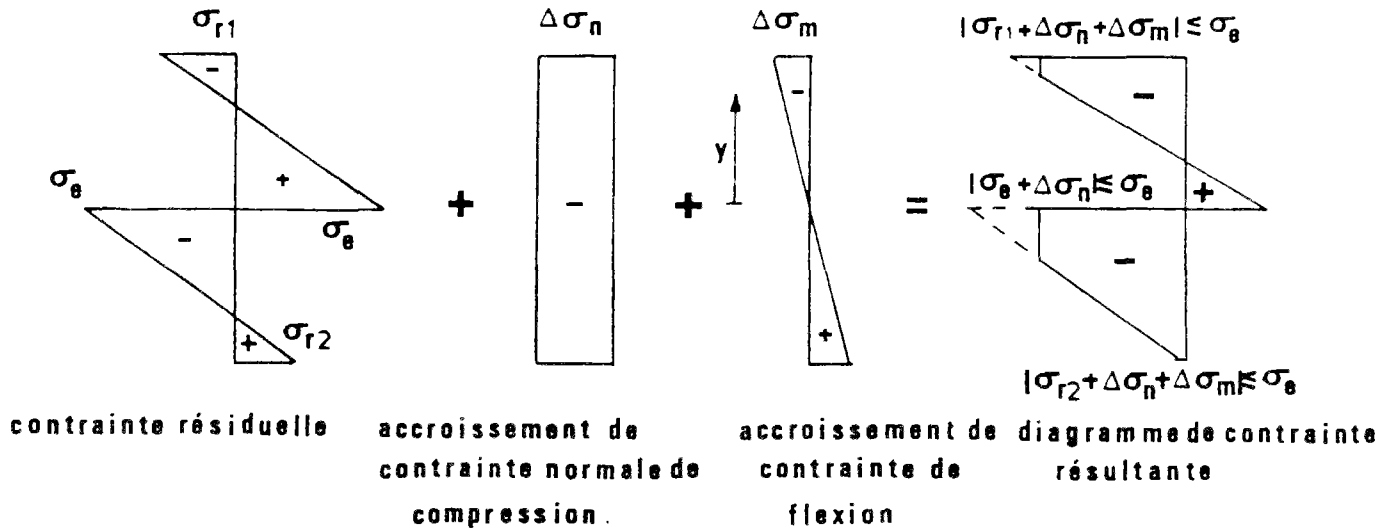


Figure 4 : Diagramme de contrainte résultante en flexion-compression.

L'effort normal et le moment fléchissant sont alors déduits de ce diagramme par simple intégration :

$$N = \int_A \sigma_T(y) dA \quad (A9)$$

$$M = \int_A y \sigma_T(y) dA \quad (A10)$$

Cette approche (calcul en plasticité locale) a conduit à l'écriture d'un programme numérique (PLAST), traitant les poutres en plasticité soumises à une flexion-compression. La section droite est divisée en plusieurs tranches rectangulaires et l'intégration est faite sur chacune d'elles.

**- Application au profil TH du cintre**

La méthode décrite précédemment a été appliquée dans le chapitre 2 (paragraphe 2.2.3) pour le calcul des efforts généralisés N et M correspondant aux déformations généralisées, mesurées in situ (mesures d'extensométrie sur cintre) dans le cintre.

Rappelons que lors d'un calcul élastoplastique, les résultats dépendent du chemin de chargement (en contraintes ou en déformations).

En pratique, le cintre est plutôt mis en charge de façon "radiale" (accroissements des déformations longitudinales et des courbures simultanées), d'où l'intérêt d'étudier ce type de chargement.

A titre d'illustration, certains trajets de charges radiaux ont été étudiés pour le profil TH44/58, siège des contraintes résiduelles. Ces trajets sont définis par le rapport :

$$K_c = \frac{A}{I} \frac{\Delta \epsilon_N}{\Delta \epsilon_M} \left( = \frac{\Delta \sigma_N}{\Delta \sigma_{M_x}} \right) ;$$

les résultats des calculs sont illustrés sur les *figures 5* et *6*.

Pour tous les trajets de charge en flexion-compression, la plastification totale de la section conduit à un couple unique N, M qui appartient à la courbe d'état limite calculée précédemment (voir *figure 22*, chapitre 2). Ceci constitue une validation du programme numérique.

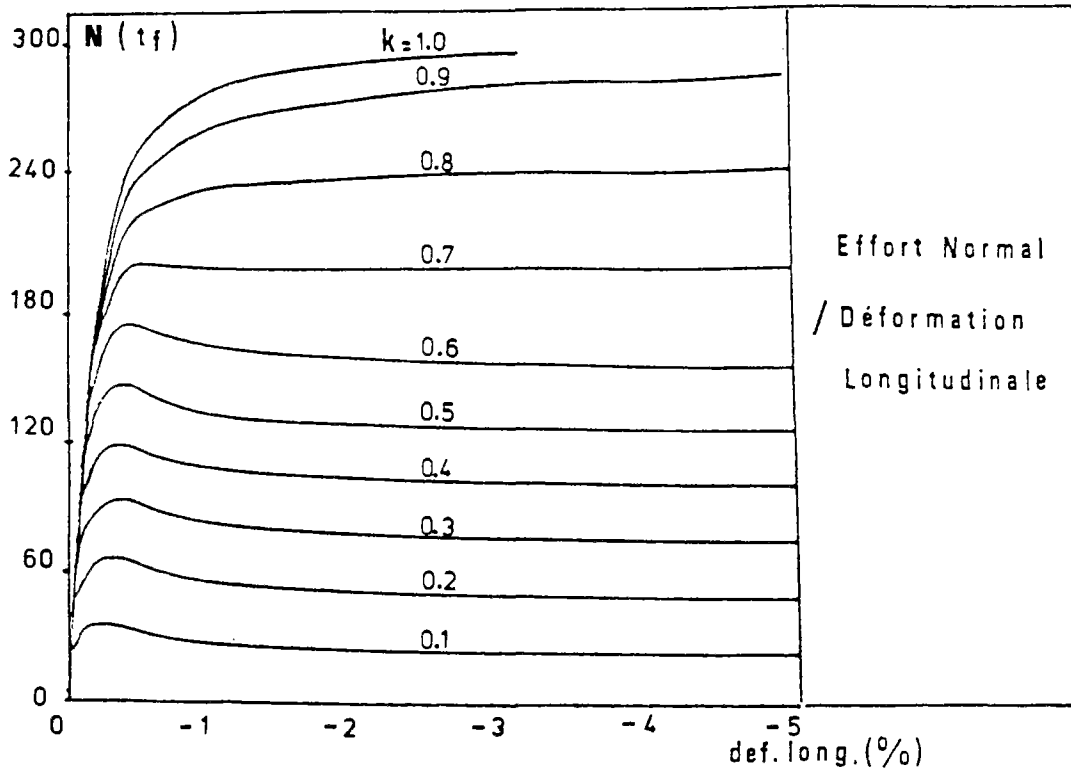


Figure 5 : Relations efforts normaux/déformations longitudinales en flexion-compression, pour divers rapports  $K_c$ .

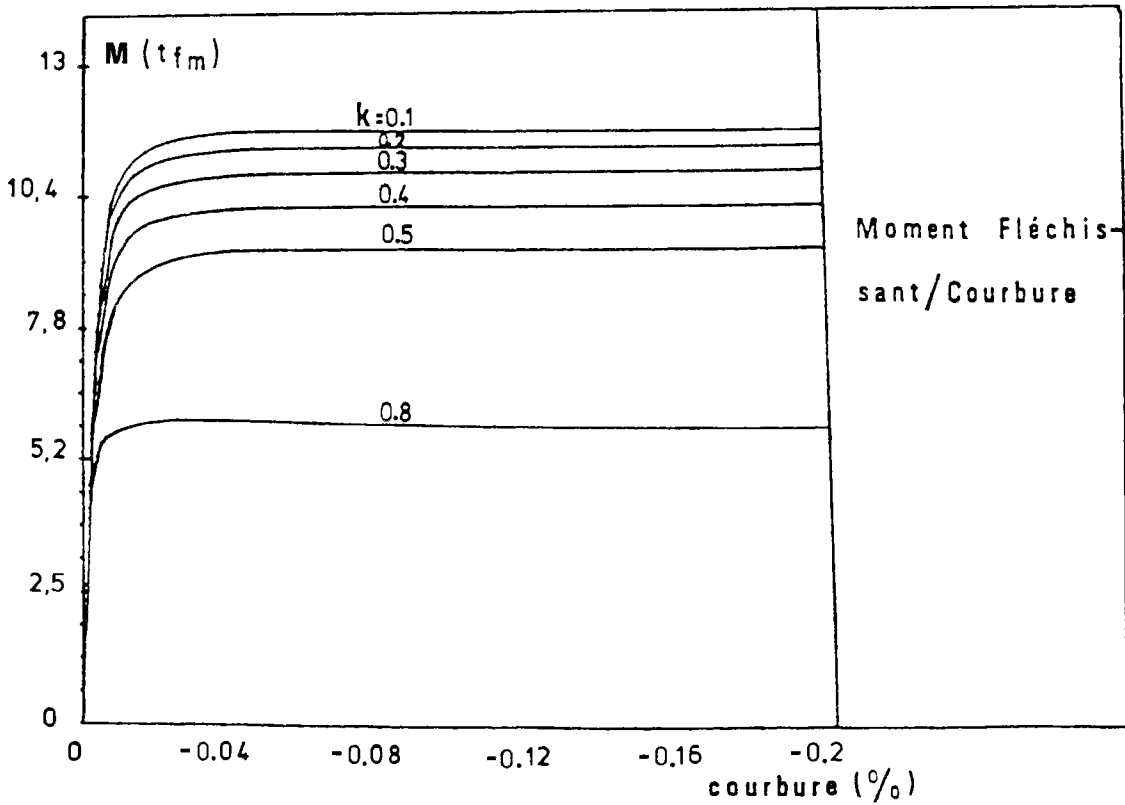


Figure 6 : Relations moments fléchissants/courbures en flexion-compression, pour divers rapports  $K_c$ .

### A.2.3- Calcul de la courbe de l'état limite du profil métallique

Dans le diagramme (N, M), la courbe d'état limite de la section d'une poutre est celle qui correspond à la plastification complète de cette section. Bien que le matériau qui constitue la poutre a un comportement élastoplastique parfait, le comportement de la poutre elle-même (écrit en contraintes généralisées) est plus complexe. Il est du type élastoplastique avec écrouissage puisque la section peut être localement plastifiée au cours du chargement. Néanmoins, pour les applications pratiques, comme la nôtre, on néglige souvent ce phénomène et on prend pour la loi de comportement de la poutre une loi plastique parfaite ; le critère de plasticité se confond alors avec le critère d'état limite de la section de la poutre. Comme le prévoit la théorie, cette courbe ne dépend ni de l'état des contraintes initiales dans la section, ni du trajet de chargement.

On rappelle d'abord la théorie générale de détermination de la courbe de l'état limite et on l'applique ensuite au profil des cintres métalliques.

#### - *Théorie générale* (Massonet, Save 1961)

Soit une poutre P, dont la section droite A possède un axe (xx') de symétrie et est constituée d'un matériau homogène élasto-plastique parfait.

On considère que P, non chargée sur sa surface latérale, est soumise à une sollicitation définie par :

- { un effort de traction-compression N,
- { un moment fléchissant M,
- { appliqués au centre de la section A (point G).

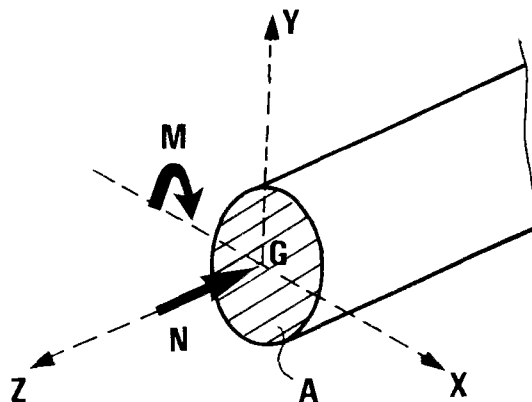


Figure 7 : Poutre P

Rappelons que  $M_p$  et  $N_p$  désignent les valeurs de moment et de l'effort normal correspondant à la plastification totale de la section, respectivement en flexion pure et en traction-compression pure.

Un état plastique ultime  $(M, N)$  correspond à une distribution de contraintes birectangulaires dans la section comme l'indique la figure 8.

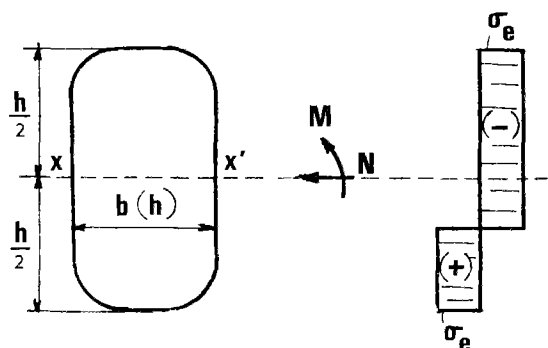


Figure 8 : Section symétrique en état limite.

#### - Obtention pratique d'un point $N, M$

Une valeur donnée de "d" ( $0 < d \leq h/2$ ) définit un état plastique ultime, pour lequel la ligne de contrainte nulle est à la distance "d" de l'axe de symétrie de la section (xx').

On définit alors une décomposition du diagramme des contraintes (figure 9) en deux parties "a" et "b", l'une de hauteur  $2d$  équilibrant l'effort normal  $N$  et l'autre de résultante nulle équilibrant le moment  $M$ .

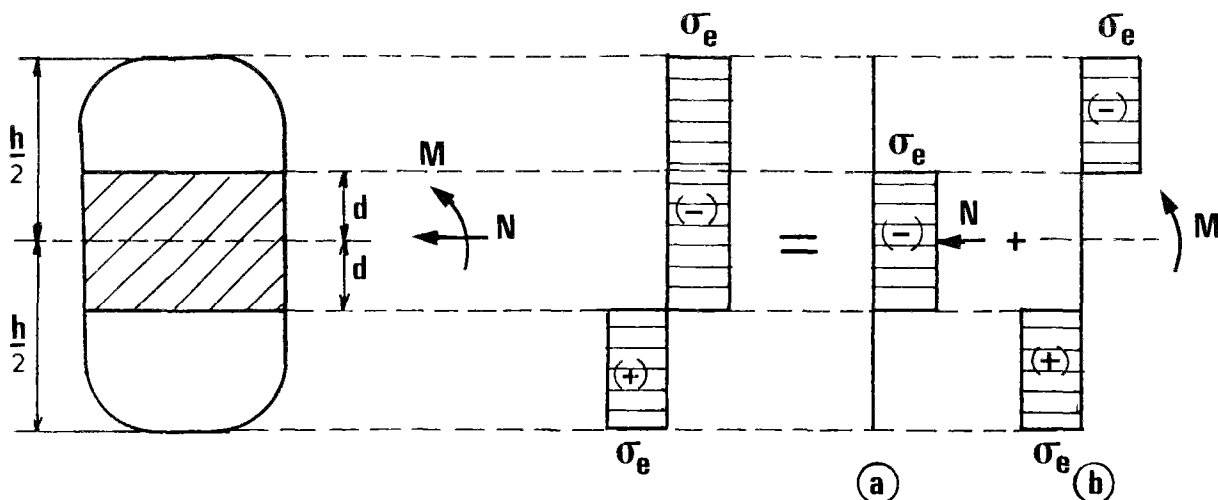


Figure 9 : Décomposition des contraintes.

A partir de cette décomposition des contraintes, on peut en déduire les relations suivantes :

$$\bullet \quad N = A_d \cdot \sigma_e \quad (A11)$$

Où  $A_d$  est l'aire de la partie centrale de la section ( $A_d = \int_{-d}^d b(h)dh$ ).

$$\bullet \quad M = M_p - M_p^d \quad \text{avec} \quad \begin{cases} M_p = Z \sigma_e \\ M_p^d = Z_d \sigma_e \end{cases} \quad (A12)$$

Le module plastique  $Z$  est celui de la section totale, tandis que  $Z_d$  correspond à celui de la portion centrale de hauteur  $2h$ .

La formulation du problème est complétée avec la relation :

$$\bullet \quad \frac{N}{N_p} = \frac{A_d}{A} \quad (A13)$$

La combinaison des relations (A11) à (A13) fournit l'équation finale qui permettra de tracer la courbe de l'état limite de la poutre P, soit la relation  $M/M_p$  en fonction du  $N/N_p$  :

$$\boxed{\frac{M}{M_p} = 1 - \frac{Z_d}{Z}} \quad (A14)$$

La courbe  $M/M_p = f(N/N_p)$  est donc complètement décrite en faisant varier "d" dans l'intervalle  $(0, h/2)$ .

#### - Application au cas du cintre (profil TH44/ 58)

Pour l'application de la théorie précédente, les conditions de symétrie de la section sont nécessaires pour satisfaire :

- $$\left\{ \begin{array}{l} 1- \text{ la nullité de la résultante de moment dans la distribution "a"} \\ 2- \text{ la nullité de la résultante d'effort normal dans la distribution "b"} \end{array} \right.$$

Reprenons maintenant le profil TH44/58 détaillé sur la figure 1. On considère, dans une première approximation, que ce profil vérifie les conditions de symétrie par rapport aux axes  $xx'$  et  $yy'$ . Il faudra vérifier, a posteriori, que les conditions 1 et 2 sont bien satisfaites approximativement.

La configuration particulière du profil étudié nous amène à distinguer trois cas selon les valeurs de "d".

- 1<sup>er</sup> cas :  $d \leq h_1$

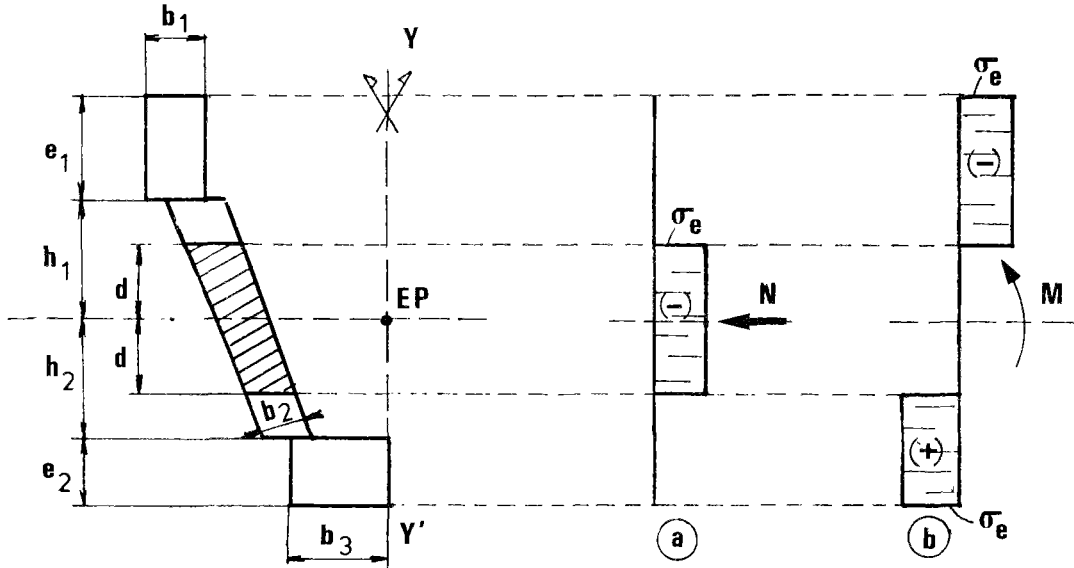


Figure 10 : Décomposition des contraintes : Premier cas ( $d \leq h_1$ ).

Pour ce cas, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_d = 4 \frac{d}{t} b_2 = \left[ \frac{N}{N_p} \right] A \\ Z_d = 4 \frac{d}{t} b_2 \frac{d}{2} = \frac{2d^2 b_2}{t} \\ d = \frac{A t}{4 b_2} \left[ \frac{N}{N_p} \right] \\ Z_d = \frac{A^2}{8} \frac{t}{b_2} \left[ \frac{N}{N_p} \right]^2 \end{array} \right. \quad (A15(a-d))$$

Ce qui donne :

$$\left| \frac{M}{M_p} \right| = 1 - \frac{A^2}{8 Z} \frac{t}{b_2} \left[ \frac{N}{N_p} \right]^2 \quad (A16)$$

Dans ce cas, on constate que la résultante de moment est nulle dans la distribution des contraintes 'a' ainsi que la résultante d'effort normal dans la distribution 'b'.

- 2<sup>ème</sup> cas :  $h_1 < d \leq h_2$

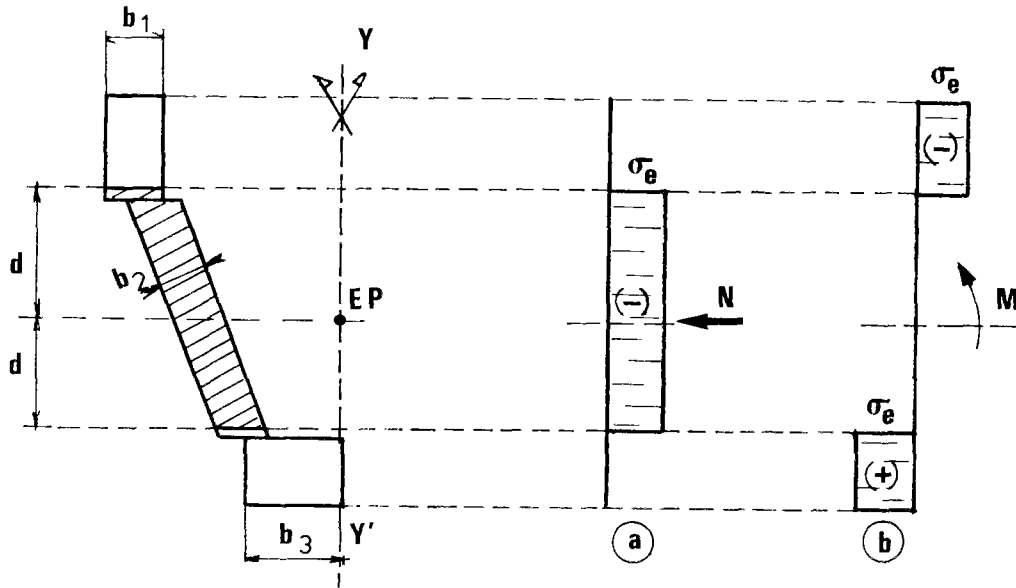


Figure 11 : Décomposition des contraintes : Deuxième cas ( $h_1 < d \leq h_2$ ).

Dans ce cas :

$$\left\{ \begin{aligned} A_d &= 2 \left[ \frac{h_1 b_2}{t} + \frac{d b_2}{t} + (d - h_1) b_1 \right] = \left[ \frac{N}{N_p} \right] A \\ d &= \left[ \left[ \frac{N}{N_p} \right] A + 2 h_1 \left[ b_1 - \left[ \frac{b_2}{t} \right] \right] \right] \frac{1}{2 \left[ \frac{b_2}{t} + b_1 \right]} \\ Z_d &= \frac{b_2 h_1^2}{t} + \frac{b_2 d^2}{t} + b_1 d^2 - b_1 h_1^2 \end{aligned} \right. \quad (A17(a-c))$$

En remplaçant la valeur de "d" dans l'équation ci-dessus :

$$Z_d = h_1^2 \left[ \frac{b_2}{t} - b_1 \right] + \frac{1}{4 \left[ \frac{b_2}{t} + b_1 \right]} \left[ \left[ \frac{N}{N_p} \right] A + 2 h_1 \left[ b_1 - \frac{b_2}{t} \right] \right]^2 \quad (A17-d)$$



Et la relation suivante  $M/N$  devient :

$$\left| \frac{M}{M_p} \right| = 1 - \frac{h_1^2}{Z} \left[ \frac{b_2}{t} - b_1 \right] - \frac{t}{4Z (b_2 + b_1 t)} \left[ \left( \frac{N}{N_p} \right) A + 2h_1 \left[ b_1 - \frac{b_2}{t} \right] \right]^2 \quad (A18)$$

- 3<sup>ème</sup> cas :  $d \geq h_2$

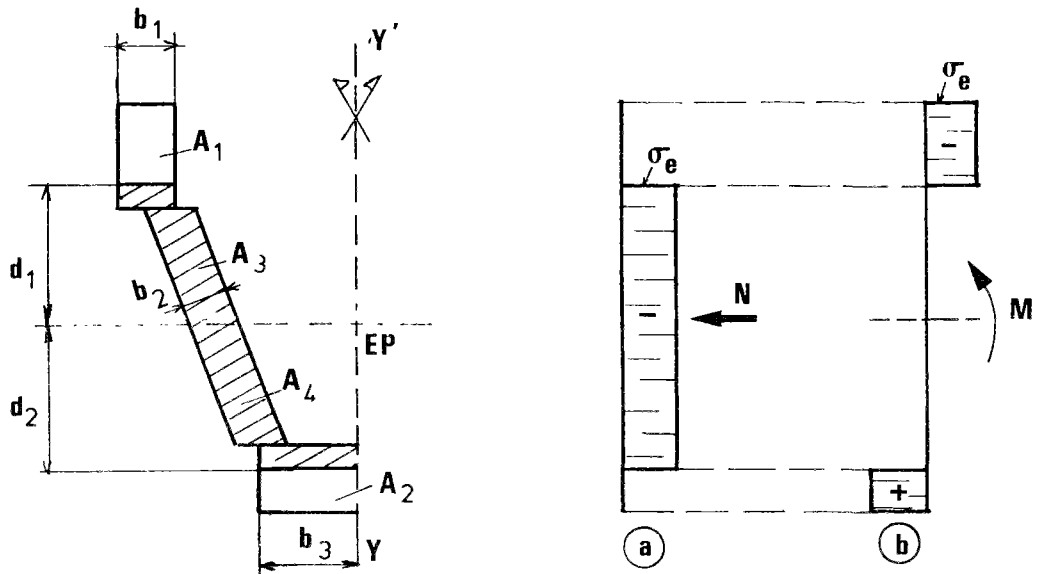


Figure 12 : Décomposition des contraintes : Troisième cas ( $d \geq h_2$ ).

Dans ce cas, on impose la condition complémentaire d'égalité des surfaces  $A_1$  et  $A_2$ . Il faut donc trouver les valeurs de " $d_1$ " et " $d_2$ " qui, d'une part, équilibrent l'effort normal  $N$  et, d'autre part, fournissent la condition  $A_1 = A_2$ .

Ces deux conditions sont exprimées par le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} A_1 &= A_2 \\ A_3 + A_4 &= A_d = \left[ \frac{N}{N_p} \right] A \end{aligned} \quad (A19)$$

Soit :

$$\begin{aligned} b_1 \cdot e_1 - (d_1 - h_1)b_1 &= b_3 \cdot e_2 - (d_2 - h_2)b_3 \\ 2 \left[ h_1 \frac{b_2}{t} + (d_1 - h_1)b_1 + \frac{h_2 b_2}{t} + (d_2 - h_2)b_3 \right] &= \left[ \frac{N}{N_p} \right] A \end{aligned}$$

La résolution du système ci-dessus fournit la valeur de " $d_1$ " et " $d_2$ ".

Le module de flexion plastique vaut :

$$Z_d = \frac{b_2}{t} (h_1^2 + h_2^2) + b_1(d_1^2 - h_1^2) + b_3(d_2^2 - h_2^2) \quad (A20)$$

Finalement la relation  $M/N$  est obtenue :

$$\left| \frac{M}{M_p} \right| = 1 - \frac{b_2}{Z t} (h_1^2 + h_2^2) - \frac{b_1}{Z} (d_1^2 - h_1^2) - \frac{b_3}{Z} (d_2^2 - h_2^2) \quad (A21)$$

Les caractéristiques géométriques du profil sont :

$$\left\{ \begin{array}{ll} b_1 = 21\text{mm} & A = 5730\text{mm}^2 \\ b_2 = 15\text{mm} & \\ b_3 = 30,5\text{mm} & Z = 230134\text{mm}^3 \\ e_1 = 38\text{mm} & \\ e_2 = 24\text{mm} & \\ h_1 = 39,5\text{mm} & \\ h_2 = 43,5\text{mm} & \\ t = \sin \alpha = 0,933 & \end{array} \right.$$

En remplaçant les valeurs numériques ci-dessus dans les équations (A12, A14 et A17), la courbe limite est ainsi entièrement décrite :

$$\left\{ \begin{array}{l} \cdot 1^{er} \text{ cas : } d \leq 39,5\text{mm} \text{ ou } N/N_p \leq 0,443 \\ \\ \left| \frac{M}{M_p} \right| = 1 - 1,109 \left[ \frac{N}{N_p} \right]^2 \\ \\ \cdot 2^{ème} \text{ cas : } 39,5 < d \leq 43,5\text{mm} \text{ ou } 0,443 < N/N_p \leq 0,495 \\ \\ \left| \frac{M}{M_p} \right| = 1,03 - 0,962 \left[ \frac{N}{N_p} \right]^2 - 0,131 \left| \frac{N}{N_p} \right| \\ \\ \cdot 3^{ème} \text{ cas : } d > 43,5\text{mm} \text{ ou } N/N_p > 0,495 \\ \\ \left| \frac{M}{M_p} \right| = 1,088 - 0,718 \left[ \frac{N}{N_p} \right]^2 - 0,372 \left| \frac{N}{N_p} \right| \end{array} \right.$$

Cette courbe est tracée sur la figure 13.

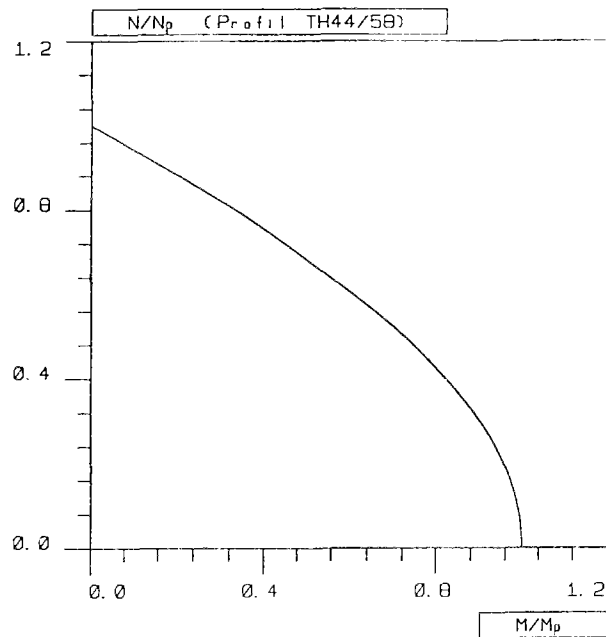


Figure 13 : Courbe d'état limite du profil TH44/58.

Sur la figure 14, on montre l'erreur de la résultante de force, par rapport à la condition d'équilibre, en fonction de la distance "d". Soit l'erreur :

- de la résultante d'effort normal dans la distribution 'b'
- de la résultante de moment fléchissant dans la distribution 'a'

Nous pouvons constater que l'erreur induite dans l'équilibre de forces, dues à la non symétrie de l'axe  $xx'$ , est négligeable (inférieur à 6%).

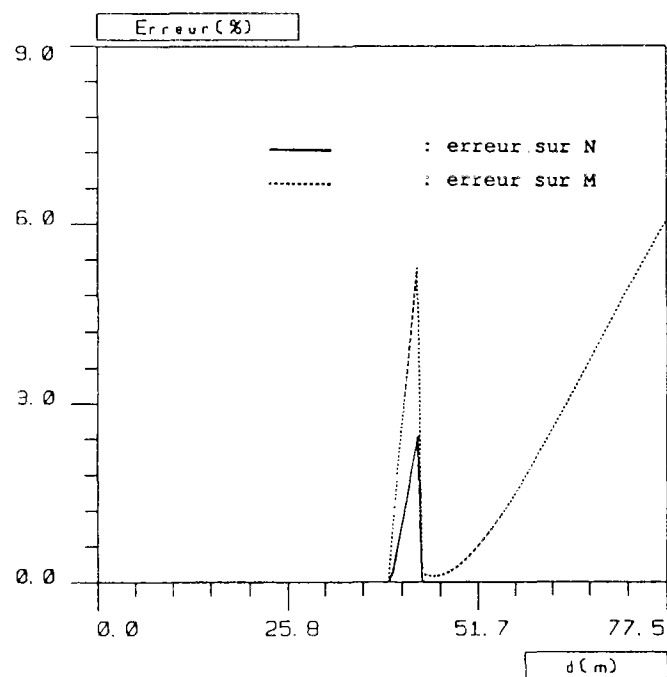


Figure 14 : Erreur des résultants des forces dans le profil TH44/58 en fonction de la distance d'.

ANNEXE 3

CALCUL ANALYTIQUE DU TUNNEL DE SECTION CIRCULAIRE  
DANS UN MILIEU INFINI PLASTIQUE :  
CRITERE DE COULOMB AVEC ECROUISSAGE

- Equations du problème.
- Développement du calcul.



### A.3 - CALCUL ANALYTIQUE DU TUNNEL DE SECTION CIRCULAIRE DANS UN MILIEU INFINI PLASTIQUE : CRITERE DE COULOMB AVEC ECROUISSAGE

La résolution du problème suit le même raisonnement du calcul donné dans le paragraphe 3.5 - Partie II, qui traite le cas d'un tunnel de section circulaire dans un milieu infini élastoplastique avec un critère de Tresca. La différence vient du critère de plasticité, qui est plus complexe ici (critère de Coulomb).

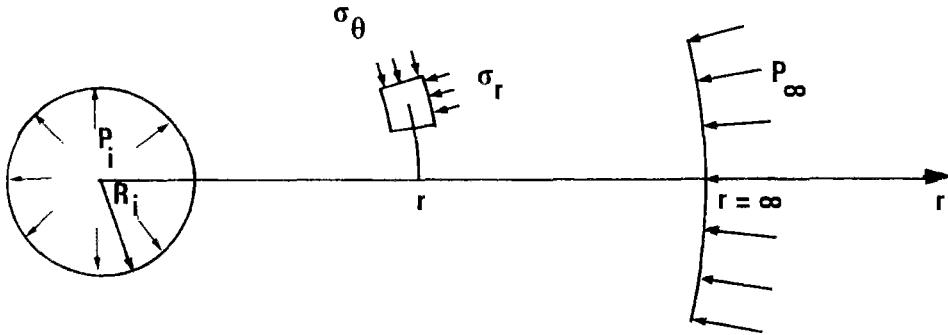


Figure 1 : Géométrie et chargement du problème.

#### A.3.1 - Equations du problème

On rappelle la forme des tenseurs des déformations et des contraintes (coordonnées cylindriques) :

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \partial u / \partial r & 0 & 0 \\ 0 & u / r & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}$$

On se restreint dans la suite au cas de figure correspondant à un régime de face :  
 $\sigma_r > \sigma_z > \sigma_\theta$ . Dans ce cas, le tenseur des déformations plastiques s'écrit :

$$\underline{\epsilon^p} = \begin{bmatrix} \beta \epsilon^p & 0 & 0 \\ 0 & -\epsilon^p & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (A1)$$

$\beta$  étant le paramètre de dilatance du matériau (le potentiel d'écoulement correspondant à un critère de Coulomb).

On choisit alors comme variable d'écrouissage isotrope, la quantité suivante :

$$\alpha = (1 + \beta) \epsilon^p \quad (A2)$$

Rappelons l'expression du critère de Coulomb avec écrouissage en fonction des contraintes principales :

$$F(\underline{\sigma}) = \sigma_r - \sigma_\theta + (K_p - 1)(\sigma_r - H(\alpha)) \quad (A3)$$

où

$$H(\alpha) = C(\alpha) \cotg \phi$$

$$K_p = \operatorname{tg}^2 \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right] \quad (\text{coefficient de poussée})$$

Ainsi dans notre modèle, l'écrouissage se traduit uniquement sur la cohésion. La fonction  $H(\alpha)$  est du type de celle donnée par la relation (75) du paragraphe 3.5 (Partie II). Elle s'exprime par les formules suivantes :

$$\begin{cases} H(\alpha) = H_0 + H' \epsilon^p & \text{si } 0 < \alpha \leq \alpha_0 \\ H(\alpha) = H_1 & \text{si } \alpha_0 \leq \alpha \end{cases} \quad (A4)$$

Dans lesquelles :

$$H' = \frac{H_1 - H_0}{\epsilon_0^p} \quad \text{et} \quad \alpha_0 = (1 + \beta) \epsilon_0^p$$

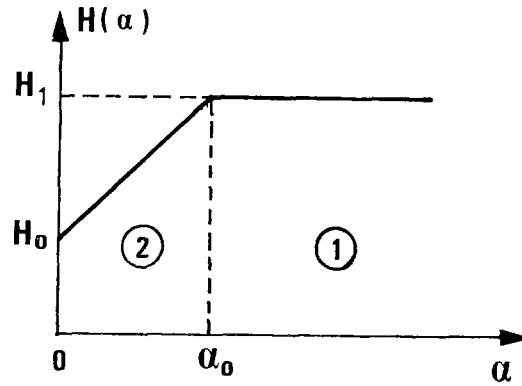


Figure 2 : Variations de  $H$  en fonction de  $\alpha$ .

L'équation d'équilibre (eq. (72) du paragraphe 3.5, **Partie II**) et la loi de Hooke (eq. (73) du paragraphe 3.5, **Partie II**) conduisent aux relations suivantes, valables dans tous les domaines du comportement étudié :

$$\epsilon^p = \frac{r}{1+\beta} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{u}{r} + \frac{1+\nu}{E} \sigma_r \right] \quad (A5)$$

et,

$$(\beta - \nu(1+\beta))r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + (1+\beta)(1-2\nu)(\sigma_r - \sigma_\infty) = \frac{E}{r^\beta(1+\nu)} \frac{\partial}{\partial r} (r^\beta u) \quad (A6)$$

On considère un chargement monotone pour lequel la fonction  $P_i(t)$  est une fonction décroissante à partir de  $P_\infty$ .

Lorsque  $P_i$  reste suffisamment proche de la valeur initiale  $P_\infty$ , l'ensemble du massif reste élastique. Ensuite, au fur et à mesure que  $P_i$  décroît, des zones plastiques apparaissent. Selon notre loi de comportement, ces zones apparaissent de la façon suivante :

- Initialement la zone plastique avec écoulement apparaît et se développe à partir de la paroi (là où le déviateur est maximal).



- Ensuite, lorsque  $P_i$  diminue encore, la zone de plasticité parfaite apparaît en paroi et se développe aussi.

On expose, par la suite, les calculs correspondants aux deux cas de développement des zones plastiques. Pour le premier, on a seulement la zone de plasticité avec écoulement ; le second est le plus complexe, puisqu'il y a deux zones plastiques différentes dans le massif : zone de plasticité parfaite et zone de plasticité avec écoulement.

#### A.3.2 - Première phase : Une seule zone plastique

Dans ce cas, il n'existe qu'une seule zone plastique avec écoulement positif, correspondant à la zone 2 de la figure 2.

Les zones plastique et élastique qui se développent autour du tunnel sont dessinées sur la figure 3.

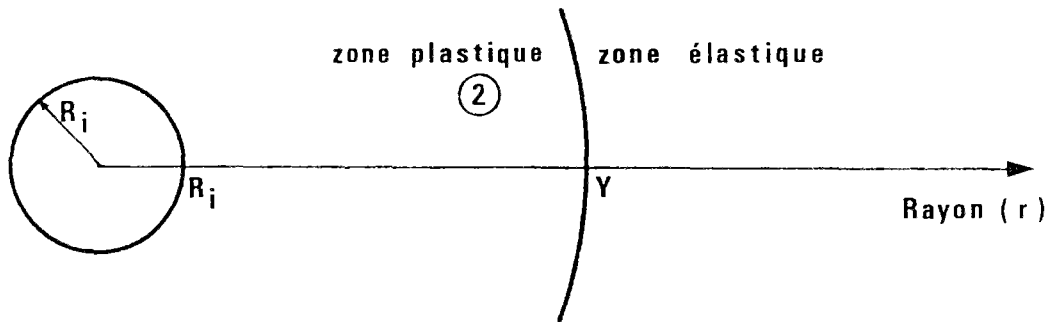


Figure 3 : Zones plastique et élastique autour du tunnel.

- *Solution dans la zone élastique (  $r \geq y$  ) :*

La solution dans cette zone est obtenue en écrivant les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} \epsilon^p &= 0 \quad \text{pour} \quad r \geq y \\ \epsilon^p &= 0 \quad \text{et} \quad F = 0 \quad \text{en} \quad r = y \\ \sigma_r (r = \infty) &= \sigma_\infty \end{aligned}$$

Ces conditions appliquées aux équations (A5) et (A6) donnent la solution suivante :

$$\sigma_r(r) = \sigma_\infty - \frac{(K_p - 1)}{(K_p + 1)} (\sigma_\infty - H_0) \left[ \frac{y}{r} \right]^2 \quad (A7)$$

$$\frac{u}{r} = \left[ \frac{1 + \nu}{E} \right] \frac{K_p - 1}{K_p + 1} (\sigma_\infty - H_0) \left[ \frac{y}{r} \right]^2 \quad (A8)$$

• *Solutions dans la zone plastique ( $R_i \leq r \leq y$ ) :*

Les déplacements sont obtenus par l'intégration de l'équation (A6) entre  $r$  et  $y$  et en considérant aussi la continuité de  $\sigma_r$  et de  $u$  en  $r = y$ , soit :

$$\sigma_y = \sigma_r(r=y) = \sigma_\infty - \frac{(K_p - 1)}{(K_p + 1)} (\sigma_\infty - H_0) \quad (A9.a)$$

$$u_y = u(r=y) = \left[ \frac{1 + \nu}{E} \right] \frac{(K_p - 1)}{(K_p + 1)} (\sigma_\infty - H_0) y \quad (A9.b)$$

Les déplacements dans cette zone s'expriment donc en fonction du champ  $\sigma_r$  par :

$$\boxed{\frac{u}{r} = a \sigma_r + b \left[ \frac{y}{r} \right]^{\beta+1} + \frac{C}{r^{\beta+1}} \int_y^r r^\beta \sigma_r dr + d} \quad (A10)$$

Avec :

$$\begin{aligned} a &= \frac{1 + \nu}{E} (\beta - \nu (1 + \beta)) \\ b &= \frac{1 - \nu^2}{E} \left\{ \frac{2 (K_p - \beta) \sigma_\infty - (\beta + 1) (K_p - 1) H_0}{K_p + 1} \right\} \\ c &= \frac{(1 - \nu^2)}{E} (1 - \beta^2) \\ d &= \frac{(2 \nu - 1) (1 + \nu) \sigma_\infty}{E} \end{aligned} \quad (A11)$$

Compte tenu de la nullité du critère plastique dans cette zone, l'équation d'équilibre s'écrit :

$$r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = (K_p - 1) (\sigma_r - H_0 - H' \epsilon^p) \quad (A12)$$

Grâce à l'équation fondamentale (A5), on peut éliminer  $\epsilon^p$ . On trouve ainsi :

$$r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \left[ 1 + \frac{K_p - 1}{(1 + \beta)} \frac{(1 + \nu)}{E} H' \right] - (K_p - 1)(\sigma_r - H_0) = - \frac{(K_p - 1)}{1 + \beta} H' r \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{u}{r} \right] \quad (A13)$$

équation dans laquelle le second membre peut être réécrit en fonction de  $\sigma_r$  grâce à l'équation (A10) précédemment établie.

On aboutit ainsi à une équation intégral-différentielle en  $\sigma_r$  :

$$a_1 r^\beta \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + a_2 r^{\beta-1} \sigma_r + \frac{a_3}{r^2} + \frac{a_4}{r^2} \int_y^r r^\beta \sigma_r dr + a_5 r^{\beta-1} = 0 \quad (A14)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = 1 + \frac{(1 - \nu^2)}{E} (K_p - 1) H' \\ a_2 = (K_p - 1) \left[ H' \frac{(1 - \beta)(1 - \nu^2)}{E} - 1 \right] \\ a_3 = (1 - K_p) \frac{(1 - \nu^2)}{E} H' \left\{ \frac{2 (K_p - \beta) \sigma_\infty - (\beta + 1) (K_p - 1) H_0}{(K_p + 1)} \right\} y^{\beta+1} \\ a_4 = H' \frac{(1 - \nu^2)}{E} (K_p - 1) (1 - \beta^2) \\ a_5 = (K_p - 1) H_0 \end{array} \right. \quad (A15.a-e)$$

La méthode de résolution de (A14) relevant de techniques purement mathématiques, nous donnons ci-après directement la solution obtenue :

$$\sigma_r(r) = k_1 C_1 r^{(k_1 - (\beta+1))} + k_2 C_2 r^{(k_2 - (\beta+1))} - (\beta + 1) C_3 \quad (A16)$$

avec :

$$\begin{aligned} C_3 &= \frac{H_0 E}{2 H' (1 - \beta^2) (1 - \nu^2) - E (\beta + 1)} \\ k_1 &= \frac{-d_1 + \sqrt{d_1^2 - d_2}}{2} ; \quad k_2 = \frac{-d_1 - \sqrt{d_1^2 - d_2}}{2} \\ d_1 &= \frac{-2 \beta (K_p - 1)(1 - \nu^2) H' - E (K_p + \beta)}{E + (1 - \nu^2)(K_p - 1) H'} ; \quad d_2 = \frac{4 (K_p - 1)(1 - \nu^2)(1 - \beta^2) H'}{E + (1 - \nu^2)(K_p - 1) H'} < 0 \end{aligned}$$

Les valeurs de  $C_1$  et  $C_2$  sont déterminées en écrivant les conditions aux limites en contrainte, à savoir :

$$\sigma_r (r = r_i) = \sigma_i$$

$$\sigma_r (r = y) = \sigma_y \quad ; \quad \text{avec} \quad \sigma_y = \sigma_\infty - \frac{(K_p - 1)}{(K_p + 1)} (\sigma_\infty - H_0)$$

La résolution du système des deux équations ci-dessus conduit aux valeurs des constantes suivantes :

$$C_1 = \frac{\left[ \sigma_i - k_2 C_2 R_i^{(k_2 - (\beta + 1))} + (\beta + 1) C_3 \right]}{k_1 R_i^{(k_1 - (\beta + 1))}} \quad (A17.a)$$

$$C_2 = \frac{(\beta + 1) C_3 + \sigma_y - (\sigma_i + (\beta + 1) C_3) \left[ \frac{y}{R_i} \right]^{(k_1 - (\beta + 1))}}{k_2 y^{(k_2 - (\beta + 1))} - k_2 R_i^{(k_2 - k_1)} y^{(k_1 - (\beta + 1))}} \quad (A17.b)$$

Les déplacements s'écrivent donc uniquement en fonction de la variable  $r$  :

$$\frac{u}{r} = \bar{A} r^{(k_1 - (\beta + 1))} + \bar{B} r^{(k_2 - (\beta + 1))} + \bar{C} \left[ \frac{y}{r} \right]^{(\beta + 1)} + \bar{D} \left[ \frac{y}{r} \right]^{(\beta + 1)} + \bar{E} \quad (A18)$$

Avec les constantes :

$$\bar{A} = \frac{C_1}{E} \left\{ (1 + \nu) (\beta - \nu (1 + \beta)) k_1 + (1 - \nu^2) (1 - \beta^2) \right\} \quad (A19.a)$$

$$\bar{B} = \frac{C_2}{E} \left\{ (1 + \nu) (\beta - \nu (1 + \beta)) k_2 + (1 - \nu^2) (1 - \beta^2) \right\} \quad (A19.b)$$

$$\bar{C} = \frac{(1 - \nu^2)}{E} \left\{ \frac{2 (K_p - \beta) \sigma_\infty - (\beta + 1)(K_p - 1) H_0}{(K_p + 1)} \right\} \quad (A19.c)$$

$$\bar{D} = - \frac{(1 - \nu^2) (1 - \beta^2)}{E} \left\{ \frac{2 (K_p - \beta) \sigma_\infty - (\beta + 1)(K_p - 1) H_0}{(1 - \beta^2) (K_p + 1)} \right\} \quad (A19.d)$$

$$\bar{E} = - \frac{(1 + \nu)}{E} \left\{ ((\beta + 1)(\beta - \nu (1 + \beta)) + (1 - \nu)(1 - \beta^2)) C_3 - (2 \nu - 1) \sigma_\infty \right\} \quad (A19.e)$$

• *Calcul du rayon plastique y :*

Pour compléter la solution du problème, il faut déterminer la valeur du rayon plastique y. Ceci est fait en écrivant la nullité de  $\epsilon^p$  et du critère en  $r = y$  dans l'équation (5), soit :

$$0 = \left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{u}{r} \right] \right]_{r=y} + \left[ \frac{1+\nu}{E} \right] (K_p - 1) (\sigma_y - H_0) \quad (A20)$$

Le calcul de  $\left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{u}{r} \right] \right]_{r=y}$  peut être réalisé à l'aide des équations (A.10) et (A.16).

Tous calculs faits, on obtient une équation implicite en y de forme simple :

$$\boxed{e_1 y^{(k_2 - (\beta + 1))} + e_2 y^{(k_2 - k_1)} + e_3 = 0} \quad (A21)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{aligned} e_1 &= \frac{(1 - \nu^2) (\beta + 1)^2 (1 - \beta)}{E R_i^{(k_1 - (\beta + 1))}} \left[ 1 - \frac{k_2}{k_1} \right] \left[ \sigma_i + \frac{H_0 E (\beta + 1)}{2 H' (1 - \beta^2) (1 - \nu^2) - E (\beta + 1)} \right] \\ e_2 &= \frac{\sigma_y}{E} \left\{ (1 - \nu^2) (\beta + 1) (k_2 (K_p - \beta) - (1 - \beta^2)) \right\} + \frac{4 \sigma_\infty (1 - \nu^2) (\beta^2 + \beta) k_2}{E (K_p + 1)} \\ &\quad + H_0 \left\{ \frac{k_2 (1 + \nu) (K_p - 1)}{E (K_p + 1)} (2 (1 - \nu) (\beta + 1)^2 - (K_p + 1)) + \frac{(1 - \nu^2) (1 - \beta^2) (k_2 - 1)}{2 H' (1 - \beta) (1 - \nu^2) - E} \right\} \\ e_3 &= k_2 R_i^{(k_2 - k_1)} \left\{ \frac{\sigma_y}{E k_1} (1 - \nu^2) (\beta + 1) (1 - \beta^2 - k_1 (K_p - \beta)) - \frac{4 \sigma_\infty (1 - \nu^2) (\beta^2 + \beta)}{E (K_p + 1)} \right. \\ &\quad \left. + H_0 \left( \frac{(1 + \nu) (K_p - 1) (K_p + 1 - 2 (1 - \nu) (\beta + 1)^2)}{E (K_p + 1)} + \frac{(1 - \nu^2) (1 - \beta^2) (\beta + 1 - k_1)}{k_1 (2 H' (1 - \beta) (1 - \nu^2) - E)} \right) \right\} \end{aligned} \right. \quad (A22)$$

Remarquons que cette solution est valable pour des valeurs de  $\sigma_i$  qui donnent  $\epsilon^p(r=R_i) \leq \epsilon_0^p$ .

### A.3.3 - Deuxième phase : Deux zones plastiques

Dans ce cas, la deuxième zone plastique (plasticité parfaite) apparaît en  $r = R_i$  et se développe autour du tunnel (*figure 4*).

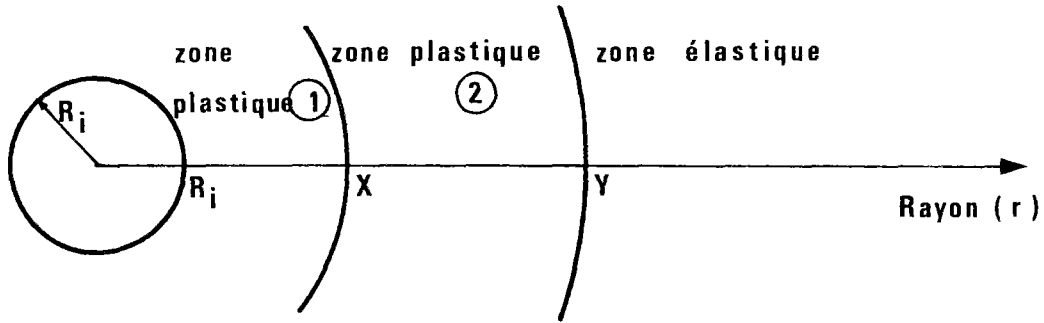


Figure 4 : Zones de comportement autour du tunnel.

#### • Solution dans la zone plastique 1 ( $R_i \leq r \leq x$ )

Dans cette zone, le critère de plasticité s'écrit :

$$F = \sigma_r - \sigma_\theta + (K_p - 1) (\sigma_r - H_1)$$

Compte tenu de la nullité de F dans la zone plastique, l'équation d'équilibre s'écrit :

$$r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - (K_p - 1) \sigma_i = (1 - K_p) H_1 \quad (A23)$$

La résolution de l'équation différentielle ci-dessus, avec la condition aux limites :

$\sigma_r (r = R_i) = \sigma_i$  conduit à la solution classique :

$$\sigma_r(r) = (\sigma_i - H_1) \left[ \frac{r}{R_i} \right]^{(K_p - 1)} + H_1 \quad (A24)$$

Le calcul des déplacements est fait en intégrant l'équation fondamentale (A6) entre les rayons  $R_i$  et  $x$ , ce qui conduit à :

$$\frac{u}{r} = \frac{(1+\nu)}{E} \left\{ \frac{(K_p - 1)(\beta - \nu(1+\beta)) + (1+\beta)(1-2\nu)}{(\beta + K_p)} \right\} \frac{(\sigma_i - H_1)}{R_i^{(K_p - 1)}} \left[ r^{(K_p - 1)} - \frac{x^{(\beta + K_p)}}{r^{(\beta + 1)}} \right] + \frac{(1+\beta)}{E} (1 - \nu - 2\nu^2) (H_1 - \sigma_\infty) \left[ 1 - \left[ \frac{x}{r} \right]^{(\beta + 1)} \right] + \frac{x^\beta}{r^{(\beta + 1)}} u_x \quad (A25)$$

Où  $u_x$  représente le déplacement au point  $r = x$ . Dû à la continuité en déplacements,  $u_x$  pourra être déterminé à l'aide de l'équation de  $u$  dans la zone 2 appliquée au point  $r = x$ .

• *Solution dans la zone plastique 2 ( $x \leq r \leq y$ )*

Dans cette zone, les contraintes et déplacements s'expriment de la même façon que pour le premier calcul (équations (A10) et (A16)). La différence dans ce cas porte sur la condition aux limites  $\sigma_r(R_i) = \sigma_i$  du premier calcul, qui est remplacé ici par  $\sigma_r(x) = \sigma_x$ .

Ainsi, les contraintes radiales dans cette zone s'écrivent à l'aide de l'équation (A16), mais avec d'autres valeurs de  $C_1$  et  $C_2$ , qu'on rappelle ici :

$$\sigma_r(r) = k_1 C_1 r^{(k_1 - (\beta + 1))} + k_2 C_2 r^{(k_2 - (\beta + 1))} - (\beta + 1) C_3$$

Les nouvelles constantes  $C_1$  et  $C_2$  sont obtenues en remplaçant  $R_i$  par  $x$  et  $\sigma_i$  par  $\sigma_x$  dans les équations (A17.a-b), ce qui donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = \frac{(\sigma_x - k_2 C_2 x^{(k_2 - (\beta + 1))}) + (\beta + 1) C_3}{k_1 x^{(k_1 - (\beta + 1))}} \\ C_2 = \frac{(\beta + 1) C_3 + \sigma_y - (\sigma_x + (\beta + 1) C_3) \left[ \frac{y}{x} \right]^{(k_1 - (\beta + 1))}}{k_2 y^{(k_2 - (\beta + 1))} - k_2 x^{(k_2 - k_1)} y^{(k_1 - (\beta + 1))}} \end{array} \right. \quad (A26.a-b)$$

Toutes les autres constantes étant égales à celles du premier calcul.

Par ailleurs, rappelons que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = (\sigma_i - H_1) \left[ \frac{x}{R_i} \right]^{(K_p - 1)} + H_1 \\ \sigma_y = \sigma_\infty - \frac{(K_p - 1)}{(K_p + 1)} (\sigma_\infty - H_0) \end{array} \right.$$

Les déplacements dans cette zone sont donnés par l'équation (A18) avec les constantes (A19.a-e), tout en sachant que dans ce cas les constantes  $C_1$  et  $C_2$  doivent être calculées par (A26.a-b). On rappelle cette équation ici :

$$\frac{u}{r} = \bar{A} r^{(k_1 - (\beta + 1))} + \bar{B} r^{(k_2 - (\beta + 1))} + \bar{C} \left[ \frac{y}{r} \right]^{(\beta + 1)} + \bar{D} \left[ \frac{y}{r} \right]^{(\beta + 1)} + \bar{E}$$

• **Calcul des rayons plastiques x et y :**

Comme précédemment, il nous faut maintenant calculer les valeurs des rayons plastiques x et y pour compléter la solution du problème. On écrit pour cela les deux conditions sur  $\epsilon^p$  en x et y :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{I} - \epsilon^p = 0 & \text{et} \quad H(\alpha) = H_0 \quad \text{en} \quad r = y \\ \text{II} - \epsilon^p = \epsilon_0^p & \text{et} \quad H(\alpha) = H_1 \quad \text{en} \quad r = x \end{array} \right.$$

La première condition s'écrit, d'après (A5) :

$$0 = y \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{u}{r} \right]_{r=y} + \left[ \frac{1 + \nu}{E} \right] (K_p - 1) (\sigma_y - H_0) \quad (A27)$$

La dérivée de l'équation (A10) par rapport à r, écrite en  $r = y$ , et la valeur de  $\sigma_y$  permettent de réécrire l'équation ci-dessus comme une fonction de  $\gamma$  et x seulement :

$$\begin{aligned} q_1 + \frac{(1 - \nu^2)}{E} (\beta + 1)^2 (1 - \beta) \gamma^{(k_1 - (\beta + 1))} (q_0 x^{(K_p - 1)} + q_2) \left[ \frac{k_1 - k_2}{k_1 k_2 (1 - \gamma^{(k_1 - k_2)})} \right] \\ + \frac{(1 - \nu^2)}{E} (\beta + 1)^2 (1 - \beta) q_3 \left[ \frac{1}{k_1 (\gamma^{(k_2 - k_1)} - 1)} - \frac{1}{k_2 (1 - \gamma^{(k_2 - k_1)})} \right] = 0 \end{aligned} \quad (A28)$$

Où on a posé  $\gamma = y/x$ .



Les constantes valent :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_0 = \frac{\sigma_i - H_1}{R_i^{(K_p - 1)}} \\ q_1 = H_0 \left\{ \frac{(1+\nu)(K_p - 1)((1-\nu)(1+\beta)^2 + 2(1-K_p)(\beta - \nu(1+\beta)))}{E(K_p + 1)} + \frac{(1-\nu^2)(1-\beta^2)}{2H'(1-\beta)(1-\nu^2) - E} \right\} \\ \quad + \frac{\sigma_\infty}{E} \left\{ \frac{2(1+\nu)(\nu(1-\beta^2) + \beta^2) + (1-\nu)(1-\beta^2)}{(K_p + 1)} - 2(\beta + 1)(1-\nu^2)(K_p - \beta) \right\} \\ q_2 = H_1 + \frac{H_0 E}{2H'(1-\beta)(1-\nu^2) - E} \\ q_3 = H_0 \left\{ \frac{E}{2H'(1-\beta)(1-\nu^2) - E} + \frac{K_p - 1}{K_p + 1} \right\} + \frac{2\sigma_\infty}{K_p + 1} \end{array} \right. \quad (A29)$$

La deuxième condition ( $\epsilon^p = \epsilon_0^p$  en  $r = x$ ), s'écrit :

$$\epsilon_0^p = x \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{u}{r} \right]_{r=x} + \left[ \frac{1+\nu}{E} \right] (K_p - 1) (\sigma_i - H_1) \left[ \frac{x}{R_i} \right]^{(K_p - 1)} \quad (A30)$$

De la même façon que pour la condition (I), la dérivée de l'équation (A10) est écrite en  $r = x$  et on pose  $\gamma = y/x$  dans (A30). Tous calculs faits, on peut exprimer  $x$  comme une fonction de  $\gamma$  :

$$x^{(K_p - 1)} = \frac{q_4 (\gamma^{(k_2 - k_1)} - 1) + q_5 (\gamma^{(k_2 - k_1)} - 1) \gamma^{(\beta + 1)} - q_6 \gamma^{(\beta + 1 - k_1)} + q_7}{q_8 (\gamma^{(k_2 - k_1)} - 1) - q_9} \quad (A31)$$

Avec les constantes :

$$\left\{ \begin{aligned}
 q_4 &= \epsilon_0^p (1+\beta) - (1-\nu^2)(1-\beta^2) \left[ 1 - \frac{(\beta+1)}{k_1} \right] \left\{ \frac{H_1}{E} + \frac{H_0}{2 H' (1-\beta)(1-\nu^2) - E} \right\} \\
 q_5 &= \frac{2 (1-\nu^2)(1+\beta)}{E} \left\{ \frac{2 (K_p - \beta) \sigma_\infty - (\beta+1)(K_p - 1) H_0}{(K_p + 1)} \right\} \\
 q_6 &= \frac{(1-\nu^2)(\beta+1)^2 (1-\beta)}{E} \left[ \frac{k_2}{k_1} - 1 \right] \left\{ H_0 \left[ \frac{E}{2 H' (1-\beta)(1-\nu^2) - E} + \frac{K_p - 1}{K_p + 1} \right] + \frac{2 \sigma_\infty}{K_p + 1} \right\} \\
 q_7 &= \frac{(1-\nu^2)(\beta+1)^2 (1-\beta)}{E k_2 k_1} (k_2 - k_1) \left[ H_1 + \frac{H_0 E}{2 H' (1-\beta)(1-\nu^2) - E} \right] \\
 q_8 &= \frac{\sigma_i - H_1}{R_i (K_p - 1)} \left\{ \frac{(1-\nu^2)(1-\beta^2)}{E} \left[ 1 - \frac{\beta+1}{k_1} \right] + \frac{(1+\nu)}{E} (K_p - 1) (1-\nu) (1+\beta) \right\} \\
 q_9 &= \frac{(1-\nu^2)}{E} (\beta+1)^2 (1-\beta) \left[ \frac{k_2}{k_1} - 1 \right] \left[ \frac{\sigma_i - H_1}{R_i (K_p - 1)} \right]
 \end{aligned} \right. \quad (A32)$$

Ainsi, les équations (A28) et (A31) forment un système de deux équations implicites pour les deux inconnus  $x$  et  $y$ , qui doit être résolu numériquement.

Premièrement, on remplace l'expression de  $y$  en fonction  $\gamma$  donnée par (A31) dans (A28) et, à l'aide d'un calcul numérique (calcul du zéro d'une fonction par micro-ordinateur), on trouve la valeur  $\gamma$  ( $=y/x$ ) pour un  $\sigma_i$  donné. Cette valeur introduite dans l'équation (A31) conduit finalement à la valeur de  $x$  et donc de  $y$ .



ANNEXE 4

SIMULATION NUMERIQUE  
D'UN TUNNEL NON SOUTENU



#### A.4 - SIMULATION NUMERIQUE DU CREUSEMENT D'UN TUNNEL NON SOUTENU

Le but principal de l'étude réalisée dans cette annexe concerne la validation de notre modélisation numérique.

Nous étudions d'abord le problème d'un tunnel profond non soutenu de section circulaire dans un massif homogène et isotrope, pour lequel la contrainte initiale est également homogène et isotrope. On néglige la variation de la pesanteur.

Son creusement est réalisé instantanément en une seule excavation. En effet, comme on l'a déjà noté dans le cas des tunnels non soutenus dont le chargement est monotone, les résultats d'un calcul en une seule étape de creusement sont rigoureusement identiques à ceux d'une simulation réelle pas à pas (Ranken et Ghaboussi, 1975 ; Panet et Guenot, 1982).

Les figures 1(a-b) illustrent les résultats de ces deux types de calculs, pour un tunnel précontraint avec une contrainte isotrope de 2 MPa et avec  $E = 500 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,498$ .

La figure 1.a correspond au calcul pas à pas où la convergence en fonction de la distance au front est tracée pour chaque étape de creusement ; pour ce calcul, la longueur excavée à chaque pas vaut  $1/3$  de  $R_i$  (à l'exception du premier pas qui correspond à  $1 R_i$  de longueur).

La figure 1.b montre le profil de convergence du dernier creusement lorsque la méthode pas à pas est utilisée (le 28<sup>ème</sup> creusement, dans ce cas) et celui de l'excavation en une seule étape. La différence de 4% constatée entre les convergences maximales des deux types de calculs est due à la précision numérique de ces modèles. On remarque, par ailleurs, que la convergence maximale du calcul pas à pas présente une différence de 1% seulement par rapport à la solution explicite du problème en déformations planes.

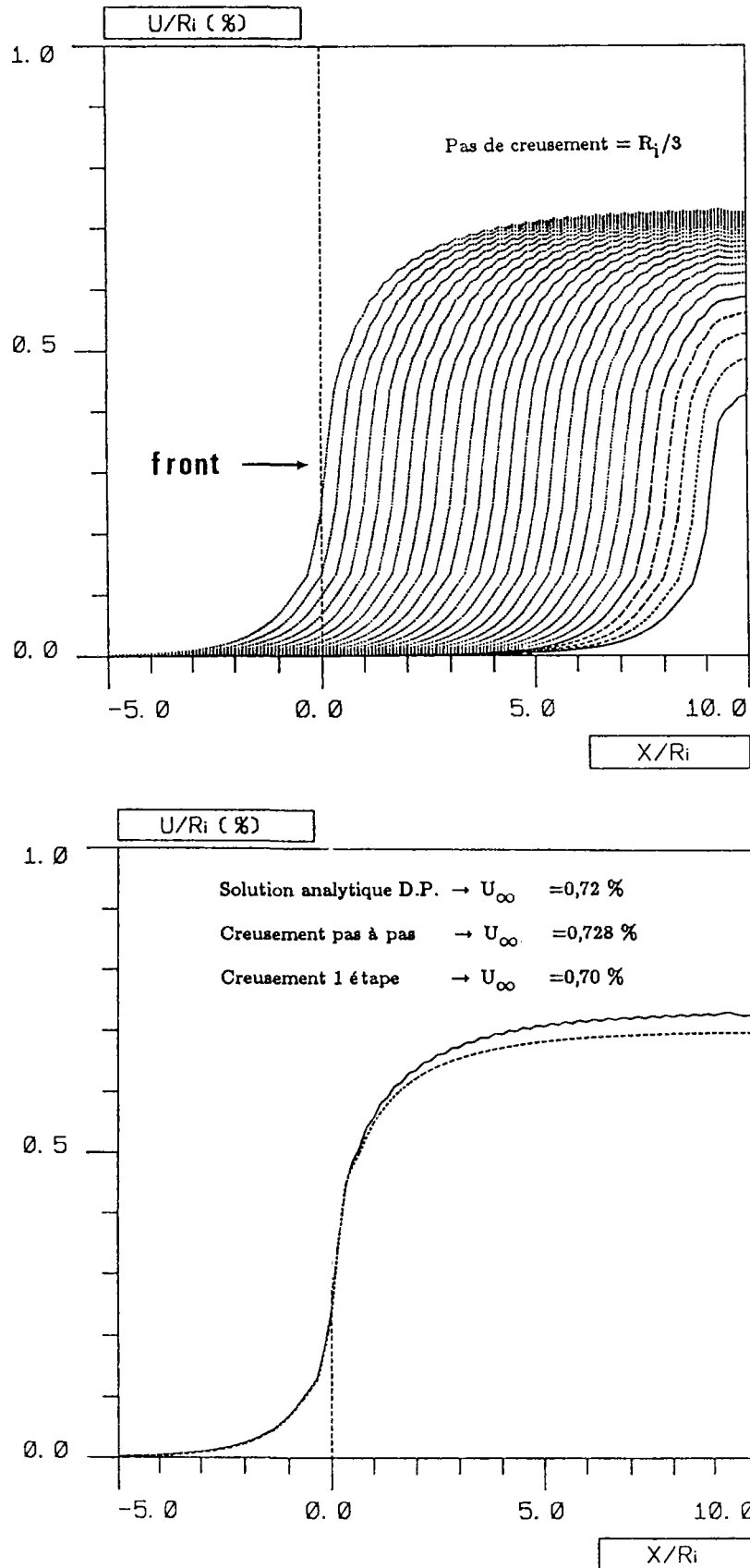


Figure 1(a-b) : Comparaison entre le creusement pas à pas (a) et le creusement en une seule excavation (b) : calcul en élastoplasticité avec  $E = 500$  MPa ;  $\nu = 0,498$  ;  $P_{\infty} = 2$  MPa.

Nous avons aussi réalisé plusieurs calculs en élastoplasticité dont certains ont été comparés avec les résultats de Corbetta et al. (1990) ou avec ceux de Panet et al. (1982). La concordance entre les différents résultats a toujours été très satisfaisante.

A titre d'exemple, on montre les résultats d'un problème traité par Panet et Guenot (1982) dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Comportement élastoplastique parfait avec un critère de Mises
- Contraintes géostatiques  $P_{\infty} = 2 \text{ MPa}$  ( $\underline{\sigma_{\infty}} = - P_{\infty} \underline{1}$ )
- $E = 100 \text{ MPa}$
- $\nu = 0,4$
- $N_s = 1,0 ; 1,5 ; 2,0 ; 2,5 \text{ et } 3,0$  (facteur de stabilité)

Le maillage du modèle est constitué de 442 éléments isoparamétriques à 9 noeuds (*figure 2*).

A titre de validation des maillages, les calculs ont été aussi réalisés avec le maillage d'un modèle de calcul pas à pas (voir *figure 3*, chapitre 7). Les résultats sont presque identiques pour les deux types de maillage.

Pour ce même problème, nous avons aussi déterminé la convergence en paroi d'une section très éloignée du front ( $P_i = 0$  à la paroi du tunnel) à l'aide d'un calcul numérique du tunnel 1D en axysymétrie ; toutes les autres données étant égales par ailleurs.

Les résultats de ces calculs sont illustrés sur la *figure 3* et sur les tableaux 1 et 2. On peut constater la bonne concordance entre ces divers résultats.



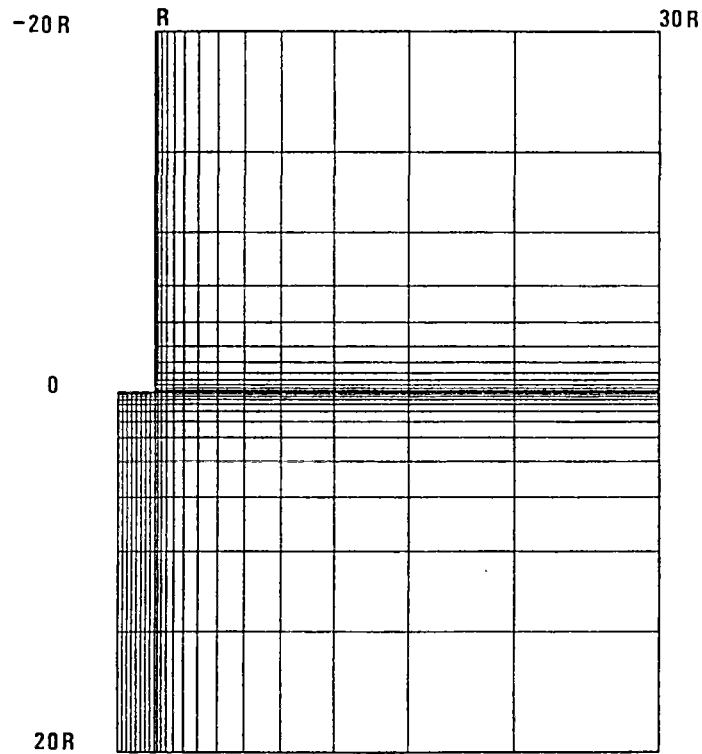


Figure 2 : Maillage du modèle : calcul en plasticité avec une seule excavation.

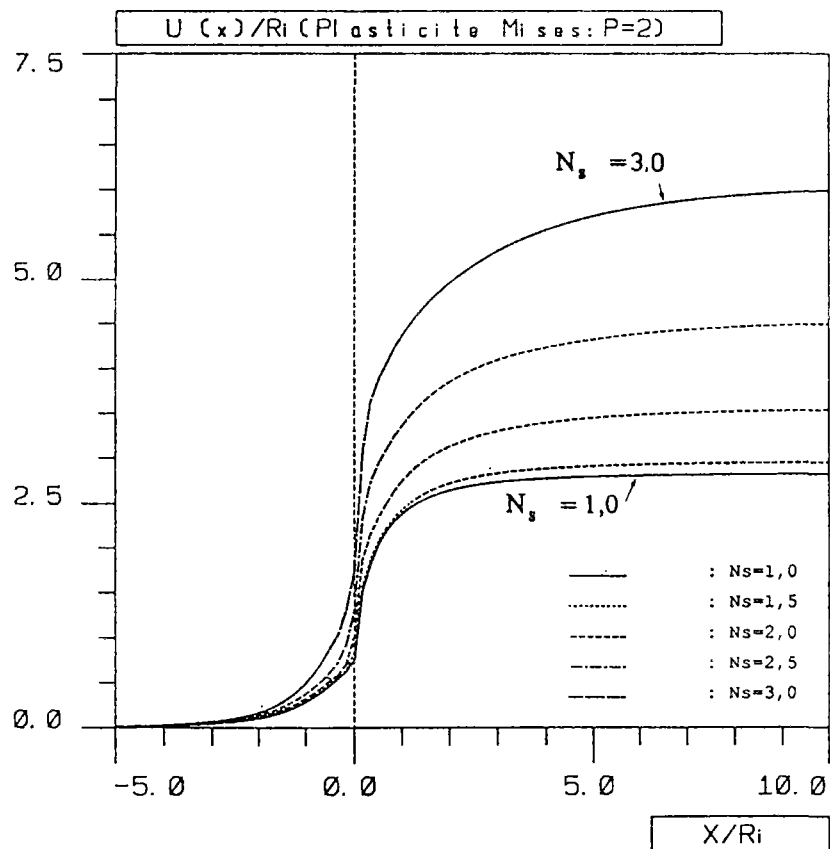


Figure 3 : Convergences en paroi en fonction de la distance  $X$  au front, pour plusieurs valeurs du  $N_s$ .

$N_s$	$\frac{u(x=0)}{R_i} \quad (\%)$	
	(2)	(3)
1,0	0,747	0,74
1,5	0,848	0,85
2,0	1,03	1,04
2,5	1,304	1,35
3,0	1,745	1,83

Tableau 1 : Convergences en paroi d'une section au front ( $x=0$ )

$N_s$	$\frac{u(x=\infty)}{R_i} \quad (\%)$		
	(1)	(2)	(3)
1,0	2,80	2,82	2,78
1,5	2,93	2,95	2,91
2,0	3,48	3,53	3,43
2,5	4,43	4,5	4,33
3,0	5,86	6,0	5,66

(1) : nos calculs 1D

(2) : nos calculs 2D

(3) : calcul numérique selon Panet et al, (1982).

Tableau 2 : Convergences en paroi d'une section très éloignée du front ( $x = \infty$ ), pour plusieurs valeurs de  $N_s$ .

Nous avons également réalisé des calculs pour des matériaux non standards avec un critère de Drucker-Prager. Dans ce cas, le maillage est celui donné dans l'article de Corbetta et al. (1990), et  $P=4,4$  MPa ;  $E=1430$  MPa ;  $\nu=0,498$ .

Les résultats de ce dernier type de calcul avec un angle de frottement de  $\phi = 30^\circ$  et dilataance  $\beta = 1$  sont illustrés sur la figure 4.

On peut observer sur ces courbes que la convergence en paroi, ainsi que le rayon d'influence du front augmentent avec le facteur de stabilité  $N_s$ . Le rapport d'homothétie établi par Corbetta et al. (1990) étant également observé.

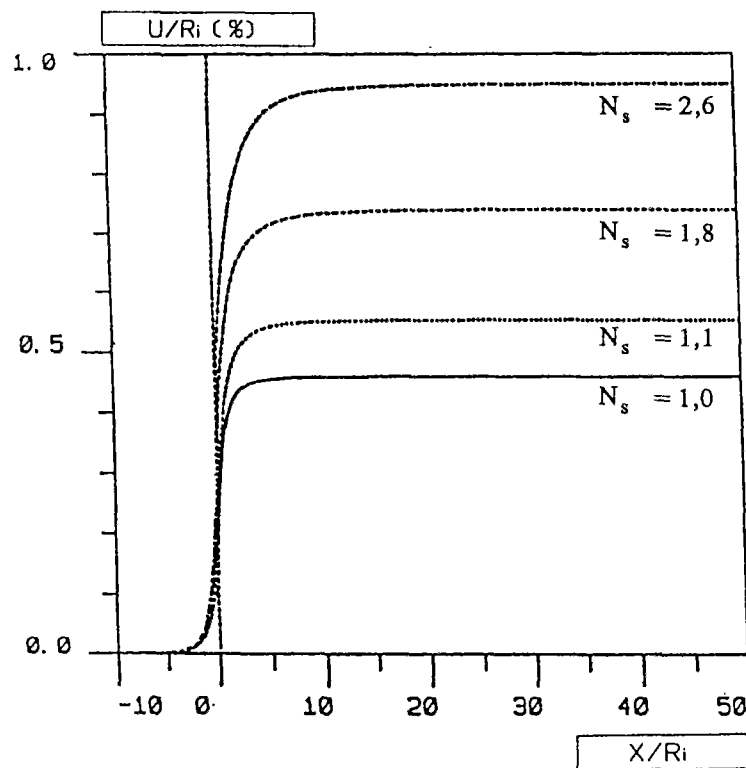


Figure 4 : Convergences en paroi en fonction de la distance X au front.

Finalement, on peut conclure qu'il existe une bonne concordance entre les résultats de notre simulation numérique (1D et 2D) et ceux des calculs numériques effectués par d'autres auteurs.

**BIBLIOGRAPHIE**

- AFTES (1979). *Stabilité des Tunnels par la Méthode Convergence-Confinement*. Tunnels & Ouvrages Souterrains, n°32, mars-avril.
- AFTES (1983). *Recommandations sur l'Emploi de la Méthode Convergence-Confinement*. Tunnels & Ouvrages Souterrains, n°59, Septembre-Octobre.
- BEREST P. (1987). *Viscoplasticité en Mécanique des Roches de Manuel de Rhéologie des Géomatériaux*. GRECO, Presses ENPC, p.235.
- BEREST P., NGUYEN MINH D. (1983). *Modèle Viscoplastique pour le Comportement d'un Tunnel Revêtu*. Revue Française de Géotechnique, n°24, Août.
- BEREST P., HABIB P., NGUYEN MINH D., 1980. *Tentative d'interprétation des déformations observées aux tunnels du Fréjus et du Gran Sasso*, Revue Française de Géotechnique, n° 12, pp. 44-55.
- BEREST P., NGUYEN MINH D., PANET M., (1983). *Contribution à l'étude de la stabilité d'une cavité souterraine dans un milieu avec radoucissement*, Revue Française de Géotechnique, n° 4, Juin.
- BERNAUD B.D., (1988). *Essai de soutènement à convergence contrôlée - Compte-rendu de mise en oeuvre - Interprétation des mesures*. (Contrat AND 72541 B00A), Rapport.
- BERNAUD D., ROUSSET G., (1988). *Soutènement par cintres coulissants dans une argile profonde*, Congrès International Progress and innovation in Tunnelling, Univ. of Western Ontario, Canada, 5-14 Sept.
- BERNAUD D., ROUSSET G., (1989). *Dimensionnement des Soutènements dans les Roches Viscoplastiques : Méthode Générale et Expérience in Situ*. Proc. Int. Symp. : Rock at Great Depth, Pau, pp. 657-664.
- BERNAUD D., (1989). *Essai de soutènement à convergence contrôlée - Interprétation des mesures*, (contrat CCE FI1W-112), Rapport semestriel n°5.
- BERNAUD D., (1990). *Dimensionnement du Soutènement des Galeries Creusées dans l'Argile Profonde* : (Contrat FI1W-112). Rapport Final CCE.
- BERNAUD D., (1991). *Modélisation du creusement des tunnels dans les milieux viscoplastiques et plastiques*, (Contrat AND-1664 A00A) - Rapport final.
- BROWN E.T., BRAY J.W., LADANYI E., HOEKE E., (1983). *Characteristic Lines Calculations for Rock Tunnels*. ASCE, J. Geotech. Eng. Div., vol 109, p.15.
- CHEN W.F. et ATSUTA T. (1976). *Theory of beam-columns*, Vol.1, *In Plane behavior and design*, Ed. Mc Graw-Hill, USA.
- CÔME B., (1990). *The CEC benchmark Interclay on Rheological models for clays - Results of pilot phase (January-June 1989) about the boom clay at Mol (B)* : Rapport CCE, Office des publications des CCE n° CD-NA-12791-EN-C.
- CORBETTA F., BERNAUD D., NGUYEN MINH D. (1990). *Contribution à la Méthode Convergence-Confinement par le Principe de la Similitude*. Revue Française de Géotechnique, N° 52, 3<sup>ème</sup> Trimestre 1990.
- CORBETTA F. (1990). *Calculs Analytiques et Numériques de Tunnels Profonds*. Thèse, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- CORMEAU I.C. (1975). *Numerical Stability in Quasi-Static Elasto-Visco-Plasticity*. Int. J. Numerical Methods in Engineering, Vol. IX, p. 109.
- CORMEAU I.C. (1976). *Viscoplasticity and Plasticity in the Finite Element Method*. Ph. D. Thesis, Univ. Wales, University College of Swansea, Div. Civil Engineering.
- COYNE ET BELLIER (1975). *Tunnel du Mont-d'Or - Reconnaissances et Avaries*. Rapport de synthèse, Paris.
- DANG VAN K., INGLEBERT G., PROIX J.M. (1985). *Sur un Nouvel Algorithme de Calcul de Structure Elastoplastique en Régime Stationnaire*. Comptes-Rendus du 3<sup>ème</sup> Colloque : Tendances Actuelles en Calcul des Structures, Bastia.
- DESCOEUDRES F. (1974). *Analyse Tridimensionnelle de la Stabilité d'un Tunnel au Voisinage du Front de Taille dans une Roche Elastoplastique*. Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Cong. Rock Mechanics, Denver, Vol. II-B, p. 1130.

- DHATT G., TOUZOT G. (1984). *Une Présentation de la Méthode des Eléments Finis*. 2<sup>ème</sup> édition - Editions Maloine, Paris.
- DETOURNAY, (1983). *Two-dimensional elastoplastic analysis of a deep cylindrical tunnel under non-hydrostatic loading*. Thèse PHD, Univ. du Minnesota.
- EGGER P., (1973). *Influence du comportement post-rupture des roches sur le soutènement des tunnels*. Thèse n° 57, Veroff. Inst. Bodenmech. Felsmech., Univ. Karlsruhe, Traduction Française BRGM n° 5401.
- EGGER P., (1974). *Rock Pressure in Tunnelling and Stabilizing Effect of the Tunnel Face in Rock beyond Failure*. Proc. 3rd Int. Cong. Rock Mechanics, Denver, vol. IIB, p. 1007.
- EGGER P., (1989). *Lecture : Problèmes géotechniques des tunnels profonds : et solutions constructives*. Symp. int. Rock and Greath Depth, Pau, vol. III, p. 1191.
- FAIRHURST C., (1989). *General Report : Deformation, yield, rupture and stability of excavations at depth in rock*. Symp. int. Rock and Greath Depth, Pau, vol. III.
- GHABOUSSI J.G., GIODA G. (1977). *On the Time-Dépendent Effects in Advancing Tunnels*. Int. J. Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, Vol. I, N°3.
- GHABOUSSI J., RANKEN R.E. (1974). *Tunnel Design Condiderations : Analysis of Medium-Support Interaction*. Report N° UILU-ENG 74-2032, National Technical Information Service, Springfield, USA.
- GHOREYCHI M., (1987). *C.E.C. Project COSA, Benchmark 3*. L.M.S., repris dans le document ATKINS E 0948.001 pour la CCE.
- GIRAUD A., (1989). *Comportement Mécanique de l'Argile de Gournay sur Aronde : Application au Calcul de Stabilité d'Ouvrages Souterrains*. (Contrat AND 8/1314 A00A), Rapport N° 25, LMS.
- HABIB P., (1973). *Précis de Géotechnique*. Editions Dunod, Paris.
- HABIB P., BEREST P., NGUYEN MINH D., (1988). *Tentative d'interprétation des déformations observées aux tunnels du Fréjus et du Gran Sasso*. Revue Française de Géotechnique, vol. 9, p. 5.
- HALPHEN B., (1989). *Le comportement élastoviscoplastique*. Cours de l'Ecole Polytechnique, Majeure, Science des Matériaux.
- HANAFY E.A., EMERY J.J. (1980). *Advancing Face Simulation of Tunnel Excavations and Lining Placement*. Proc. 13<sup>th</sup> Canadian symp. Rock Mechanics : Underground Rock Engineering, Toronto, p. 119.
- HANAFY E.A., EMERY J.J. (1982). *Three dimensional simulation of Tunnel Excavation in Squeezing Ground*. Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Conf. Numerical Methods in Geomechanics, Edmonton, Vol. III, p. 1203.
- HILL R., (1950). *The mathematical theory of plasticity*. Clarendon Press, Oxford, (G.B.).
- KIRSCH G., (1898). *Die theorie der elastizitat und die bedurfnisse fer festigkeitslehre*. Veit. Ver. Deut. Ing., vol. 48, n° 28.
- LOMBARDI G., (1974). *Le soutènement des tunnels*. Proc. 3rd Int. Cong. Rock Mechanics, Denver, vol. IB, p. 1529.
- LUNARDI P., (1980). *Application de la mécanique des roches aux tunnels autoroutiers. Exemples des tunnels du Fréjus (côté Italie) et du Gran Sasso*. Revue Française de Géotechnique, n° 12, pp. 5-43.
- MAITOURNAM H. (1989). *Formulation et Résolution Numérique des Problèmes Thermo-Elastoviscoplastiques en Régime Permanent et en HPP*. Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
- MANDEL J., (1966). *Cours de Mécanique des Milieux Continus*. Librairie Gauthier Villars, Paris.
- MASSONET Ch. et SAVE M. (1961). *Calcul plastique des constructions*. Vol.1, Ossatures planes, Ed. CBLIA, Bruxelles.
- NGUYEN MINH D. (1984). *Analyse de la stabilité des galeries creusées dans une argile profonde par des modèles viscoplastiques*. Journée sur les Argiles, ENSMP, 13 Décembre.
- NGUYEN MINH D. (1986). *Modèles rhéologiques pour l'analyse du comportement différé des galeries profondes*. Proc. Int. Cong. : Large underground Openings, Firenze, vol. II, p. 659.
- NGUYEN MINH D. (1987). *Influence of Instantaneous Failure on Time-Dependent behaviour of Underground Galleries*. Proc. 28th U.S. Symp. Rock Mechanics, Tucson, p. 663.

- NGUYEN MINH D., BEREST P. (1979). *Etude de la stabilité des cavités souterraines avec un modèle de comportement élastoplastique radoucissant*. Proc. 4th Int. Cong. Rock Mechanics, Montreux, vol. 1, p. 249;
- NGUYEN MINH D., ROUSSET G., (1987). *Rôle des effets à court terme : remarques sur l'influence d'une non linéarité élastique*. Revue Française de Géotechnique, n° 42, 1er trimestre 1988.
- NGUYEN Q.S., (1977) *On the elastic plastic initial-boundary value problem and its numerical integration*. Int. J. num. Meth. Engng, Vol.11, 817-832.
- NGUYEN QUOC S., RAHIMIAN M., (1981). *Mouvement permanent d'une fissure en milieu élastoplastique*. Journal de Mécanique Appliquée, vol. 11, pp. 817-832.
- ONISHI Y., NISHIGAKI Y., KISHIMOTO H., TANAKA Y. (1982). *Analysis of Advancing Tunnel by Two-Dimensional Finite Element Method*. Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Conf. Numerical Methods in Geomechanics, Edmonton, Vol. II, pp. 571.
- OWEN J., HINTON E. (1980). *Finite Elements in Plasticity - Theory and Practice*, Pinebridge Press.
- PAN X.D., HUDSON J.A. (1989). *Plane Strain Analysis in Modelling Three-Dimensional Tunnel Excavations*. Int. J. Rock Mechanics & Mining Sciences, Vol. XXV, N°5.
- PANET M., (1973). *La stabilité des ouvrages souterrains - Soutènement et revêtement*. Rapport de recherche LCPC n° 28, Septembre.
- PANET M., (1976). *Stabilité et soutènement des tunnels*. La Mécanique des Roches appliquée aux ouvrages de Génie Civil, ch. IX, ENPC.
- PANET M. (1976). *Analyse de la stabilité d'un tunnel creusé dans un massif rocheux en tenant compte d'un comportement après la rupture*. Rock Mechanics, vol. 8 n° 4.
- PANET M. (1979). *Time-Dependent Deformations in Underground Works*. Proc. 4<sup>th</sup> Conf. Int. Soc. Rock Mechanics, Vol. III, Montreux.
- PANET M., (1986). *Calcul du soutènement des tunnels à section circulaire par la méthode convergence-confinement avec un champ de contraintes initiales anisotrope*. Tunnels et Ouvrages Souterrains, n° 77, Septembre-Octobre.
- PANET M., GUELLEC P. (1974). *Contribution à l'Etude du Soutènement d'un Tunnel à l'Arrière du Front de Taille*. Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Cong. Rock Mechanics, Denver, Vol. II B, pp. 1163.
- PANET M., GUENOT A. (1982). *Analysis of Convergence behind the Face of a Tunnel*. Proc. Int. Symp. : Tunnelling 82, Brighton, pp. 197.
- PERZYNA, (1966). *Fundamental problems in viscoplasticity*. Advances in Applied Mechanics, vol. 9.
- PERZYNA P., DUSZEK-PERZYNA M.D., STEIN E., (1990). *Analyses of the influence of different effects on criteria for shear band localization*. 28th Polish Solids Mech. Conf., Kozubnik.
- PIERAU B. (1982). *Tunnel Design with respect to the Three Dimensional State of Stresses and Displacements around the Temporary Face*. Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Conf. Numerical Methods in Geomechanics, Edmonton, Vol. III, pp. 1221.
- PRESS H.W., FLANNERY B.P., TEUKOLSKY S.A., WETTERLING W.T., (1986). *Numerical recipes*. Cambridge University Press.
- PREVOST J.H. (1987). *Modeling the Behaviour of Geomaterials*. Princeton University, Dept. Civil Engineering, Princeton, USA.
- RANKEN R.E., GHABOUSSI J. (1975). *Tunnel Design Considerations : Analysis of Stresses and Deformations around Advancing Tunnels*. Report N° UILU-ENG 75-2016, National Technical Information Service, Springfield, USA.
- ROUSSET G. (1988). *Comportement Mécanique des Argiles Profondes : Application au Stockage de Déchets Radioactifs*. Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- ROUSSET G., BAZARGAN B., LENAIN R., (1989). *Time dependent behavior of rocks : Laboratory tests on hollow cylinder*, Proc. 30<sup>th</sup> U.S. Symp. on Rock Mech., Morgantown, Virginie, June 19-22.
- ROUSSET G., BERNAUD B.D., SABIR M., (1988). *Modélisation des galeries revêtues dans l'argile de Boom à Mol : Influence de la raideur et du délai de pose du soutènement - (Contrat LMS/ANDRA), Rapport n° 9*.

- ROUSSET G., RENIE D., (1987) *Essai de soutènement à convergence contrôlée - Avant-Projet Détaillé*. Contrat L.M.S./ANDRA 1243, Avenant n° 1, Avril.
- SAKURAI S. (1978). *Approximate Time-Dependent Analysis of Tunnel Support Structure Considering Progress of Tunnel Face*. Int J. Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, Vol.II, n°2.
- SALENÇON J. (1966). *Contraction Quasi-Statique d'une Cavité à Symétrie Sphérique ou Cylindrique dans un Milieu Elastoplastique*. Annales des Ponts et Chaussées, n°4, Juillet-Août.
- SALENÇON J. et HALPHEN B. (1987). *Cours de Calcul des Structures Anélastiques-Elasto-Plasticité*. E.N.P.C., Paris.
- SIMECSOL (1988). *Galerie Expérimentale de MOL (Belgique)-Dossier Technique*. Janvier.
- ZIENKIEWICZ O.C., (1974). *The Finite Element Method in Engineering Science*. 3<sup>rd</sup> Edition Mc Graw-Hill, New York.
- ZIENKIEWICZ O.C. et CORMEAU I.C., (1974). *Visco-Plasticity and Creep in Elastic Solids - A Unified Numerical Solution Approach*. Int. J. num. Meth. Engng, Vol.VIII, 821-845.